УДК 536.24:532.517.4

# Моделирование турбулентного газодисперсного потока при внезапном расширении в трубе<sup>\*</sup>

# В.И. Терехов, М.А. Пахомов

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

E-mail: terekhov@itp.nsc.ru, pakhomov@ngs.ru

Разработана математическая модель расчета двухфазного газодисперсного течения после внезапного осесимметричного расширения в трубе с использованием двухжидкостного эйлерова подхода. Модель основана на решении системы уравнений Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу для течения двухфазного потока. Для расчета флуктуационных характеристик дисперсной фазы применялись уравнения моделей Simonin (1991), Зайчика и др. (1994) и Деревича (2002). Представлены результаты сопоставительного анализа с имеющимися в литературе экспериментальными и расчетными данными по распространению отрывного двухфазного потока за внезапным расширением в плоском канале и трубе.

**Ключевые слова:** газодисперсный, турбулентное течение, отрыв, моделирование.

### введение

Течение за обратным плоским уступом или после внезапного расширения трубы является одним из часто встречающихся случаев отрывного потока. Внезапное расширение потока в трубах или каналах обычно используется в качестве стабилизатора пламени в камерах сгорания, для интенсификации тепломассообменных процессов и во многих других технических устройствах. Наличие рециркуляционного течения в отрывной зоне оказывает значительное влияние на интенсивность процессов переноса импульса, теплоты и массы и определяет структуру турбулентного течения. Знание характеристик течения и теплообмена в отрывных течениях имеет важное значение как с теоретической, так и с практической точек зрения. Исследованию однофазных отрывных потоков посвящено большое количество работ, отметим соответствующие обзоры в работах [1–5]. Такие течения стали объектом многочисленных исследований, например [6–12].

На основании работ [1–12] можно сделать следующие выводы. На расстоянии примерно (20–25) *Н* после отрыва течение приобретает закономерности полностью развитого потока в трубе, хотя окончательная стабилизация наступает

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке фонда Президента РФ для молодых кандидатов наук (грант МК-186.2007.8) и РФФИ (№ 05-08-33586 и № 06-08-00967).

значительно ниже по потоку. Здесь H — высота уступа. В плоском канале это происходит на значительно больших расстояниях ( $x/H \approx 50$ ) [1]. Величины пульсаций и рейнольдсовых напряжений имеют сложный характер распределения как по длине трубы, так и по ее радиусу с характерным максимумом в сдвиговом слое [9, 11, 12]. Максимальные значения интенсивности аксиальных пульсаций  $\langle u'^2 \rangle \leq 0.2U_1$  [1–4], где  $U_1$  — скорость потока перед его отрывом. Радиальные пульсации  $\langle v'^2 \rangle$  не превышают величины (0,1-0,15) $U_1$  [9, 11, 12]. При этом на расстоянии 20*H* величины аксиальных пульсаций выше радиальных, что является дополнительным подтверждением того, что течение в этой области не полностью стабилизировано и неизотропно. По данным работы [11], величина пульсаций скорости в трансверсальном направлении  $\langle w'^2 \rangle \approx \langle v'^2 \rangle$ . Тогда как для отрыва за плоским обратным уступом измеренные значения  $\langle w'^2 \rangle$  лежат посредине между величинами  $\langle u'^2 \rangle$  и  $\langle v'^2 \rangle$  [1–4].

Интенсивность теплообмена в области присоединения оторвавшегося потока существенно выше, чем при безотрывном течении. Величина максимального коэффициента теплообмена пропорциональна числу Рейнольдса в степени 2/3 [7]. Минимум теплоотдачи находится примерно на расстоянии высоты уступа от точки отрыва потока, что объясняется наличием области вторичной рециркуляции течения, о влиянии которой на теплообмен говорится в работах [7, 9–12]. Величина средней скорости и интенсивность турбулентных пульсаций в этой области значительно меньше, чем в зоне расположения отрывного пузыря [9]. Все вышеприведенные факты свидетельствуют о сложности моделирования процессов переноса импульса и теплоты в отрывных осесимметричных однофазных течениях.

