

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗГОНА ТЕЛ В ГОРЮЧИХ СМЕСЯХ

В. М. Кузнецов, М. М. Кузнецов

Центральный аэрогидродинамический институт, 140160 Жуковский

Получено аналитическое решение задачи ускорения тела в замкнутой трубе, заполненной детонирующей смесью газов. Предполагается, что тело поступает в трубу с некоторой начальной скоростью, достаточной для возникновения горения в кольцевом пространстве между его поверхностью и поверхностью трубы. Проанализировано влияние параметров рабочей смеси, формы и массы тела, а также интегральной диссипации полных импульса и энтальпии потока на конечную величину скорости и длины разгона.

1. В ряде исследований последних лет [1, 2] для ускорения тел предлагается использовать принцип горения, в том числе детонационного, организуемого в кольцевом пространстве между поверхностью тела и внутренней поверхностью направляющей трубы, целиком заполненной детонирующей смесью газов на основе водорода или углеводородных топлив. Экспериментальные данные по дозвуковому разгону тел небольшой массы приведены в [1], а результаты численного моделирования различных режимов сверхзвукового и дозвукового горения — в [2]. В настоящей работе в ходе аналитического исследования выявлены основные параметры, влияющие на разгон, и получены критерии определения скоростей и длин разгона в зависимости от формы и массы разгоняемых тел, параметров рабочей смеси и т. п.

Рассмотрим принципиальную схему течения (рис. 1). Тело массы m и площадью миделя S_T , предварительно разогнанное до скорости V_0 , влетает в цилиндрическую трубу с площадью поперечного сечения S , заполненную горючей смесью. Детонация смеси возникает за системой косых скачков уплотнения между стенкой трубы и поверхностью тела. В результате энерговыделения газ разгоняется до скорости u , приобретая полезный импульс. Для определения u необходимо решить ряд газодинамических задач в областях, расположенных между сечениями 1–4, с учетом энерговыделения в области горения II.

Сначала предположим заданными следующие параметры: скорость продуктов сгорания u , плотность смеси ρ , мидель тела S_T , сечение трубы S ($S \approx S_T$), коэффициент сопротивления тела C_x ($C_x \approx 0,1$).

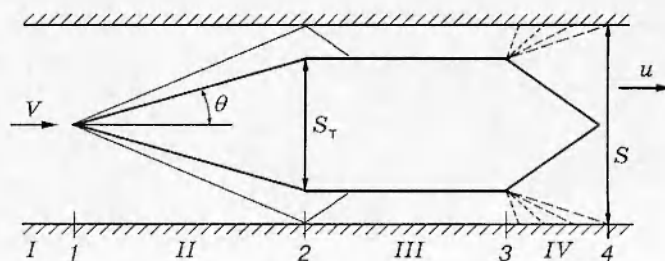


Рис. 1

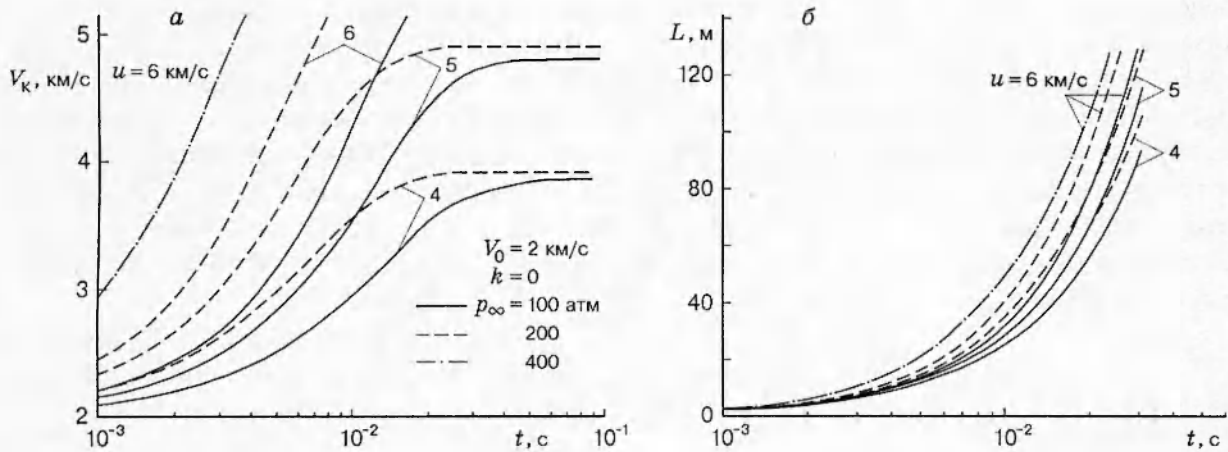


Рис. 2

Уравнение движения тела в канале ускорителя может быть записано в виде

$$\frac{dV}{dt} = auV - (a + k)V^2. \tag{1.1}$$

Здесь $a = \rho S/m$, $k = C_x \rho S_T/2m$ — баллистический коэффициент, m — масса тела (в расчетах полагалось $a \cong 0,2 \text{ м}^{-1}$ при давлении $p = 100 \text{ атм}$ и значениях $S = 0,4 \text{ м}^2$, $m = 100 \text{ кг}$).

