

УДК 532.5

## УВЕЛИЧЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СИСТЕМЫ ПРОВОДЯЩИХ ИГОЛЬЧАТЫХ РЕБЕР КВАДРАТНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Л. К. Саху, М. К. Роул\*, Р. К. Свен\*\*

Институт образования и технологий Ганди, Бхубанешвар, Индия

\* Институт передовых технологий Ганди, Бхубанешвар, Индия

\*\* Технологический институт им. Индиры Ганди, Саранг, Индия

E-mails: sahu.laxman10@gmail.com, mkroul@gmail.com, ranjanigit@yahoo.com

С использованием уравнений Навье — Стокса и уравнения теплопроводности выполнено численное моделирование теплопереноса за счет естественной конвекции от вертикальной изотермической пластины с игольчатыми ребрами. Определено среднее число Нуссельта при различном положении игольчатых ребер на пластине. Установлено, что среднее число Нуссельта увеличивается с увеличением отношения высоты ребра к его толщине и уменьшается с увеличением угла наклона ребер к пластине. Показано, что для рассмотренных параметров задачи при расположении ребер на пластине рядами, выровненными по горизонтали и вертикали, и при их расположении в шахматном порядке значения среднего числа Нуссельта практически не различаются. Получена формула для вычисления среднего значения числа Нуссельта при различных расстояниях между ребрами в направлении потока, а также при различных значениях отношения длины ребра к его толщине и различных углах наклона ребер к пластине.

**Ключевые слова:** теплоперенос, естественная конвекция, радиатор в форме пластины с игольчатыми ребрами.

DOI: 10.15372/PMTF20170618

**Введение.** Интенсивность теплопереноса от нагретых поверхностей можно увеличить, располагая на них игольчатые ребра. Естественная конвекция является удобным и выгодным способом охлаждения нагретых поверхностей с помощью окружающей их жидкости. Радиаторы с игольчатыми ребрами широко используются в различных технических устройствах, в которых имеют место процессы испарения и конденсации (в трубах с горячей водой и паром, холодильниках, системах, предназначенных для осуществления химических реакций, электропроводах, распылителях, ядерных реакторах, накопителях солнечной энергии и т. п.). Поэтому исследование естественной конвекции вблизи ребренных радиаторов представляет практический интерес. В ряде работ приведены результаты аналитических и численных исследований естественной конвекции вблизи прямоугольных пластин с игольчатыми ребрами. Также проводятся исследования распределения температуры на ребренных поверхностях.

Игольчатые ребра являются выступами на пластине, между которыми течет жидкость. Геометрия таких ребер определяется их формой, высотой, толщиной, отношением толщины к высоте. Ребра могут располагаться на пластине в шахматном порядке либо рядами, выровненными по вертикали и горизонтали.

Задача о теплопереносе вблизи оребренной пластины включает задачу о теплопроводности и задачу о конвекции. Эффективным методом решения этой задачи является численный метод. Поскольку оребренные пластины используются для увеличения интенсивности теплопереноса, при решении задачи о конвекции вблизи таких пластин необходимо учитывать теплопроводность ребер.