Достаточно часто в различных технологических приложениях используются двухфазные течения с отрывом. При этом помимо указанных выше параметров на процессы переноса большое влияние может оказать дисперсная фаза. Ее воздействие возрастает с ростом диаметра частиц и их концентрации. Детальная информация о структуре турбулентного потока, скоростях, температуре фаз и распределении частиц по сечению трубы имеет важное значение при оптимизации процессов испарения и (или) горения. Исследованию двухфазных течений при отрыве потока после внезапного расширения трубы посвящены работы [13, 15–18, 20], а за плоским обратным уступом — [14, 17, 19, 21]. В этих исследованиях показано, что малоинерционные частицы вовлекаются в циркуляционное движение, тогда как крупные частицы, проходя через область сдвигового течения, не попадают в отрывную зону.

Имеющиеся экспериментальные [14, 15, 18, 19] и расчетные [13, 16–18, 20, 21] данные по двухфазным отрывным потокам с твердыми частицами при отсутствии теплообмена позволяют всесторонне апробировать разрабатываемые математические модели для более сложного двухфазного отрывного потока с испаряющимися каплями.

Численное исследование двухфазного потока после внезапного расширения и за обратным уступом с применением эйлерова подхода выполнено в [16, 17]. Математическая модель основана на использовании кинетического уравнения функции плотности распределения вероятности координат, скорости и температуры частиц. Показана возможность моделирования таких потоков с применением эйлерова метода. Расчет турбулентных характеристик газа проводился в рамках "стандартной"  $k-\varepsilon$  модели [22], модифицированной на случай присутствия дисперсной фазы. Выполнено сопоставление с расчетными данными для случая внезапного осесимметичного расширения [13] и результатами измерений течения за обратным плоским уступом [14]. Авторами показано, что с ростом размера частиц происходит изменение профиля скорости дисперсной фазы, который становится более равномерным, и снижается степень вовлечения частиц в рециркуляционное движение газа. Наличие межфазного осредненного и пульсационного взаимодействия оказывает сильное влияние на процессы смешения газа и дисперсных частиц.

Исследованию течения за внезапным расширением посвящена работа [18] для случая течения с относительно большим объемным содержанием дисперсной фазы ( $\Phi \leq 5$  %). Перенос дисперсной фазы моделировался в рамках лагранжева подхода с учетом межчастичных столкновений. В экспериментальной части работы проводились трехмерные измерения с применением фазового допплеровского анемометра (PDA). Показано сокращение длины зоны присоединения в двухфазном потоке по сравнению с однофазным, причем наименьшая длина отрывной зоны приходится на величину концентрации частиц  $\Phi \sim 1$  %. Межчастичные столкновения снижают уровень турбулентной кинетической энергии (ТКЭ) частиц в сдвиговом слое, где величина ТКЭ газовой фазы принимает максимальное значение.

Расчетные исследования течения смеси дизельного топлива и частиц стекла после внезапного расширения трубы с применением улучшенной стохастической модели раздельного течения фаз (УСРТФ) выполнено в работе [20]. Турбулентность газа описывалась в рамках  $k-\varepsilon$  модели [22]. Осредненная скорость частиц и их среднеквадратические пульсации рассчитываются вдоль траектории дисперсной фазы. Основное отличие УСРТФ от широко используемой стохастической модели раздельного течения фаз (СРТФ) заключается в использовании значительно меньшего количества расчетных частиц (порядка  $10^2 - 10^3$ ) и в том, что взаимодействие между фазами представляет собой непрерывный процесс. В СРТФ модели используется порядка  $10^4$  частиц для получения статистически достоверной картины течения дисперсной фазы. Выполнено сопоставление с экспериментальными данными по распределению аксиальных и радиальных скоростей фаз, ТКЭ фаз и концентрации частиц по сечению канала. Получено хорошее согласие между данными измерений работы [18] и численными расчетами.

Двухфазное турбулентное течение газа и твердых частиц с применением метода моделирования крупных вихрей (LES) для газовой фазы и лагранжева траекторного метода для частиц исследовано в работе [21]. В модели отсутствует учет обратного влияния дисперсной фазы на процессы переноса и турбулентность газа. Численное моделирование течения за обратным уступом проведено для условий работы [19]. Исследована дисперсия частиц в зависимости от числа Стокса Stk =  $\tau/\tau_f$ , где  $\tau = \rho_L d^2/(18\mu W)$  — время динамической релаксации частиц с учетом отклонения от закона обтекания Стокса,  $W = (1 + \text{Re}_L^{2/3}/6)$ ,  $\text{Re}_L = (\vec{U} - \vec{U}_L)d/v$  —

число Рейнольдса частицы,  $\tau_f$  — временной масштаб турбулентности. Показано, что накопление частиц в отрывной зоне происходит при малых числах Стокса (небольшие размеры частиц).

