

О НЕКОТОРЫХ ТЕЧЕНИЯХ СЖАТИЯ В НЕОССЕСИММЕТРИЧНЫХ
КОЛЬЦЕВЫХ СОПЛАХ

Л. Н. Коротаева, А. Ф. Сидоров

(Свердловск)

Получено обобщение задачи Буземана об установившемся коническом течении сжатия в осесимметричном сопле специального вида на случай некоторых неосесимметричных кольцевых сопел. В построенных течениях присутствуют сильные разрывы, имеющие форму развертывающихся поверхностей (в решении Буземана сильные разрывы имеют форму поверхности кругового конуса).

1. В работе [1] класс пространственных потенциальных двойных волн [2,3,5] был использован для построения течений за нестационарными пространственными ударными волнами постоянной интенсивности. Были поставлены и исследованы некоторые краевые задачи для уравнений двойных волн, в частности задача для стационарного течения типа двойной волны, соответствующего обтеканию сверхзвуковым потоком некоторых пространственных тел, являющихся линейчатыми поверхностями. Система уравнений и начальных данных для этого случая имеет вид [1]

$$\begin{aligned} \theta \Psi'' r + \Psi' \theta (1 + \Psi'^2) - \Psi' [r + \Psi' (\Psi - K)]^2 = 0 \\ \theta = (\gamma - 1) (K\Psi + M - \frac{1}{2}r^2 - \frac{1}{2}\Psi^2) = c^2 \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\Psi(a) = \frac{L}{K}, \quad \Psi'(a) = \frac{L}{Ka} \quad \left(a^2 = A^2 - \frac{L^2}{K^2}, \quad L = AD \right)$$

$$r^2 X_{rr} + q(r) (X_{\varphi\varphi} + r X_r) = 0, \quad q(r) = -\Psi'' r / \Psi'$$

$$X - r X_r = 0, \quad \Phi \left(X_r \cos \varphi - X_\varphi \frac{\sin \varphi}{r}, \quad X_r \sin \varphi + X_\varphi \frac{\cos \varphi}{r} \right) = 0 \quad (1.2)$$

(при $r = a$)

Здесь c — скорость звука; $u_1 = r \cos \varphi$; $u_2 = r \sin \varphi$; $u_3 = \Psi(r)$; u_i — компоненты вектора скорости; γ — показатель адиабаты; D — нормальная скорость ударной волны; A — модуль скорости на ударной волне; K — скорость набегающего потока в системе координат, связанной с обтекаемым телом ($|D| = |K| \sin \alpha$, где α — угол наклона образующих поверхности ударной волны к оси x_3); $X(r, \varphi)$ — функция размещения; $M = \text{const}$ определяется из условий Гюгонио и, наконец, функция Φ определяет положение направляющей линии для поверхности ударной волны (развертывающейся).

В физическом пространстве x_1, x_2, x_3 (x_i — декартовы координаты) течение после нахождения функций Ψ и X восстанавливается по формулам

$$\begin{aligned} x_1 &= X_r \cos \varphi - X_\varphi r^{-1} \sin \varphi - \Psi' \cos \varphi x_3 \\ x_2 &= X_r \sin \varphi + X_\varphi r^{-1} \cos \varphi - \Psi' \sin \varphi x_3 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Нижние индексы у X в (1.1) — (1.3) соответствуют дифференцированию по r, φ .

Функция Ψ , найденная из (1.1), решает ($c X = 0$) задачу об обтекании сверхзвуковым потоком с нулевым углом атаки бесконечного круглого

конуса и хорошо известна. Уравнение для X в (1.2) при $L = AD$ за ударной волной принадлежит к эллиптическому типу, при $r = a$ для него задаются начальные данные.

В данной заметке рассматривается случай $L = -AD$. Оказывается, что в этом случае функция $\Psi(X=0)$ дает решение Буземана [4] для течения сжатия в осесимметричном сопле, когда однородный поток после прохождения конической поверхности слабого разрыва сжимается, а затем, пройдя через конический скачок уплотнения, снова переходит в однородный прямолинейный поток. Покажем, что, выбирая специальным образом функцию X , можно получить некоторые обобщения этого решения. Уравнение для X при этом будет гиперболического типа, а поверхности слабого разрыва ($r = 0, \Psi = \text{const}$) будут соответствовать линиям параболичности (1.2). Для удобства будем в дальнейшем полагать $r \ll 0, K < 0$.