Решение уравнения (1.1) имеет вид

$$V = \frac{au}{a + k} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{au}{(a + k)V_0} \right] \exp(-aut) \right\}^{-1}.$$

Из него следует, что сопротивление тела при малых значениях C_x и близких величинах S и S_T ($k \ll a$) незначительно сказывается на конечной скорости разгона, которая сильно зависит от скорости продуктов сгорания u и внешнего давления p (или плотности ρ) (рис. 2, а). Решение для пути L , проходимого телом, имеет вид

$$L = \frac{au}{a + k} \left\{ t + \frac{1}{au} \ln \frac{1 - (1 - au/(a + k)V_0) \exp(-aut)}{au/(a + k)V_0} \right\}. \tag{1.2}$$

Из (1.2) следует, что конечную скорость разгона необходимо выбирать по заранее заданной длине трубы L , лимитируемой ее весовыми и габаритными характеристиками (рис. 2, б).

Уравнение (1.1) запишем в виде

$$\frac{dV}{dx} = au - (a + k)V.$$

Его решение может быть представлено в следующей форме:

$$\frac{au - (a + k)V_0}{au - (a + k)V} = \exp[(a + k)x]. \tag{1.3}$$

Если $V = V_k$, где V_k — конечная скорость, т. е. скорость разгоняемого тела в конце трубы при $x = L \equiv x_p$ (x_p — длина разгона), из решения (1.3) следует, что при заданных значениях u , V_0 , V_k существует семейство тел, отвечающее фиксированному значению параметра $\rho S x_p/m$, из которого определяется как длина разгона по известным ρ , S и m , так и масса m , отвечающая заданному значению x_p . Соответствующая зависимость

представлена на рис. 3. Полученное решение расширяет область подобия по сравнению с указанной в работе [1], она справедлива при любом k , в том числе и при $k = 0$.

Расчетами на ЭВМ в работе [1] установлено, что для фиксированного ускорения тела в заданной по составу горючей смеси масштаб различных тел и размер трубы соотносятся как корень кубический из массы тела. В частности, это следует из вида параметра $\rho S x_p / m$ в случае формы тел, близкой к сферической, т. е. когда $m \sim AR^3$, $S_T \sim BR^2$ (A и $B = \text{const}$). Длина разгона x_p обратно пропорциональна плотности рабочей смеси ρ , а масса рабочей смеси прямо пропорциональна массе тела [1], что также следует из соотношения $\rho S x_p / m = \text{const}$.

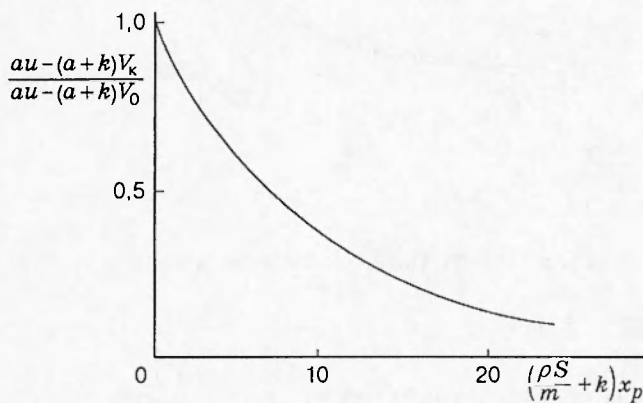


Рис. 3

Однако из решения (1.3) можно извлечь гораздо больше информации и провести масштабный пересчет для произвольных форм и масс тел с учетом величин начальной и конечной скорости разгона, реального сопротивления тел и значений параметров, характеризующих рабочую смесь.

Сопротивление удлинённых заостренных тел ($k \ll 1$) почти не влияет на величину их конечной скорости разгона, если не происходит изменение их формы вследствие абляции.

2. При более точном рассмотрении скорость потока u за разгоняемым телом следует определять из системы интегрального баланса потоков массы, импульса и энергии, учитывающей суммарные потери на трение, теплопередачу и волновое сопротивление. Уравнение движения тела для потока газа в сечениях 1 и 4 (см. рис. 1) примет вид

$$m \frac{dV}{dt} = T = p_4 S_4 (1 + \gamma_4 M_4^2) - p_1 S_1 (1 + \gamma_1 M_1^2). \quad (2.1)$$

Здесь p_i , S_i , γ_i , M_i — статическое давление, площадь, отношение удельных теплоемкостей C_p/C_V и число Маха в сечениях $i = 1, 2, 3, 4$ ($S_1 = S_4$).

