

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТОВ ПАМЯТИ НА ПРОЦЕССЫ ГОРЕНИЯ И ВЗРЫВА

В. А. Даниленко, В. М. Кудинов, А. С. Макаренко

(Киев)

За последние годы достаточно подробно изучены процессы горения и взрыва в распределенных кинетических системах на математических моделях. В их основу положены уравнения параболического типа [1—5], выведенные в предположении выполнения условия локального равновесия с использованием соотношений баланса энергии, массы и феноменологических законов, выражающих локальные и мгновенные связи между термодинамическими потоками и силами. При этом локальное состояние среды полностью описывается уравнениями состояния, не зависящими от градиентов. В большинстве моделей предполагается, что кинетические коэффициенты переноса постоянны [1—4].

Уравнения параболического типа в предположении постоянства коэффициентов переноса допускают физически нереальные решения, из которых следует бесконечно большая скорость распространения возмущений и бесконечно большие величины потоков в начальные моменты времени [6]. Несмотря на наличие таких особенностей в решениях уравнений, они достаточно корректно описывают экспериментальные результаты, полученные при исследовании процессов горения и взрыва в стационарных и нестационарных условиях невысокой интенсивности. Однако наличие особенностей в решениях уравнений приводит к принципиальным трудностям при описании горения и взрыва в условиях сильнонеравновесных быстропротекающих процессов, когда градиенты существенно изменяются на длинах корреляций. При этом существенны эффекты дисперсии, и оказывается необходимым учитывать в соотношениях, связывающих термодинамические потоки и силы, эффекты нелокальности и памяти. Описание процессов горения и теплового взрыва в таких условиях уравнениями параболического типа, полученными в рамках предположений обычной термодинамики, становится некорректным, и необходим переход к уравнениям сильнонеравновесной термодинамики.

В работе [6] получены следующие уравнения, описывающие процессы горения и теплового взрыва в сильнонеравновесных условиях

$$\begin{aligned}
 & \alpha_n(0) \frac{\partial^2 z_n}{\partial t^2}(x, t) + \beta_n(0) \frac{\partial z_n}{\partial t}(x, t) + \\
 & + \int_0^\infty \beta'_n(s) \frac{\partial z_n}{\partial t}(x, t-s) ds = k_n(0) \nabla^2 z_n(x, t) + \\
 & + \int_0^\infty k'_n(s) \nabla^2 z_n(x, t-s) ds + \sum_r \nu_{nr} W_r + \Phi(x, t), \quad (1) \\
 & c_V \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}(x, t) + \beta(0) \frac{\partial T}{\partial t}(x, t) + \int_0^\infty \beta'(s) \frac{\partial T(x, t-s)}{\partial t} ds = k(0) \nabla^2 T(x, t) + \\
 & + \int_0^\infty k'(s) \nabla^2 T(x, t-s) ds - \sum_r \sum_n \nu_{nr} H_n W_r, \\
 & W_r = - \sum_{i=1}^R \sum_{n=1}^N \nu_{ni} \left[a_{ri}(0) \mu_n + \int_0^\infty a'_{ri}(s) \nabla \mu_n(x, t-s) ds \right],
 \end{aligned}$$

$$n = 1, 2, \dots, N,$$

$$i, r = 1, 2, \dots, R.$$

Здесь T — температура; z_n — концентрация реагентов; μ_n — химические потенциалы; H_n — парциальные молярные энтальпии; W_r, Φ — функции внутренних и внешних источников соответственно; $\beta'_n(s), k'_n(s), \beta'(s), k'(s), a'_{ri}(s)$ — кинетические ядра, описывающие эффекты памяти.

Кинетические ядра представляют собой временные корреляционные функции потоков с различными временами затухания корреляций (с различной длительностью памяти). В ядра включены лишь вклады от более быстрых, чем термодинамические, процессов приближения к равновесию. Функции, характеризующие ядра, при феноменологическом подходе определяются экспериментально или задаются с учетом ограничений, вытекающих из второго закона термодинамики [7]. Непосредственный вывод функций, характеризующих ядра, включающих зависимость от потенциала взаимодействия молекул, плотности, температуры и т. д., может быть выполнен методами неравновесной статистической термодинамики [8]. Появление интегральных членов в уравнениях (1), описывающих эффекты памяти, есть следствие сокращенного описания системы на уровне термодинамических величин. Если градиенты потоков мало меняются на длинах корреляций за времена затухания корреляций, то запаздывание в интегродифференциальных уравнениях (1) можно пренебречь, в результате получим дифференциальные уравнения переноса.