В решении Буземана [4] функция $\Psi(r)$ неоднозначна (фиг. 1), и существует точка $r = r_*$, такая, что $\Psi'(r_*)$ обращается в бесконечность ($\Psi''(r) = 0 [(r - r_*)^{-1/2}]$ в окрестности r_*). Поэтому пользоваться при расчетах уравнениями (1.1), (1.2) неудобно, так как и функция $X(r, \varphi)$ также получается неоднозначной, а коэффициент $q(r)$ обращается в точке r_* в бесконечность. Переидем в (1.1) — (1.3) к независимым переменным Ψ, φ .

В результате получим систему

$$rr'' = 1 + r'^2 - \frac{1}{\theta} (\Psi - K + rr')^2 \quad (1.4)$$

$$X_{\Psi\Psi} + f(\Psi) X_{\varphi\varphi} = 0 \quad (1.5)$$

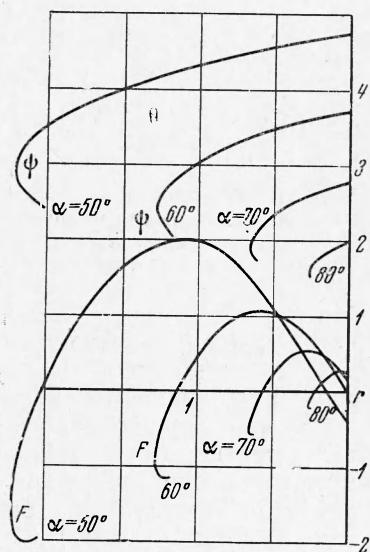
$$x_1 = (X_\Psi - x_3) \frac{\cos \varphi}{r'} - X_\varphi \frac{\sin \varphi}{r}, \quad x_2 = (X_\Psi - x_3) \frac{\sin \varphi}{r'} + X_\varphi \frac{\cos \varphi}{r} \quad (1.6)$$

Здесь $f(\Psi) = r''/r$, штрихи соответствуют дифференцированию r по Ψ . Из свойств функции $r(\Psi)$ вытекает [4], что $r'' > 0$, и, следовательно, $f(\Psi) < 0$ везде, а уравнение (1.5) в области волны сжатия гиперболического типа ($f(\Psi) \rightarrow -\infty$ при $r \rightarrow 0$). В точке, соответствующей $r = r_*$, $f(\Psi)$ уже не имеет особенности. Однако формулы (1.6) содержат особенность при $r = r_*$, так как r' обращается в нуль. Можно показать, что эта особенность устранима в том смысле, что вдоль произвольной линии тока, определяемой из уравнений

$$\frac{dx_1}{r \cos \varphi} = \frac{dx_2}{r \sin \varphi} = \frac{dx_3}{\Psi - K} \quad (1.7)$$

выражение $B = r'^{-1} (X_\Psi - x_3)$ в окрестности r_* для конечных $x_3(\Psi)$ ограничено, т. е. функции $x_1(\Psi)$ и $x_2(\Psi)$ не стремятся к бесконечности при $\Psi \rightarrow \Psi^*$ ($\Psi^* = \Psi(r_*) \neq 0$) (в качестве независимой переменной на линии тока выбираем Ψ).

Будем предполагать при этом, что в окрестности Ψ^* (для всех φ) частные производные X по Ψ и φ до второго порядка включительно непрерывны.



Фиг. 1

Все линии параболичности $x_1 = \text{const}$ и $x_2 = \text{const}$ в окрестности r_* параллельны линии $\Psi = \text{const}$.