В работе [1] аналитически исследованы тепловые характеристики радиационно-конвективного потока между ребрами различной формы. Установлено, что при наличии проницаемых ребер интенсивность теплового потока существенно больше, чем в случае жестких ребер, при увеличении числа проницаемых ребер число Нуссельта увеличивается, в то время как при увеличении числа жестких ребер увеличения числа Нуссельта не происходит. В работе [1] для упрощения анализа предполагалось, что ребра изготовлены из высокотеплопроводного материала, сравнение полученных результатов с экспериментальными данными не проводилось. В работе [2] показано, что при использовании каналов с пазами интенсивность теплового потока больше, чем при использовании гладких каналов. В работе [3] представлены результаты экспериментального исследования переноса тепла в результате естественной конвекции от нагретого горизонтального цилиндра с продольными ребрами, выполненными в виде пластин, и определены количественные характеристики теплового потока при наличии пористой среды и при ее отсутствии. Обнаружено, что при использовании трубок из вспененного углерода число Нуссельта в 2,5 раза больше, чем при использовании трубок из чистой меди. Оптимальная форма круговых ребер, установленных на трубках испарителя, определена в работе [4]. В [5] экспериментально исследовалась скорость теплового потока от прямоугольных пластин с круговыми и удлиненными вырезами. Показано, что скорость теплового потока от пластин с удлиненными вырезами больше, чем от пластин с круговыми вырезами, но в этом случае происходит уменьшение давления. В [6] на основе результатов численного анализа установлено, что при использовании пористого материала происходит увеличение интенсивности теплового потока и давления. В [7] изучалась естественная конвекция в открытой полости. Обнаружено, что скорость теплового потока от нагретых поверхностей увеличивается при наличии на них ребер. В [8] предложена эмпирическая модель, позволяющая определить тепловые характеристики массива ребер различной геометрии в широком диапазоне значений числа Рэлея. В [9] с использованием численных методов исследован теплоперенос от оребренной сферы в случаях ламинарного ( $10^5 \leq Ra \leq 10^8$ ) и турбулентного ( $10^{10} \leq Ra \leq 10^{12}$ ) потоков при различных значениях отношения высоты ребер  $H$  к диаметру сферы  $D$  ( $0,017 < H/D < 0,200$ ) и различных отношениях расстояния между ребрами  $P$  к диаметру сферы  $D$  ( $0,131 < P/D < 0,393$ ). Установлено, что в случае ламинарного потока при увеличении числа расположенных на сфере проводящих алюминиевых ребер число Нуссельта уменьшается, а в случае турбулентного потока от сферы — увеличивается. При увеличении числа непроводящих ребер как в случае ламинарного потока, так и в случае турбулентного потока число Нуссельта уменьшается. Число Нуссельта увеличивается с увеличением высоты проводящих ребер, установленных на сфере, и уменьшается с увеличением высоты непроводящих ребер. Получена зависимость числа Нуссельта от различных параметров при переносе тепла от оребренной сферы вследствие естественной конвекции.

В данной работе исследуется перенос тепла от пластины вследствие ламинарной естественной конвекции при числах Грасгофа  $Gr \approx 9 \cdot 10^8$ . Получена зависимость числа Нус-