В зависимости от вида функций, описывающих кинетические ядра, получаются дифференциальные соотношения различных типов. При постоянных значениях $\alpha_n(0), \beta_n(0), \beta'_n(s), k_n(0), \beta(0)$ и ядрах $k'_n(s) = \lambda_n \times \lim_{t_0 \rightarrow 0} \delta(s - t_0), k'(s) = \lambda \lim_{t_0 \rightarrow 0} \delta(s - t_0)$, описывающих бесконечно короткую

память, имеем уравнения параболического типа, на которых построена современная теория горения и взрыва [1—5]. Ядра $k'_n(s) = \lambda_n = \text{const}, k'(s) = \lambda = \text{const}$, описывающие процессы с бесконечной памятью, приводят к волновым уравнениям. В промежуточном по длительности па-

мяти процессе, описываемом ядрами Максвелла — Каттанео $k'_n(s) =$

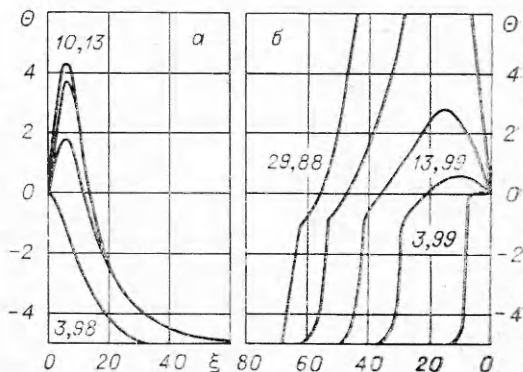
$$= \frac{\lambda_n}{\tau'_n} \exp\left[-\frac{s}{\tau'_n}\right], k'(s) = \frac{\lambda}{\tau_n} \exp\left[-\frac{s}{\tau_n}\right],$$

из системы (1) получаются телеграфные уравнения, учитывающие простейший вид памяти — конечную скорость распространения субстанции.

На рис. 1—5 приведены результаты численного решения системы (1), описывающей процессы горения и взрыва при различных функциях ядер и источников в обычно используемых в теории теплового взрыва переменных [1, 2]. Из рис. 1—5 следует, что учет эффектов памяти приводит к

Рис. 1. Распределение температуры в полупространстве в процессе зажигания при $m = 5, l = 2$ и различной длительности памяти.

а) $\tau_n \rightarrow 0, \tau'_n \rightarrow 0$ (решение уравнений параболического типа); б) $\tau_n = 10^2, \tau'_n = 10^3$ (решение уравнений гиперболического типа). Цифры у кривых означают безразмерное время.



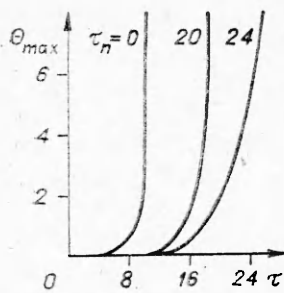


Рис. 2. Развитие во времени температурных максимумов в зависимости от τ_n при $\tau'_n \rightarrow 0$, $m = 5$, $l = 2$.

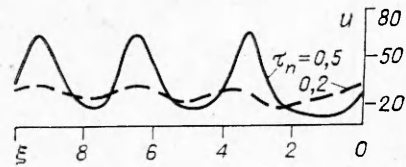


Рис. 3. Зависимость скорости фронта пульсирующего горения в процессе СВС от τ_n при $\tau'_n = 10$, $m = 5$, $l = 2$.

изменению качественной и количественной картины развития процессов горения и взрыва. На рис. 1, 2 приведено пространственно-временное распределение температуры в процессе зажигания при граничных условиях первого рода (длительность памяти τ_n , τ'_n в единицах времени $\tau = ac_v/k(0)$, $\tau' = \alpha_n(0)D/k_n(0)$ соответственно; a , D — коэффициенты температуропроводности и диффузии). Значения ядер и функции источников, используемых при расчетах, следующие:

$$k'_n(s) = \frac{\lambda_n}{\tau'_n} \exp\left(-\frac{s}{\tau'_n}\right), k'(s) = \frac{\lambda}{\tau_n} \exp\left(-\frac{s}{\tau_n}\right),$$

$$a'_{ri}(s) = a_{ri}(0) \lim_{t_0 \rightarrow 0} \delta(s - t_0), W_r = T^l (1 - T^{m-l}) + \int_0^{\infty} a_{ri}(s) T^l(s) ds,$$

$$n - r = i = 1.$$

Распределение температуры по глубине реагирующего вещества имеет разрывный характер с ярко выраженным волновым фронтом, распространяющимся с конечной скоростью (см. рис. 1). Без учета эффектов памяти ($\tau'_n \rightarrow 0$, $\tau_n \rightarrow 0$) распределение температуры имеет гладкий характер. Волновое распространение тепловых возмущений приводит к существенной зависимости температурных максимумов, а следовательно, и периода индукции зажигания от длительности памяти (см. рис. 2).