Следовательно, в окрестности r_* имеем

$$x_1 = C_1 \Psi + D_1, \quad x_2 = C_2 \Psi + D_2 \quad (1.8)$$

$$C_1 = \frac{x_1 - D_1}{\Psi}, \quad C_2 = \frac{x_2 - D_2}{\Psi} \quad (1.9)$$

Поскольку x_1 и x_2 непрерывны в окрестности r_* , то C_1 и C_2 непрерывны в окрестности r_* , а значит, в окрестности r_* имеем

$$x_1 = C_1 \Psi + D_1, \quad x_2 = C_2 \Psi + D_2 \quad (1.10)$$

Поскольку x_1 и x_2 непрерывны в окрестности r_* , то C_1 и C_2 непрерывны в окрестности r_* , а значит, в окрестности r_* имеем

$$x_1 = C_1 \Psi + D_1, \quad x_2 = C_2 \Psi + D_2 \quad (1.11)$$

Поскольку x_1 и x_2 непрерывны в окрестности r_* , то C_1 и C_2 непрерывны в окрестности r_* , а значит, в окрестности r_* имеем

$$x_1 = C_1 \Psi + D_1, \quad x_2 = C_2 \Psi + D_2 \quad (1.12)$$

Поскольку x_1 и x_2 непрерывны в окрестности r_* , то C_1 и C_2 непрерывны в окрестности r_* , а значит, в окрестности r_* имеем

$$x_1 = C_1 \Psi + D_1, \quad x_2 = C_2 \Psi + D_2 \quad (1.13)$$

Дифференцируя вдоль (1.7) соотношения (1.6) и составляя комбинацию $\sin \varphi dx_1 - \cos \varphi dx_2 = 0$, получим

$$(r^{-2} X_\varphi r' - X_{\varphi\psi} r^{-1}) d\Psi - G d\varphi = 0, \quad G = B + r^{-1} X_{\varphi\varphi} \quad (1.8)$$

$$dx_1 = \cos \varphi (dB - X_\varphi r^{-1} d\varphi), \quad dx_2 = \sin \varphi (dB - X_\varphi r^{-1} d\varphi) \quad (1.9)$$

Из (1.7), (1.9) для B получаем следующее дифференциальное уравнение вдоль линий тока:

$$dB = \frac{r}{\Psi - K} dx_3 + \frac{X_\varphi}{r} d\varphi \quad (1.10)$$

Интегрируя по Ψ (1.10) в любом промежутке (Ψ_0, Ψ) (из области непрерывности частных производных X), не содержащем Ψ^* , получаем

$$B(\Psi) = \int_{\Psi_0}^{\Psi} \left(\frac{r}{\Psi - K} dx_3 + \frac{X_\varphi}{r} d\varphi \right) + B(\Psi_0) \quad (1.11)$$

Отсюда и вытекает, что $B(\Psi) \rightarrow B^* < \infty$ при $\Psi \rightarrow \Psi^*$, так как ограниченность $d\varphi / d\Psi$ следует из (1.8) при $|G| \geq q_0 > 0$, $g_0 = \text{const}$ (если это неравенство не выполняется в окрестности Ψ^* и $G^* = G(\Psi^*) = 0$, то ограниченность B очевидна).

Рассмотрим теперь поведение решений (1.2) в окрестности $r = 0$ ($\Psi(0) = \Psi^* \neq 0$). Исследование удобнее вести в переменных r, φ . Для того, чтобы течение типа стационарной двойной волны примыкало при $r = 0$ через поверхность слабого разрыва к области постоянного движения $r \equiv 0, \Psi \equiv \Psi^*$, необходимо, чтобы в формулах (1.3), определяющих при $r = 0$ форму слабого разрыва, $l(\varphi) = \lim X_\varphi / r$ при $r \rightarrow 0$ была непрерывной функцией, и, следовательно, $X_\varphi(0, \varphi) = 0$. Гарантировать заранее выполнение этого условия для всех решений (1.2) нельзя. Действительно, будем решать задачу с начальными данными при $r = a$ для (1.2) методом Фурье. Полагая $X = \Phi(\varphi)F(r)$, будем иметь

$$\Phi'' + \lambda\Phi = 0 \quad (1.12)$$

$$r^2 F'' + q(r) (rF' - \lambda F) = 0 \quad (1.13)$$

Из свойств функции $\Psi(r)$ следует, что при малых r величины $\Psi''(0)$ и $\Psi'(0)$ конечны и