При моделировании двухфазных отрывных потоков, в основном, используется эйлерово-лагранжево описание. Для газовой фазы применяются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса [13, 16–18, 20] или LES метод [21]. Для описания турбулентных характеристик газа чаще всего привлекается "стандартная"  $k-\varepsilon$  модель турбулентности [22], возможности которой ограничены даже при расчете однофазных отрывных течений [23]. Отметим, что, несмотря на большое количество работ по исследованию динамики двухфазных отрывных течений, к настоящему времени не разработано математической модели двухфазного отрывного потока с учетом испарения капель.

Целью настоящей работы является разработка математической модели и выполнение сопоставительного анализа с имеющимися в литературе опытными данными для турбулентного двухфазного потока после внезапного расширения трубы или канала. Результаты настоящей работы предполагается развить для создания математической модели и проведения детального численного исследования влияния дисперсной фазы на структуру газодисперсных отрывных течений, в том числе и при наличии фазовых переходов на поверхности частиц (капель жидкости).

### 1. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

В работе рассмотрена задача о развитии двухфазного отрывного турбулентного потока при наличии или отсутствии теплообмена со стенками канала. Схематическое представление течения приведено на рис. 1. Длина расчетной зоны составляла 30*H*. Для описания динамики течения и тепломассопереноса в газовой и дисперсной фазах используется эйлеров подход, основанный на использовании функции плотности вероятности распределения координат, скоростей и температур частиц в турбулентном потоке [16, 17, 24, 25].

## 1.1. Система уравнений в газовой фазе

Система осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса для описания газодисперсного стационарного, осесимметричного течения имеет вид

311

$$\rho \frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0,$$

$$\rho \frac{\partial (U_i U_j)}{\partial x_i} = -\frac{\partial (P + 2k/3)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] - (U_i - U_{Li}) \frac{\Phi \rho_L}{\tau \rho},$$

$$\rho \frac{\partial (U_i T)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\mu}{\Pr} + \frac{\mu_T}{\Pr_T} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i},$$

$$\rho = P / (\overline{R}T).$$
(1)



Здесь  $\rho$ ,  $\mu$  — плотность и динамическая вязкость газа,  $U_i$  — компоненты осредненной скорости газовой фазы,  $x_i$  — координаты, P — давление, T — температура и  $\overline{R}$  — удельная газовая постоянная. Индексы A — воздух, L — дисперсная фаза, T — турбулентный параметр и V — водяной пар.

Значение турбулентного числа Прандтля в работе принималось равным  $\Pr_T = 0,85$ . Дополнительно в работе было использовано соотношение для расчета турбулентного числа Прандтля из работы [24]. Отличия в результатах расчетов числа Нуссельта для однофазного течения

Рис. 1. Схема отрывного течения после внезапного расширения.

при использовании  $Pr_T = 0.85$  и зависимости работы [24] оказались незначительными (не более 2 %).

Турбулентные рейнольдсовы напряжения и тепловой турбулентный поток в газовой фазе определяются по гипотезе Буссинеска и имеют вид:

$$- \langle u_i u_j \rangle = v_T \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad \langle u_j t \rangle = - \frac{v_T}{\Pr_T} \frac{\partial T}{\partial x_j},$$

где  $v_T$  — турбулентная кинематическая вязкость и  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера.

# 1.2. Двухпараметрическая модель турбулентности

Модифицированные на случай присутствия дисперсной фазы уравнения для ТКЭ и скорости ее диссипации имеют вид из работы [26]. В проведенных тестовых расчетах по сравнению возможностей нескольких  $k-\varepsilon$  моделей турбулентности [22, 26, 27] для расчетов динамики течения и теплообмена отрывного однофазного течения модель из работы [26] дает наиболее близкие к опытным результатам:

$$\rho \frac{\partial (U_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] + \rho \Pi - \rho \varepsilon + S_k, \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial \left(U_{j}\tilde{\varepsilon}\right)}{\partial x_{j}} = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[ \left(\mu + \frac{\mu_{T}}{\sigma_{\varepsilon}}\right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_{j}} \right] + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left(\mu \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial r}\right) + \frac{\rho \tilde{\varepsilon}}{k} \left(C_{\varepsilon 1} f_{1} \Pi - C_{\varepsilon 2} \tilde{\varepsilon} f_{2}\right) + S_{\varepsilon}, \quad (3)$$

$$\mu_T = \frac{\rho C_\mu f_\mu}{1 + \left(\Pi / \tilde{\varepsilon} - 1 - A_k / \tilde{\varepsilon}\right) / E} \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}}.$$
(4)