Аналогично в силу уравнения неразрывности и закона сохранения энергии, записанных для тех же сечений, получим

$$\frac{p_1}{p_4} \frac{M_1}{M_4} \frac{S_1}{S_4} \sqrt{\frac{h_4 (\gamma_4 - 1) \gamma_1}{h_1 (\gamma_1 - 1) \gamma_4}} = 1; \quad (2.2)$$

$$\frac{h_4}{h_1} = \frac{(1 - \zeta_q)(1 + (\gamma_1 - 1)M_1^2/2) + (q + \zeta_q h_w)h_1^{-1}}{1 + (\gamma_4 - 1)M_4^2/2}. \quad (2.3)$$

Здесь h_1 , h_4 — статические энтальпии потока горючей смеси в сечениях 1 и 4, h_w — энтальпия на поверхности тела; q — удельная теплота сгорания топлива [3]; $\zeta_q = Q_w / S_1 \rho_1 V_1 (h_1 + V_1^2/2 - h_w)$, ζ_q — безразмерный коэффициент теплопередачи, пропорциональный числу Стантона; Q_w — интегральный поток тепла к поверхности тела; $M_i^2 = V_i^2 / (\gamma_i - 1) h_i$.

Введем безразмерное расстояние $\xi = x/l_p$, где l_p — характерный масштаб, имеющий физический смысл длины, на которой приращение скорости движения тела V_1 равно местной скорости звука, $l_p = m(\gamma_1 - 1)h_1/\rho_1 S_1$. Перейдем в уравнении (2.1) к переменной ξ и проинтегрируем его с учетом законов сохранения (2.2) и (2.3).

Получим

$$\frac{dM_1^2}{d\xi} = (2\gamma_1 M_1^2) \left[\eta_4 \sqrt{1 - \zeta_q + \frac{2(1 + \theta_1)}{(\gamma_1 - 1)M_1^2}} - 1 - \frac{1}{\gamma_1 M_1^2} \right]. \quad (2.4)$$

Здесь $\theta_1 = [q - \zeta_q(h_1 - h_w)]h_1^{-1}$, $\eta_4 = (1 + \gamma_4^{-1}M_4^{-2})[1 + 2(\gamma_4 - 1)^{-1}M_4^{-2}]^{-1/2}$.

Зависимость коэффициента η_4 от «хвостового» числа Маха M_4 в диапазоне $1 \leq M_4 < \infty$ незначительна. Например, при $\gamma_4 = 1,3$ коэффициент η_4 находится в интервале $0,64 < \eta_4 < 1$ для всех величин M_4 из этого диапазона; при $M_4 \gg 1$ он практически совпадает с единицей.

При выполнении условия $\eta_4 = \text{const}$ из уравнения (2.4) следует (с точностью до величин $o(M_1^{-2})$) универсальная зависимость безразмерной длины ξ от числа M_4 , начальных условий, коэффициента диссипации полной энергии и числа Маха детонации Чепмена — Жуге, характеризующего горючую смесь:

$$(1 + Z)\gamma_1\xi = (1 - Z)^{-1} \left\{ \ln \left[1 - (1 - Z) \frac{Y_0^2 + 1}{2} \right] - \ln \left[1 - (1 - Z) \frac{Y_1^2 + 1}{2} \right] \right\} + \ln \frac{Y_1}{Y_0}. \quad (2.5)$$

Здесь $Y_i = m_i + \sqrt{m_i^2 + 1}$; $m_i = Z_q M_i / M_\theta$; $Z = Z_q \eta_4^2$; $Z_q = 1 - \zeta_q$; $m_\theta^2 = 2(1 + \theta_1)(\gamma_1 - 1)^{-1}$; $i = 0, 1$; индекс i , равный 0, соответствует течению в начальном сечении трубы, а индекс i , равный 1, — течению в сечении трубы перед телом, движущемуся вместе с ним.

Отметим, что решение (2.5) справедливо для горючей смеси любого состава. Интересно, что диссипативные и волновые потери кинетической энергии, зависящие от нескольких параметров (числа Стантона, коэффициентов сопротивления и т. д.), в данном случае определяются лишь одним универсальным «коэффициентом потерь» Z .

Решение (2.5) может быть записано в функциональном виде:

$$\frac{x}{l_p} = f \left(Z_q \frac{M_0}{M_\theta}; Z_q \frac{M_1}{M_\theta}; Z \right). \quad (2.6)$$

Из решения (2.6) следует, что одинаковые значения приведенных длин ξ можно получить в горючих смесях любого состава, если обеспечить совпадение значений безразмерных параметров $Z_q M_0 / M_\theta$, $Z_q M_1 / M_\theta$, Z .