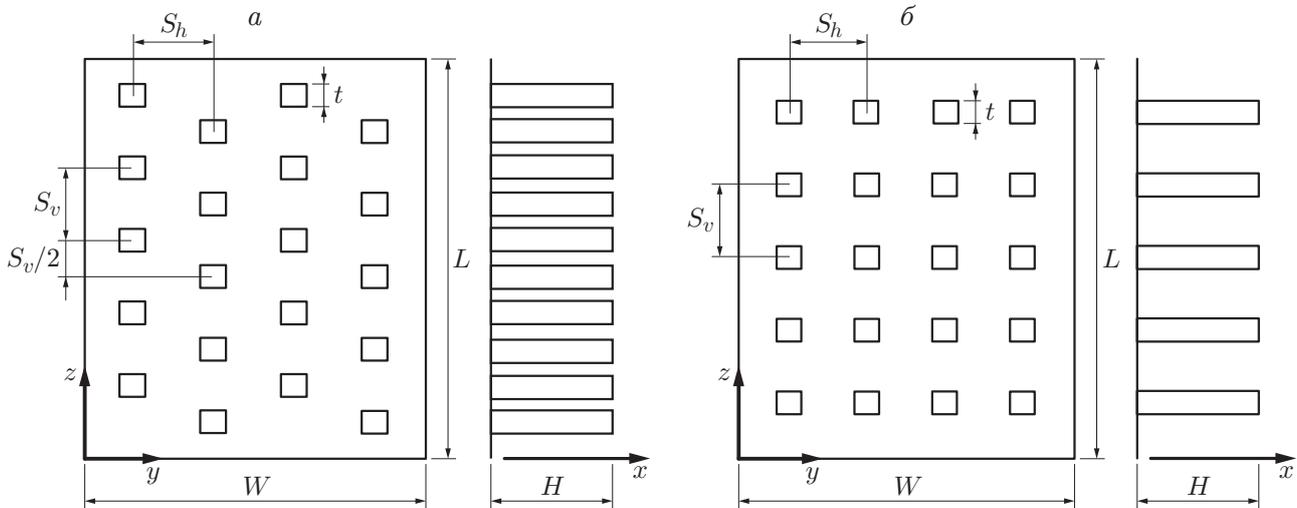


Рис. 1. Пластина с расположенной на ней системой проводящих игольчатых ребер:  
 а — шахматный порядок расположения, б — расположение рядами, выровненными по вертикали и горизонтали

сельта от параметров (характеристик) установленных ребер, позволяющая определить коэффициент увеличения интенсивности теплового потока при различных вариантах расположения ребер.

**1. Физическая постановка задачи.** Исследуется вертикальная пластина высотой 0,7 м и шириной 0,6 м с расположенной на ней системой проводящих игольчатых ребер. Рассматриваются случаи расположения ребер на пластине в шахматном порядке (рис. 1, а) и рядами, выровненными по горизонтали и вертикали (рис. 1, б).

При численном моделировании использовались следующие геометрические параметры рассматриваемой системы: высота ребер  $H = 6, 12, 18, 24, 30$  мм, расстояние между ребрами по вертикали  $S_v = 100, 116, 140, 175, 233$  мм, расстояние между ребрами по горизонтали  $S_h = 100, 120, 150, 200$  мм, угол наклона ребер  $\theta = 45, 60, 75, 90^\circ$ , толщина ребер  $t = 6$  мм, число ребер в направлении потока  $N_x = 2, 3, 4, 5, 6$ , число ребер поперек потока  $N_z = 2, 3, 4, 5$ .

**2. Математическая постановка задачи.** Математическая формулировка задачи включает следующие уравнения:

— уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (u_i) = 0;$$

— уравнение сохранения количества движения

$$\frac{D}{Dt} (\rho u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + (\rho - \rho_\infty) g_i,$$

где  $\mu$  — динамическая вязкость жидкости;  $p = p_s + \rho_\infty g z$  (давление в жидкости изменяется, поскольку плотность  $\rho$  в выражении для сил плавучести  $(\rho - \rho_\infty) g_i$  зависит от температуры);  $p_s$  — статическое давление в жидкости;

— уравнение теплопроводности жидкости

$$\frac{D}{Dt} (\rho c_p T) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( k_l \frac{\partial T}{\partial x_i} \right)$$

( $k_l$  — теплопроводность жидкости);

— уравнение теплопроводности для ребер

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) = 0.$$

Решается трехмерная задача.

В точках пластины, свободных от ребер, теплопроводность вычисляется по формуле

$$h_y = -k_l \frac{1}{T_w - T_\infty} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x=0},$$

локальное число Нуссельта — по формуле

$$\text{Nu}_y = \frac{h_y}{k_l} = -\frac{y}{T_w - T_\infty} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x=0}.$$

В точках пластины, находящихся под основаниями ребер, теплопроводность определяется по формуле

$$h_y = -k_m \frac{1}{T_w - T_\infty} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x=0},$$

локальное число Нуссельта — по формуле

$$\text{Nu}_y = -\frac{k_m y}{k_l (T_w - T_\infty)} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x=0}.$$

Для пластины с ребрами среднее число Нуссельта вычисляется по формуле

$$\bar{\text{Nu}} = \frac{\bar{h}L}{k_l} = \frac{q_{pf}}{k_l (T_w - T_\infty)},$$

где  $q_{pf}$  — плотность теплового потока от пластины с ребрами:

$$q_{pf} = q_p + q_f,$$

$q_p$  — плотность теплового потока от пластины:

$$q_p = -k_l \int_{y_1}^{y_2} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} dy,$$

$q_f$  — плотность теплового потока от ребер. Для ребер, перпендикулярных пластине,

$$q_f = -k_m \int_{y_0}^{y_1} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} dy,$$

для ребер, образующих угол с пластиной,

$$q_f = -k_m \sin^2 \theta \int_{y_0}^{y_1} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} dy$$

( $k_m$  — теплопроводность металла).