Константы и демпфирующие функции имеют вид [26]:  $C_{\mu} = 0,09$ ,  $\sigma_k = 1,4-1,1\exp\left[-(0,1y_{\lambda})\right], \quad \sigma_{\varepsilon} = 1,3-\exp\left[-(0,1y_{\lambda})\right], \quad C_{\varepsilon 1} = 1,44; \quad C_{\varepsilon 2} = 1,92,$   $f_1 = f_2 = 1, \quad f_{\mu} = 1-\exp\left(-0,01y_{\lambda}-0,008y_{\lambda}^3\right), \quad y_{\lambda} = y/\sqrt{vk/\tilde{\varepsilon}}$  — микромасштаб Тэйлора,  $\Pi = -\langle u_i u_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$  — производство ТКЭ из осредненного движения газовой фазы,  $\tilde{\varepsilon}$  — скорость диссипации энергии турбулентности,  $\varepsilon = \tilde{\varepsilon} + \hat{\varepsilon}$  полная диссипация энергии турбулентности газа,  $\hat{\varepsilon} = 2v \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial r}\right)^2$  — величина диссипации ТКЭ в пристенной зоне.

В уравнении (4) E — константа аппроксимации Ротта для корреляций пульсаций давления со скоростью деформации [28]. Соотношение (4) получается путем разложения системы неявных алгебраических уравнений для рейнольдсовых напряжений относительно градиента осредненной скорости [25, 29, 30]. Данная модификация выражения (4) оставляет без изменения уравнения модели турбулентности. Параметр  $A_k$  учитывает обратное влияние частиц на турбулентные напряжения [17]. При  $\Pi/\tilde{\varepsilon} = 1$  и  $A_k = 0$  выражение (4) переходит в классическое выражение для двухпараметрической модели турбулентности  $\mu_T = \rho C_{\mu} f_{\mu} k^2 / \tilde{\varepsilon}$ . Минимально допустимое значение постоянной E равно единице [29]. При E = 1 уравнение (4) принимает наиболее простой вид  $\mu_T = \rho C_{\mu} f_{\mu} k^2 / \Pi$ . В настоящем исследовании, в соответствии с данными работы [17], принималось E = 2.

Члены  $S_k$  и  $S_c$ , характеризуют дополнительную диссипацию турбулентности газовой фазы из-за присутствия мелких частиц [16], влияние неоднородности профиля концентрации дисперсной фазы [16], и имеют вид, аналогичный соответствующим выражениям из работы [31].

# 1.3. Дисперсная фаза

Система осредненных уравнений для описания процессов переноса в дисперсной среде имеет вид

$$\frac{\partial U_{Lj}}{\partial x_j} = 0,$$

$$\rho_L \frac{\partial \left(\Phi U_{Lj} U_{Li}\right)}{\partial x_j} = \frac{\partial^2 \left(\Phi \mu_L U_{Li}\right)}{\partial x_j \partial x_j} - \rho_L \frac{\partial \left(\Phi < u_{Li} u_{Lj} > \right)}{\partial x_j} + \Phi \left(U_i - U_{Li}\right) \frac{\rho_L}{\tau} + \Phi \rho_L g - \frac{1}{\tau} \frac{\partial \left(D_{Lij} \Phi\right)}{\partial x_j} + \frac{2}{3x_j} k \left(1 + \tau / \Omega^{Lag}\right)^{-1}.$$
(5)

Здесь  $v_L = f_u v_T + \tau k_L / 3$  — турбулентная кинематическая вязкость дисперсной фазы, записанная аналогично [16],  $k_L$  — турбулентная кинетическая энергия дисперсной фазы, определяется по зависимости работы [32]  $2k_L = \sum_{i=1}^{2} \langle u_{iL}^2 \rangle \approx \langle u_L^2 \rangle + 2 \langle v_L^2 \rangle$ ,