Эффекты памяти оказывают также существенное влияние на характеристики развитой стадии процесса горения. На рис. 3 приведена зависимость скорости распространения фронта пульсирующего горения в процессе СВС. При малом значении времени, характеризующем длительность памяти, решение стремится к решению параболического уравнения. С увеличением длительности памяти период колебания растет, а амплитуда уменьшается.

От длительности памяти зависят также времена развития очагового теплового взрыва и его качественная картина [6]. На рис. 4, 5 приведены

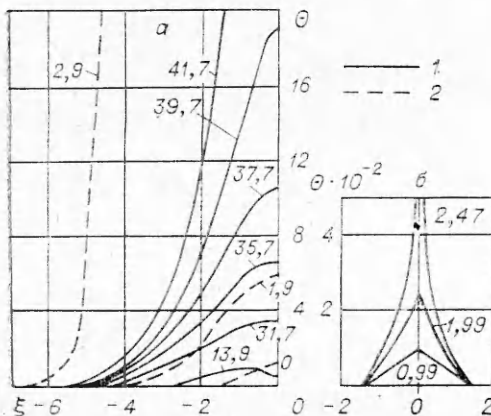
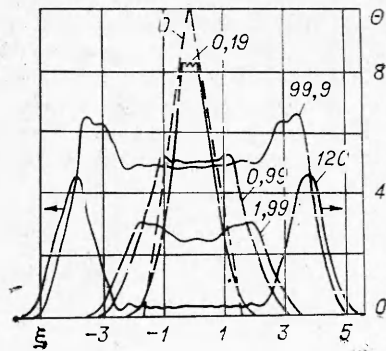


Рис. 4. Пространственно-временное распределение температуры при очаговом тепловом взрыве, возникающем из флуктуации температуры в зависимости от длительности памяти.

а) $1 - \tau_n = \tau''_n = 10^2$, $m = l = 10$, $2 - \tau_n \rightarrow 0$, $\tau'_n \rightarrow 0$, $m = 7$, $l = 2$ (приведена половина симметричного профиля температуры); б) $\tau_n = \tau''_n = 10^3$, $m = 7$, $l = 2$. Профили флуктуации температуры на рис. 4, а, б при $t = 0$ одинаковы.

Рис. 5. Пространственно-временное распределение температуры при образовании двух солитонов в процессе очагового теплового взрыва, возникающего из флуктуации температуры. Функции φ , W_r и ядра в уравнениях (1) те же, что и на рис. 4. $\psi = N\varphi = 0$, $N = 0$, $m = l = 10$, $\tau_n = \tau_n'' = 10^3$.



результаты исследования очагового теплового взрыва на основе (1) при различной длительности памяти и следующих краевых условиях:

$$T(x, 0) = \varphi(x), \quad \frac{\partial T(x, 0)}{\partial t} = \psi(x), \quad x \in \Omega, \quad \Omega = [-x_0, x_0],$$

$$T|_{\partial\Omega} = \omega(t), \quad t > 0,$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} b(x - l_1)/(l_2 - l_1), & l_1 \leq x \leq l_2, \\ b(l_3 - x)/(l_3 - l_2), & l_2 \leq x \leq l_3, \end{cases}$$

$$\psi(x) = N\varphi(x), \quad N = 0 \div 100, \quad \omega(t) = 0, \quad b = 1, \quad l_3 - l_2 = 2,8, \quad l_2 - l_1 = 1,4.$$

Использованы функции источника

$$W_r = T^l (1 - T^{m-l}) + \int_0^{\infty} a'_{ri}(s) T^l(s) ds, \quad r = i = 1$$

и ядра

$$a'_{ri}(s) = \frac{a_{ri}(0)}{\tau_n''} \exp\left(-\frac{s}{\tau_n''}\right), \quad k'(s) = \frac{\lambda_n}{\tau_n} \exp\left(-\frac{s}{\tau_n}\right),$$

$$k_n(s) = \lambda_n \lim_{t_0 \rightarrow 0} \delta(s - t_0).$$

При длительности памяти

$$t_1 = \tau_n = \frac{[(\varphi, \varphi) + (\varphi, \psi)]^{1/2} + \left[(\varphi, \varphi) + (\varphi, \psi) + \frac{16}{(m-1)} (\varphi, \varphi) (\varphi, \psi) \right]^{1/2}}{10(m-1)/(l+1) + 2(\varphi, \psi) + [(\varphi, \varphi) + (\varphi, \psi)]^{1/2}},$$

$$(\varphi, \varphi) = \int_{\Omega} \varphi(x) \varphi(x) dx, \quad (\varphi, \psi) = \int_{\Omega} \varphi(x) \psi(x) dx, \quad \varphi > 0, \quad \psi > 0, \quad m > 1$$