Определив поток тепла от пластины, можно вычислить среднее число Нуссельта для пластины.

2.1. *Краевые условия и расчетная область.* На рис. 2 представлены пластина с расположенными на ней ребрами и расчетная область, имеющая форму параллелепипеда.

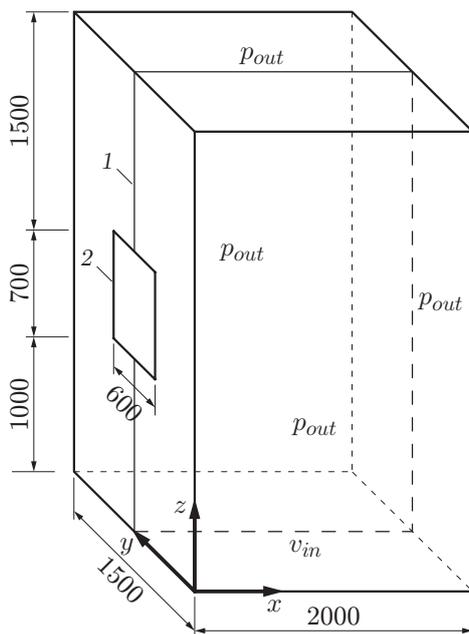


Рис. 2. Краевые условия и расчетная область:

1 — плоскость симметрии, 2 — нагреваемая пластина

В расчетной области определяются скорость потока и распределение температуры. На поверхности пластины задаются температура  $T_w = 325$  К и условия непротекания для скорости. Температура окружающей среды равна 300 К. На нижней границе расчетной области задаются компоненты вектора скорости ( $V_z = 10^{-4}$  м/с, остальные компоненты вектора скорости равны нулю). Малое значение скорости, задаваемое на входе, позволяет улучшить сходимость численного алгоритма и не вносит возмущений в естественную конвекцию вблизи пластины. Температура на входе равна 300 К. На боковых и верхней границах расчетной области задается давление. На границе, на которой расположена пластина, ставятся условия симметрии, так как на обеих сторонах пластины расположение ребер идентичное.

Для ребер решается уравнение теплопроводности. На нижнем основании ребра задана температура. Боковая поверхность и верхнее основание ребра находятся в окружающей жидкости. Вследствие кондуктивного теплообмена тепло от ребер поступает в соседние ячейки. Это явление известно как сопряженный теплоперенос. С использованием уравнения теплового баланса можно вычислить температуру в ячейках, примыкающих к ребрам. Процедура вычисления сопряженного теплопереноса, включенная в пакет программ Fluent, позволяет вычислить температуру ребер и окружающей жидкости, поэтому отсутствует необходимость задавать на боковых поверхностях ребер какие-либо специальные краевые условия.

Для того чтобы выбрать оптимальные размеры расчетной области и количество узлов, проведена предварительная серия расчетов. Результаты расчетов сравнивались с экспериментальными данными. Поскольку длина пластины оказалась больше длины, полученной в двумерных расчетах, потребовалось изменить шахматный порядок расположения ребер. Однако при исследовании теплопереноса длина пластины может быть существенна только в случае ламинарного потока. Численное решение получено для числа Прандтля  $Pr = 0,71$  и чисел Рэлея в диапазоне  $Ra = 10^7 \div 10^8$ .