$$q(r) = q_0 r + o(r), \quad q_0 < 0$$

($\Psi'(0) \neq 0$). Тогда из (1.13) в окрестности $r = 0$ получим следующее вырожденное гипергеометрическое уравнение:

$$rF'' + q_0 rF' - q_0 \lambda F = 0 \quad (1.14)$$

с особой точкой $r = 0$. Два линейно независимых решения (1.14) имеют вид [6]

$$F_1(r) = r \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(1-\lambda) \cdots (k-\lambda)}{(k+1) k!^2} (-q_0)^{k+1} r^k \quad (1.15)$$

$$F_2(r) = \ln r F_1(r) + \sum_{k=0}^{\infty} a_k r^k \quad (a_0 \neq 0)$$

Таким образом, в качестве решения с $F(0) = 0$ годится только $F_1(r)$ и, следовательно, для уравнения (1.13) необходимо решать краевую задачу Штурма — Лиувилля

$$F(0) = 0, \quad F(a) - aF'(a) = 0 \quad (1.16)$$

а λ — собственные числа этой задачи.

Для исследования спектра задачи введем в качестве независимой переменной $z = \Psi^\circ - \Psi$. Полагая $F(r) = F[r(\Psi^\circ - z)] = E(z)$, из (1.13), (1.16) получаем следующую краевую задачу:

$$\begin{aligned} E''(z) + \lambda z^{-1} \delta(z) E(z) &= 0 \\ E(0) = 0, \quad E(z_a) + LK^{-1}E'(z_a) &= 0 \end{aligned} \quad (1.17)$$

Здесь функция $\delta(z) = -r''r^{-1}(\Psi^\circ - \Psi) > 0$ непрерывна на $[0, z_a]$; ($\delta(z) > 0$; при этом функция $\delta(z) \rightarrow r''(0)\Psi'(0)$ при $z \rightarrow 0$, $z_a = \Psi^\circ - L/K > 0$).

Обычными методами [7] теперь легко установить, что все собственные числа λ поставленной краевой задачи неотрицательны, их бесконечное число и для них справедливы обычные асимптотические формулы.

Итак, не всякое решение задачи Коши для (1.2) с данными на $r = a$ можно продолжить до $r = 0$. При произвольно заданной функции Φ в (1.2) решение в окрестности $r = a$ определяется единственным образом и до $r = 0$, вообще говоря, непродолжимо. Но при некоторых специальных функциях Φ , т. е. при некоторых специальных формах ударной волны, решение для $r \in [0, a]$ можно построить. Действительно, найдя собственные функции $F_\lambda(r)$, можно искать такие решения (1.2) в виде

$$X(r, \varphi) = \sum_{\lambda} (c_{\lambda} \cos \sqrt{\lambda} \varphi + d_{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} \varphi) F_{\lambda}(r) \quad (1.18)$$

где коэффициенты c_{λ}, d_{λ} произвольны.

Однако для того, чтобы построить физически осмысленное решение, необходимо убедиться еще, что в области течения между ударной волной и поверхностью слабого разрыва нет предельных линий и, следовательно, линии тока не имеют точек возврата. В следующем пункте построен конкретный пример течения сжатия в сопле специальной формы с кольцеобразным сечением и тем самым показано, что класс течений (1.18), продолжимых до $r = 0$ с $X \not\equiv 0$ и без предельных линий, непуст.

2. Попытаемся построить течение сжатия в неосесимметричном сопле со скачком уплотнения, форма которого не является круговым конусом, так, чтобы $\varphi \in [0, 2\pi]$ и плоскости $x_1 = 0$ и $x_2 = 0$ были плоскостями симметрии течения.