выделение тепла в процессе очагового взрыва локализуется в структуре с сокращающейся со временем полушириной профиля температуры, время развития теплового взрыва в очаге зависит от τ_n [6]

$$t_* = \frac{2\tau_n}{\beta_n(0)} \ln \left\{ \frac{[(m-1)/4] \tau_n (\varphi, \psi) + l/4 (\psi, \psi)}{[(m-1)/4] \tau_n (\varphi, \psi) - \beta_n(0)/2 (\varphi, \varphi)} \right\}, \quad \varphi > 0, \quad \psi > 0.$$

В случае $\tau_n \rightarrow \infty$ выделение тепла в процессе очагового взрыва также локализуется в структуре с сокращающейся полушириной профиля температуры. Время развития теплового взрыва не зависит от τ_n :

$$t_* = [4(\varphi, \varphi)/(m-1)] (\varphi, \psi), \quad \varphi > 0, \quad \psi > 0.$$

Длительность памяти оказывает также существенное влияние на динамику выхода процесса за пределы очага. Уменьшение τ_n ниже величины t_1 приводит к тому, что в начальный момент времени выделение тепла происходит в структуре с расширяющейся полушириной профиля температуры и последующей локализацией процесса на определенной длине. При ядрах, описывающих бесконечно короткую память, процесс очагового

теплового взрыва уже в начальный момент времени распространяется в окружающее реакционноспособное пространство.

От τ_n зависят также решения, описывающие распространение солитонов. Солитонные решения содержатся в (1) при ядрах

$$k_n(s) = \lambda_n = \text{const}, \quad k'(s) = \frac{\lambda}{\tau_n} \exp\left[-\frac{s}{\tau_n}\right],$$

$$a_{ri} = \frac{a_{ri}(0)}{\tau_n} \exp\left[-\frac{s}{\tau_n}\right]$$

и функций источников $W_r = \tilde{\xi} \exp(T)$,

$$W_r = T^l (1 - T^{m-l}) + \int_0^\infty a'_{ri}(s) T^l(s) ds, \quad m \geq 4, \quad l > 1.$$

На рис. 5 представлены графики, иллюстрирующие образование двух солитонов из одной начальной флуктуации температуры в процессе очагового теплового взрыва. Время образования солитонов $t = 120$. Солитоны распространяются в противоположные стороны. Отметим, что солитонные решения отсутствуют в уравнениях параболического типа, на которых построена современная теория горения и теплового взрыва.

Использование интегродифференциальных уравнений целесообразно при описании процессов горения и теплового взрыва, содержащих стадии сильной неравновесности.

Поступила в редакцию 4/III 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, Г. Н. Баренблатт, В. Б. Либрович и др. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
2. А. Г. Мержанов, Ф. И. Дубовицкий. Успехи химии, 1966, XXXV, 4.
3. А. Г. Мержанов, А. Э. Аверсон. Современное состояние тепловой теории зажигания. Препринт. М.: ИФХ АН СССР, 1970.
4. К. Г. Шкадинский, Б. И. Хайкин, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1974, 7, 1.
5. Н. В. Змитриенко, С. П. Курдюмов, А. П. Михайлов и др. Возникновение структур в нелинейных средах и нестационарная термодинамика режимов с обострением. Препринт. М.: ИПМ АН СССР, 1976.
6. В. А. Даниленко, В. М. Кудинов, А. С. Макаренко. Влияние эффектов памяти на диссипативные структуры, образующиеся при быстропротекающих процессах. Препринт. Киев: ИЭС им. Е. О. Патона АН УССР, 1938.
7. У. А. Дэй. Термодинамика простых сред с памятью. М.: Мир, 1974.
8. Д. Н. Зубарев. Неравновесная статистическая термодинамика. М.: Наука, 1971.

АНИЗОТРОПИЯ ПОЛЯ УДАРНЫХ ВОЛН НЕСФЕРИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ

В. Ю. Вершинин, Л. В. Дубнов, В. Е. Клаповский, В. Н. Минеев
(Москва)

Известно, что поле ударных волн (УВ) в воздухе, создаваемое источником несферической формы, обладает пространственно-временной анизотропией [1, 2], которая связана с характером отражения УВ, исходящих со смежных поверхностей источников. В [3, 4] показано, что такое отражение для кубических и цилиндрических источников нерегулярно.

Цель данной работы — экспериментальное исследование пространственных конфигураций УВ, которые образуются в воздухе от источников различной формы (рис. 1). Исследования проводили с помощью высокоскоростной съемки [5] в диапазоне расстояний от центра масс источников $R = (3 \div 80)r_0$ (r_0 — радиус сферического источника данной массы с