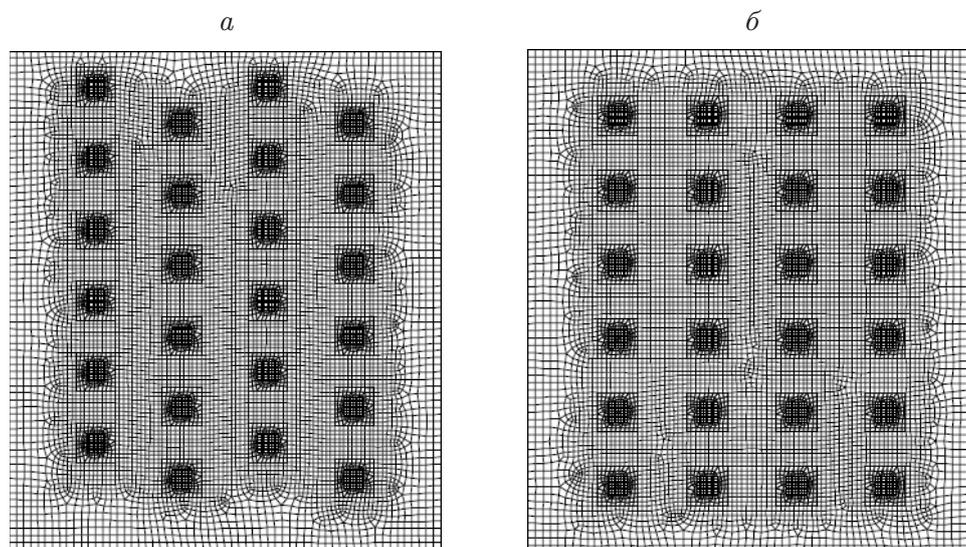


Рис. 3. Расчетная сетка:

*a* — шахматный порядок расположения ребер, *б* — расположение рядами, выровненными по вертикали и горизонтали

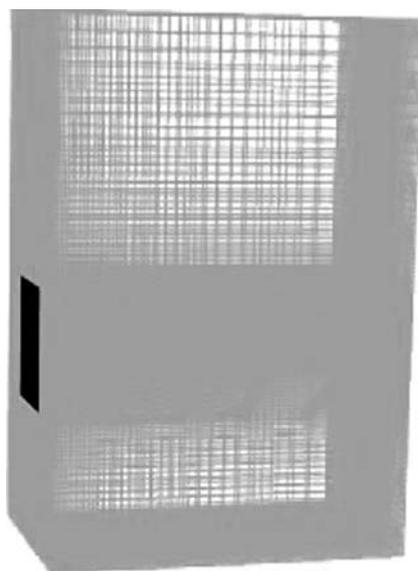


Рис. 4. Сетка во всей расчетной области

*2.2. Построение расчетной сетки.* На рис. 3, 4 приведены расчетные сетки в случае расположения шести ребер по вертикали и четырех ребер по горизонтали. Ячейки расчетной сетки имеют форму четырехугольников. Для повышения точности расчетов ячейки выстраивались таким образом, чтобы они имели форму, близкую к форме прямоугольников, во всей расчетной области. Минимальный размер ячеек, расположенных вблизи пластины, составлял  $0,75 \times 0,75 \times 0,75$  мм. Такой размер имели ячейки, расположенные на расстоянии от пластины, приблизительно равном восьми минимальным размерам ячейки. В случае ребер высотой 24 мм это расстояние составляло приблизительно 18 минимальных размеров ячейки. По мере удаления от пластины размеры ячеек увеличивались. Тестирование размера сетки проведено при вычислении среднего числа Нуссельта. Расчетная сетка во всей

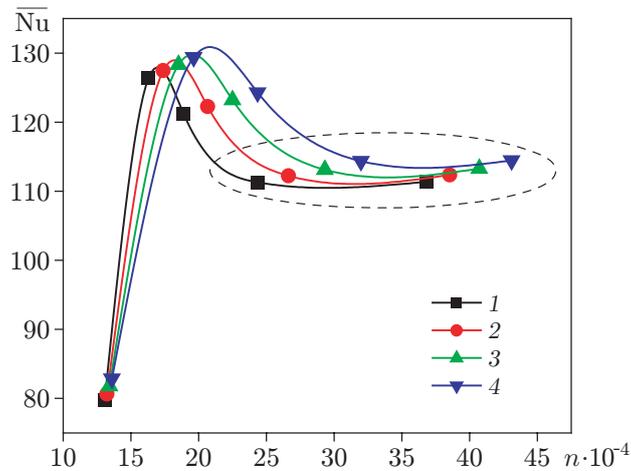


Рис. 5. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа ячеек в случае расположения ребер в шахматном порядке ( $S_v/L = S_h/W = 0,2$ ):  
1 —  $H/t = 2$ , 2 —  $H/t = 4$ , 3 —  $H/t = 6$ , 4 —  $H/t = 8$