Из условий симметрии течения $X_{\varphi}(\Psi, 0) = X_{\varphi}(\Psi, \frac{1}{2}\pi) = 0$ сразу же вытекает, что функции $\Phi(\varphi)$ должны иметь вид

$$\Phi_k(\varphi) = \cos 2k\varphi, \quad k = 1, 2, \dots$$

Такие решения возможны не для произвольных начальных данных в (1.1), (1.2), так как в этом случае $4k^2$ должно быть собственным числом уравнения (1.13). Заметим, что можно было бы не требовать симметрии течения относительно плоскостей $x_1 = 0, x_2 = 0$, но и тогда, если $\varphi \in [0, 2\pi]$, из условия 2π -периодичности $X(\Psi, \varphi)$ по φ вытекало бы, что в (1.12) $\lambda = n^2$, где n — целое, и, следовательно, не всякое течение в сопле с замкнутым сечением, вообще говоря, продолжимо до $r = 0$.

Чтобы получить нетривиальное решение (1.13) с четным λ , зададим постоянные параметры течения на выходе из сопла и попробуем подобрать угол наклона образующих поверхности ударной волны α так, чтобы $\lambda = 4$ было собственным числом. Отметим, что система обыкновенных уравнений (1.1), (1.13) не интегрируется к квадратурам, и поэтому пригодимые далее результаты получены в основном путем численных расчетов на ЭВМ.

На фиг. 1 приведены графики $\Psi(r)$ и $F_4(r)$ для $\alpha = 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$. Параметры однородного течения на выходе сопла для газа с уравнением состояния $p = 3.98\rho^{1.4}$ были приняты такие:

$$c = 3.751, -K = 3$$

Здесь — K — скорость потока на выходе. Соответствующие функции $f(\Psi)$ изображены на фиг. 2. Таким образом, численные расчеты показывают, что существуют специальные начальные данные с $\alpha = \alpha^\circ$ такие, что $\lambda = 4$ будет собственным числом (1.13). Рассмотрим далее простейший вид функции X

$$X = bF_4(r) \cos 2\varphi \quad (2.1)$$

берем одну гармонику в разложении для X для специальных данных (считаем, что $F_4(a) = a$, $F_4'(a) = 1$ в соответствии с (1.16), b — числовой параметр). Покажем, что при помощи X из (2.1) можно построить течение в некотором кольцевом сопле «в целом».

Поверхность ударной волны будет для X из (2.1) определяться уравнениями (см. (1.6))

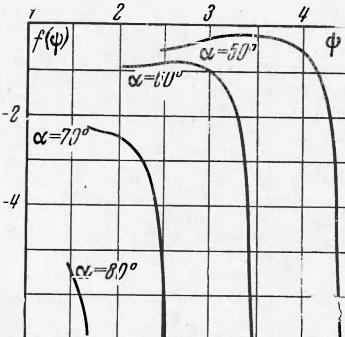
$$\begin{aligned} x_1 &= b \cos 2\varphi \cos \varphi + 2b \sin 2\varphi \sin \varphi + \operatorname{tg} \alpha^\circ \cos \varphi x_3 \\ x_2 &= b \cos 2\varphi \sin \varphi - 2b \sin 2\varphi \cos \varphi + \operatorname{tg} \alpha^\circ \sin \varphi x_3 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x_3 = \text{const}$ для достаточно больших x_3 имеет эллипсообразный вид, а образующие ее наклонены к оси x_3 под углом α° . Ясно, что эту поверхность нельзя продолжить регулярным образом так, чтобы направляющая линия при уменьшении x_3 выродилась в некоторую незамкнутую кривую или точку. Поэтому при построении течений выберем два сечения $x_3 = A_1, x_3 = A_2$ ($A_1 < A_2$) и из всех точек кривых, полученных в пересечении этих плоскостей с поверхностью (2.2), проведем линии тока, которые и будут образовывать стенки сопла. Аналогично нужно поступать и в общем случае (1.18), так как развертывающуюся поверхность, на которой имеется замкнутая направляющая линия произвольной формы, а образующие имеют одинаковый наклон к некоторой оси, нельзя, вообще говоря, продолжить регулярно так, чтобы направляющая выродилась в точку (как в случае кругового конуса) или незамкнутую кривую, и поверхность эта разбивала бы все пространство на две части.

Для построения течения без предельных линий необходимо, чтобы вдоль произвольной линии тока из области течения $dx_3 / d\Psi$ не обращалась в нуль.