При малых значениях диссипативных потерь, т. е. при $Z \rightarrow 1$, выражение (2.5) существенно упрощается:

$$2\gamma_1\xi = \frac{Y_1^2 + Y_0^2}{2} + \ln \frac{Y_1}{Y_0}. \quad (2.7)$$

Из выражений (2.5), (2.7) следует, что при $\eta_4 \cong 1$ и $(1 - Z) \ll 1$ потребуется большое количество характерных длин l_p для приближения к предельному значению $[M_1^2 / M_\theta^2]_{\text{max}}$, достигаемому при обращении правой части уравнения (2.4) в нуль:

$$\left[\frac{M_1^2}{M_\theta^2} \right]_{\text{max}} = \frac{Z^2}{Z_q(1 - Z)^2}. \quad (2.8)$$

В случае больших диссипативных потерь кинетической энергии, т. е. при значениях Z , заметно отличающихся от единицы, результирующая сила тяги T будет интенсивно уменьшаться на протяжении нескольких длин l_p .

Из выражения (2.8) следует, что максимальное значение относительной величины Маха разгона тела M_1 / M_θ сильно зависит от того, насколько значения коэффициента потерь Z отличаются от единицы. Значения же Z определяются, в первую очередь, потерями на теплопередачу (т. е. величиной Z_q), поскольку $\eta_4 \cong 1$.

Заметим, что при $T = 0$ и $\zeta_q = C_x = 0$ соотношения (2.1)–(2.3) полностью совпадают с соотношениями на прямом скачке уплотнения. Таким образом, задача об определении предельных значений $M_{1,\max}$ аналогична исследованию прямого скачка с тепловыделением, а задача об определении скорости разгона тела в произвольном сечении канала x — исследованию структуры прямой ударной волны.

Для выяснения пределов существования стационарного квазиодномерного течения в трубе с разгоняемым телом проанализирована полная система баланса потоков массы, импульса и энергии в областях I–IV. Для значения числа Маха M_3 перед разворотом потока на хвостовой части тела получено выражение

$$\gamma_3 M_3^2 = \frac{\gamma_3 + \sqrt{\gamma_3^2 - (\gamma_3^2 - 1)(Z_q + m_1^2)C_\sigma^{-2}}}{1 - \sqrt{\gamma_3^2 - (\gamma_3^2 - 1)(Z_q + m_1^2)C_\sigma^{-2}}}. \quad (2.9)$$

Здесь величины $C_\sigma = 1 - (1 - S_3/S_4)C_x/2 + (S_3/S_4)\gamma_1 M_1^2$ и Z_q задаются без учета потерь на теплопередачу и трение в хвостовой части в области IV.

Из выражения (2.9) следует, что существует характерное значение числа Маха M_J , соответствующее детонации Чепмена — Жуге, ниже которого невозможно стационарное квазиодномерное течение в канале с разгоняемым телом. Значение числа Маха теплового запираания M_J получается при обращении в нуль подкоренного выражения в формуле (2.9)

$$M_J^2 = \frac{(\gamma_3^2 - 1)M_\theta^2}{Z_q + \gamma_3^2(C_\sigma^2 - Z_q)}. \quad (2.10)$$

Исходя из анализа условий сохранения на головной «диффузорной» части тела (в областях I, II) (см. рис. 1) можно получить минимальное «критическое» значение числа $M_{2,\min}$, обеспечивающее запуск диффузора ускорителя, которое определяется соотношением

$$\gamma_1 M_{2,\min}^2 = \frac{2(1 + \gamma_1^{-1}) - S_2/S_1}{1 - (1 - S_2/S_1)C_x/2}. \quad (2.11)$$

Без анализа условий сохранения выражения типа (2.10), (2.11) получить невозможно. С этой проблемой, в частности, столкнулись авторы работ [1; 2, с. 175], где, согласно их утверждению, упрощенная «безэнтропийная» модель «не позволяет рассчитать нижний рабочий предел ускорителя и минимальное число Маха M_1 , при которых можно запустить диффузор».

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-00757).

ЛИТЕРАТУРА

1. Knowlen C., Bruckner A. P., Bogdanoff D. W., Hertzberg A. Performance Capabilities of the Ram Accelerator. N. Y., 1987 (Paper/AIAA, N 87-2152).
2. Херцберг А., Брюкнер А. Г., Богданов Д. У. Прямочный ускоритель: новый способ использования химической энергии для метания снарядов со сверхзвуковыми скоростями // Аэрокосмическая техника. 1988. № 11. С. 171–181.
3. Баргльме Ф. Газодинамика горения / Пер. с нем. М.: Энергоиздат, 1981.

Поступила в редакцию 23/1 1996 г.,
в окончательном варианте — 21/1 1997 г.