расчетной области показана на рис. 4. Видно, что по мере приближения к правой границе области, на которой задано давление, размер ячеек увеличивается. По мере приближения к верхней и нижней границам области размер ячеек также увеличивается, поскольку вблизи этих границ градиент скорости мал.

2.3. *Процедура численного решения.* Начальное значение коэффициента релаксации в уравнении сохранения количества движения выбиралось равным 0,7, затем это значение постепенно уменьшалось до 0,6, после чего оставалось постоянным. В уравнении теплопереноса коэффициент релаксации принимался равным единице. Для вычисления конвективных членов в уравнениях сохранения количества движения и энергии использовалась конечная разность против потока. Однако в уравнении сохранения количества движения в тот момент, когда решение начинало устанавливаться, эта разность заменялась на разность второго порядка против потока. В процессе решения сетка вблизи пластины несколько раз (два или три раза) адаптировалась, до тех пор пока среднее число Нуссельта не переставало изменяться. При вычислении зависимости давления от скорости использовалась схема PRESSTO (pressure staggering option).

2.4. *Исследование зависимости результатов численного решения от размеров ячеек сетки.* На рис. 5 приведена зависимость среднего числа Нуссельта  $\bar{Nu}$  от числа ячеек  $n$  в случае шахматного порядка расположения ребер при  $S_v/L = S_h/W = 0,2$ . Ребра расположены перпендикулярно пластине ( $\theta = 90^\circ$ ). При увеличении числа ячеек при всех рассмотренных значениях отношения  $H/t$  среднее число Нуссельта сначала увеличивается, а затем уменьшается и стремится к постоянному значению. Количество ячеек в области, показанной штриховой линией на рис. 5, равно количеству ячеек сетки, в которых среднее число Нуссельта практически не зависит от этого количества. В табл. 1 приведены средние значения числа Нуссельта при различных значениях отношения  $H/t$  и различном числе ячеек сетки. Из результатов, приведенных на рис. 5 и в табл. 1, следует, что при  $H/t = 2$  и  $n = 245\,000$  среднее число Нуссельта равно  $\bar{Nu} = 111$ . При  $n = 370\,000$  значение числа Нуссельта практически не меняется. Поэтому при численном моделировании использовалось число ячеек  $n = 245\,000$ . При  $H/t = 4, 6, 8$  использовалось соответственно 270 000, 290 000 и 345 000 ячеек.

2.5. *Результаты исследования и их обсуждение.* На рис. 6 представлены полученные при численном моделировании и экспериментальные зависимости среднего числа Нус-

Таблица 1

Зависимость среднего числа Нуссельта от числа ячеек  
в случае расположения ребер в шахматном порядке

Номер расчета	$H/t = 2$		$H/t = 4$		$H/t = 6$		$H/t = 8$	
	$n$	$\bar{Nu}$	$n$	$\bar{Nu}$	$n$	$\bar{Nu}$	$n$	$\bar{Nu}$
1	130 720	79,78	132 283	80,62	134 093	81,78	135 956	82,86
2	162 879	126,33	173 871	127,45	185 131	128,31	196 402	129,40
3	188 904	121,25	206 629	122,26	225 036	123,19	243 461	124,29
4	243 790	111,28	266 402	112,21	293 132	113,12	319 789	114,34
5	368 365	111,16	385 321	112,12	407 179	113,05	430 966	114,28