Действительно, из (1.7) — (1.9) вдоль линии тока будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{dx_3}{d\Psi} &= \frac{(r'X_{\psi\psi} - X_\psi r'' + x_3 r'')^2 + r'^2 r'' r^{-1} (X_{\psi\varphi} - X_\varphi r' r^{-1})^2}{r' (r'X_{\psi\psi} - X_\psi r'' + x_3 r'') (\Psi - K + rr')} (\Psi - K) \quad (2.3) \\ \frac{d\varphi}{d\Psi} &= \frac{r' r'' r^{-1} (X_{\psi\varphi} - X_\varphi r' r^{-1})}{r' X_{\psi\psi} - r'' (X_\psi - x_3)} \end{aligned}$$



Фиг. 2

а из (1.6) для якобиана $I = d(x_1, x_2)/d(\Psi, \varphi)$ получим

$$J = -r'^{-3}r''^{-1} [(r'X_{\psi\psi} - X_\psi r'' + x_3 r'')^2 + r'^2 r'' r^{-1} (X_{\psi\psi} - X_\psi r' r^{-1})^2] \quad (2.4)$$

и, следовательно,

$$\frac{dx_3}{d\Psi} = -J r'^2 r'' (r'X_{\psi\psi} - X_\psi r'' + x_3 r'')^{-1} (\Psi - K + rr')^{-1} (\Psi - K)$$

После нахождения $x_3(\Psi)$ и $\varphi(\Psi)$ из (2.3) $x_1(\Psi)$ и $x_2(\Psi)$ определяются из (1.6). Проинтегрировать в квадратурах систему (2.3) и исследовать J для X из (2.1) аналитически при произвольных φ не удается. Однако для оценки величины A_1 можно рассмотреть случаи $\varphi \equiv 0$ и $\varphi \equiv \frac{1}{2}\pi$. Оказывается, если A_1 такое, что при $\varphi = 0$ и $\varphi = \frac{1}{2}\pi$ и $\Psi \in [\Psi(a), \Psi^\circ]$, $dx_3/d\Psi < 0$, то непосредственные расчеты показывают удовлетворение условия $dx_3/d\Psi < 0$ и для всех остальных линий тока с $d\varphi/d\Psi \neq 0$ из (2.3).

Из (2.3), (1.6) следует, что при $\varphi \equiv 0$ линия тока будет лежать в плоскости $x_2 = 0$; для X из (2.1) при помощи (1.7) — (1.9) получим

$$\begin{aligned} \frac{dB}{d\Psi} \left(\frac{\Psi - K}{r} + r' \right) + \\ + r'' B - b F_{\psi\psi} = 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

(индекс 4 у F здесь и далее опущен). Полагая в (2.5)

$$\begin{aligned} P(\Psi) = \frac{r'' r}{\Psi - K + rr'} < 0 \\ Q(\Psi) = \frac{-br F_{\psi\psi}}{\Psi - K + rr'} \end{aligned} \quad (2.6)$$

где $P(\Psi)$ и $Q(\Psi)$ ограничены, для $\Psi \in [\Psi_a, \Psi^\circ]$ ($\Psi(a) = \Psi_a$) интеграл (2.5) запишем в виде

$$B(\Psi) = \exp \left(- \int_{\Psi_a}^{\Psi} P d\Psi \right) \left[B(\Psi_a) - \int_{\Psi_a}^{\Psi} Q \exp \left(\int_{\Psi_a}^{\Psi} P d\Psi \right) d\Psi \right] \quad (2.7)$$

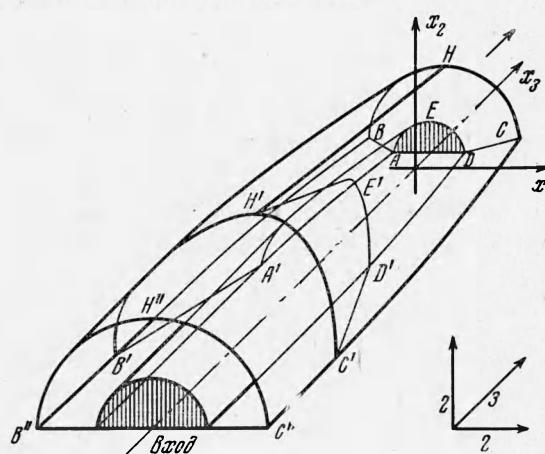
Отсюда, используя соотношения

$$B(\Psi_a) = \frac{L}{Ka} \left(b \frac{K a}{L} - A_1 \right), \quad \frac{dx_3}{d\Psi} = \frac{dB}{d\Psi} \frac{\Psi - K}{r}$$