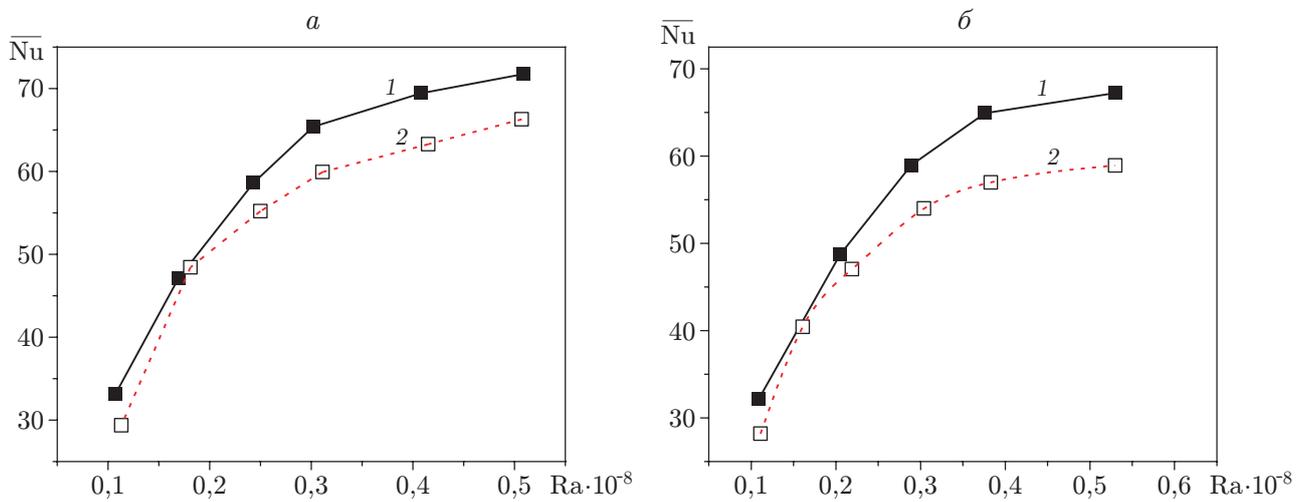


Рис. 6. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Рэлея при  $\theta = 90^\circ$ ,  $H/t = 12$ ,  $S_v/L = S_h/W = 0,047$ :

$a$  — расположение ребер рядами, выровненными по вертикали и горизонтали,  $b$  — расположение ребер в шахматном порядке; 1 — результаты численного моделирования, выполненного в данной работе, 2 — экспериментальные данные [8]

сельта от числа Рэлея для пластины размером  $203,2 \times 203,2$  мм с расположенными на ней 400 ребрами при  $H/t = 12$ ,  $S_v/L = S_h/W = 0,047$ . При числе ячеек  $n = 1\,456\,265$  в случае расположения ребер в шахматном порядке и при числе ячеек  $n = 1\,027\,648$  в случае расположения ребер рядами, выровненными по вертикали и горизонтали, экспериментальные значения числа Нуссельта совпадают со значениями, полученными при численном моделировании. В случае расположения ребер рядами, выровненными по вертикали и горизонтали, среднее число Нуссельта больше, чем в случае расположения ребер в шахматном порядке.

2.6. *Обобщенное соотношение для вычисления среднего числа Нуссельта.* Ниже для вычисления среднего числа Нуссельта используется обобщенное соотношение

$$\bar{Nu} = \bar{Nu}_p \frac{\theta^a [b + cS_v/L + d(S_v/L)^2] (S_h/W)^e}{(H/t)^f}. \quad (1)$$

Используя доступные в литературе сведения, можно вычислить значение  $\bar{Nu}_p$  для пластины в соотношении (1) при числе Грасгофа  $Gr \approx 9,3 \cdot 10^8$ , т. е. в случае ламинарного потока.

Таблица 2

Значения коэффициентов корреляции  $a, b, c, d, e, f$  в формуле (1) при различных вариантах расположения ребер на пластине

Расположение ребер	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$
Рядами	-0,096	0,962	0,563	-1,500	-0,174	-0,013
В шахматном порядке	-0,104	0,951	0,563	-1,400	-0,179	-0,013

Вычисления выполнены для следующих диапазонов значений параметров в уравнении (1):  $\theta = \pi/4 \div \pi/2$ ,  $S_v/L = 0,10 \div 0,33$ ,  $S_h/W = 0,16 \div 0,33$ ,  $H/t = 2 \div 8$ .

Для вычисления среднего числа Нуссельта при различных вариантах расположения ребер на пластине требовалось определить коэффициенты  $a, b, c, d, e, f$  в формуле (1). Проведены вычисления для различных вариантов расположения ребер на пластине, различных расстояний между ними, различных значений отношения длины ребер к их толщине и различных углов наклона ребер к пластине. Значения коэффициентов корреляции, определенные в результате вычислений, приведены в табл. 2. При этом погрешность вычисления среднего числа Нуссельта по формуле (1) не превышает 5 %. При определении коэффициентов для каждого рассмотренного варианта расположения ребер на пластине получено 240 численных решений задачи. Соотношение (1) справедливо при  $Ra = 10^7 \div 10^8$ .

**Заключение.** В работе найдено численное решение задачи о теплопереносе от нагретой изотермической пластины с расположенными на ней проводящими ребрами. Получена формула для вычисления среднего числа Нуссельта в случае расположения ребер рядами, выровненными в вертикальном и горизонтальном направлениях, и в случае их шахматного расположения.

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы. Наиболее существенное увеличение среднего числа Нуссельта имеет место при  $S_v/L = 0,2$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $H = 24$  мм ( $H/t = 8$ ). Среднее число Нуссельта увеличивается с увеличением отношения  $H/t$  и уменьшается с увеличением угла наклона ребер к пластине. Для значений параметров задачи, рассмотренных в работе, в случае расположения ребер рядами и в случае их шахматного расположения значения среднего числа Нуссельта практически равны.

Получена формула для вычисления среднего числа Нуссельта при различных расстояниях между ребрами в направлении потока, различных значениях отношения длины ребер к их толщине и различных углах наклона ребер к пластине.

Так как основания ребер представляли собой квадраты с длиной стороны, приближенно равной 6 мм, полученные результаты можно использовать и для цилиндрических ребер.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Torabi M., Zhang Q. B.** Analytical solution for evaluating the thermal performance and efficiency of convective radiative straight fins with various profiles and considering all non-linearities // *Energ. Convers. Management*. 2013. V. 66. P. 199–210.
2. **Ridouane E. H., Campo A.** Heat transfer enhancement of air flowing across grooved channels: joint effects of channel height and groove depth // *Trans. ASME. J. Heat Transfer*. 2008. V. 130, N 2. P. 1–7.
3. **Kim H. J., An B. H., Park J., Kim D. K.** Experimental study on natural convection heat transfer from horizontal cylinders with longitudinal plate fins // *J. Mech. Sci. Technol.* 2013. V. 27, N 2. P. 593–599.

4. **Huang C. H., Chung Y. L.** An inverse design problem of estimating the optimal shape of annular fins adhered to a bare tube of an evaporator // Numer. Heat Transfer. Pt A. 2014. V. 66, iss. 11. P. 1195–1217.
5. **Ahn H. S., Lee S. W., Lau S. C.** Heat transfer enhancement for turbulent flow through blockages with round and elongated holes in a rectangular channel // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 2007. V. 120. P. 1611–1615.
6. **Layeghi M.** Numerical analysis of wooden porous media effects on heat transfer from a staggered tube bundles // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 2008. V. 130. 014501.
7. **Ben-Nakhi A., Eftekhari M. M., Loveday D. I.** Natural convection heat transfer in a partially open square cavity with a thin fin attached to the hot wall // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 2008. V. 130. 052502.
8. **Zografos A., Sunderland J.** Natural convection from pin fin arrays // Experiment. Thermal Fluid Sci. 1990. V. 3. P. 440–449.
9. **Singh B., Dash S. K.** Natural convection heat transfer from a finned sphere // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2015. V. 81. P. 305–324.

*Поступила в редакцию 29/VIII 2016 г.,  
в окончательном варианте — 2/XI 2016 г.*

---