легко получаем, что неравенство $dx_3/d\Psi < 0$ вдоль линии тока выполняется при условии

$$A_1 > \max_{\Psi} \left\{ \frac{Ka}{L} \left[- \int_{\Psi_a}^{\Psi} Q \exp \left(\int_{\Psi_a}^{\Psi} P d\Psi \right) d\Psi + \frac{Q}{P} \exp \left(\int_{\Psi_a}^{\Psi} P d\Psi \right) + b \right] \right\} \quad (2.8)$$

(Знаки $dx_3/d\Psi$ и $dB/d\Psi$ противоположны.)



Фиг. 3

Аналогично, для $\varphi = 1/2\pi$ (линии тока лежат в плоскости $x_1 = 0$) получим условие

$$A_1 > \max_{\Psi} \left\{ \frac{K_a}{L} \left[\int_{\Psi_a}^{\Psi} Q \exp \left(\int_{\Psi_a}^{\Psi} P d\Psi \right) d\Psi - \frac{Q}{P} \exp \left(\int_{\Psi_a}^{\Psi} P d\Psi \right) + b \right] \right\} \quad (2.9)$$

Ясно, что A_1 , удовлетворяющее условиям (2.8) и (2.9), найдется, так как Q/P — ограниченная функция для $\Psi \in [\Psi_a, \Psi^\circ]$ и $F_{\Psi\Psi}$ также ограничена.

На фиг. 3 изображена картина течения в верхней части $x_2 \geq 0$ кольцевого сопла с X из (2.1) для следующих значений параметров:

$$\alpha = 60^\circ, p = 3.98 \rho^{1.4}, -K = 3, c = 3.741, b = 0.2$$

Рассчитанные значения параметров потока в сопле такие:

$$a = -1.163, \Psi(a) = 2.014, c(a) = 3.241, \Psi^\circ = 3.679$$

$$c(0) = 2.623, A_1 = 1.732, A_2 = 3.732$$

Торцы вырезанной части сопла заштрихованы. Прямолинейный поток, пройдя поверхность слабого разрыва $A'E'D'C'H'B'$, начинает плавно сжиматься и затем после ударного сжатия на поверхности $AEDCHB$ вновь становится прямолинейным. Отношение плотностей на входе и выходе равно 0.18.

Линии $B'H'C'$ и $A'E'D'$, на которые натянута поверхность слабого разрыва представляют собой некоторые пространственные кривые, образованные концами линий тока при $r = 0$. Участки линий тока $B''B'$, $H''H'$, $C''C'$ прямолинейны. Кривые BHC и AED соответствуют пересечению ударной волны с плоскостями $x_3 = A_2$ и $x_3 = A_1$.

Поступила 8 VIII 1968

ЛИТЕРАТУРА

- Сидоров А. Ф. О скачках уплотнения в пространственных течениях с вырожденным годографом. ПММ, 1964, т. 28, вып. 3.
- Рыжов О. С. О течениях с вырожденным годографом. ПММ, 1957, т. 21, вып. 4.
- Сидоров А. Ф. О нестационарных потенциальных движениях политропного газа с вырожденным годографом. ПММ, 1959, т. 23, вып. 5.
- Кочин Н. Е., Кibel' И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, ч. 2. М., Гостехтеориздат, 1952.
- Никольский А. А. О классе адиабатических течений газа, которые в пространстве годографа скорости изображаются поверхностями. В сб. теоретических работ по аэродинамике. М., Оборонгиз, 1957.
- Уиттакер Е. Т., Батсон Г. Н. Курс современного анализа, ч. 2, М., Гостехтеориздат, 1934.
- Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. Изд. 3, М.—Л., Гостехтеориздат, 1951, т. I.