 $D_{Lij} = \tau g_u \langle u_i u_j \rangle$  — тензор турбулентной диффузии частиц [17],  $g_u = \Omega^{\varepsilon L} / \tau - 1 + \exp(-\Omega^{\varepsilon L} / \tau)$  — коэффициент вовлечения дисперсной фазы во флуктуационное движение газовой фазы [17],  $\Omega^{\varepsilon L}$  — время взаимодействия частиц с энергоемкими вихрями газа [24]

$$\Omega^{\varepsilon L} = \begin{cases} \Omega^{E}, \ \left| \vec{U} - \vec{U}_{L} \right| \Omega^{E} \leq \Gamma^{E} \\ \Gamma^{E} / \left| \vec{U} - \vec{U}_{L} \right|, \ \left| \vec{U} - \vec{U}_{L} \right| \Omega^{E} > \Gamma^{E}, \end{cases}$$

где  $\Gamma^{E} = 2(\langle u^{2} \rangle)^{1/2} \Omega^{Lag}$  — геометрический масштаб турбулентности газа [24],  $\Omega^{Lag} = 0,608\Omega^{E}$  и  $\Omega^{E} = 0,22k/\tilde{\varepsilon}$  — временные масштабы турбулентности по Лагранжу и Эйлеру [24].

# 1.4. Соотношения для среднеквадратичных пульсаций скорости и рейнольдсовых напряжений дисперсной фазы

Для расчета флуктуаций скорости в уравнении (5) использовались дифференциальные уравнения, разработанные в работах [16, 24, 33].

$$\underbrace{U_{Lk} \frac{\partial \langle u_{Li} u_{Lj} \rangle}{\partial x_k}}_{\mathrm{I}} + \underbrace{\frac{1}{\Phi} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \Phi \langle u_{Li} u_{Lj} u_{Lk} \rangle \right) \right\}}_{\mathrm{II}} + \underbrace{\langle u_{Li} u_{Lk} \rangle \frac{\partial U_{Lj}}{\partial x_k} + \langle u_{Lj} u_{Lk} \rangle \frac{\partial U_{Li}}{\partial x_k}}_{\mathrm{III}} = \underbrace{\frac{2}{\tau} \left( f_u \langle u_i u_j \rangle - \langle u_{Li} u_{Lj} \rangle \right)}_{\mathrm{IV}}.$$
(6)

634

В системе уравнений (6) учитывается конвективный перенос пульсаций скорости (I), диффузия (II), генерация пульсаций из градиента осредненного движения дисперсной фазы (III) и межфазное взаимодействие (IV). Для определения диффузионного члена в (6) привлекается следующее алгебраическое уравнение для третьих моментов [16]:

$$\left\langle u_{Li}u_{Lj}u_{Lk}\right\rangle = -\frac{1}{3} \left( D_{Lin} \frac{\partial \left\langle u_{Lj}u_{Lk}\right\rangle}{\partial x_n} + D_{Ljn} \frac{\partial \left\langle u_{Li}u_{Lk}\right\rangle}{\partial x_n} + D_{Lkn} \frac{\partial \left\langle u_{Li}u_{Lj}\right\rangle}{\partial x_n} \right).$$
(7)

Соотношение (7) получено в пренебрежении малыми членами, определяющими конвективный перенос и порождение третьих моментов пульсаций скорости за счет градиентов осредненной скорости дисперсной фазы.

# 2. ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Численное решение получено с использованием метода конечных объемов на разнесенных сетках [34]. Для конвективных слагаемых дифференциальных уравнений применялась процедура QUICK [35]. Для диффузионных потоков использовались центральные разности. Коррекция поля давления осуществлялась по конечно-объемной согласованной процедуре SIMPLEC [36]. В работе применялась неравномерная расчетная сетка как в аксиальном, так и в радиальном направлениях (сгущение расчетных узлов в районе рециркуляционного участка, сечения отрыва и зоны присоединения). Все расчеты проводились на сетке, содержащей 350×120 контрольных объемов. Дополнительно были проведены расчеты на сетке, содержащей 400×240 контрольных объемов. Отличия в результатах расчетов числа Нуссельта для однофазного случая течения и скоростей несущей среды и частиц не превысили 2 %.

Входные условия для расчета двухфазного потока задаются на срезе сопла в виде равномерных профилей параметров фаз или распределений, полученных из предварительного расчета двухфазного потока в трубе. В выходном сечении граничные условия состояли в задании нулевых производных переменных параметров в продольном направлении. На оси трубы задаются условия симметрии для газовой и дисперсной фаз. На стенке ставятся условия непроницаемости и прилипания для газовой фазы, для дисперсной фазы — граничные условия на ограничивающей поверхности [24].

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ СОПОСТАВИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА

#### 3.1. Однофазное течение

На первом этапе выполнялось сопоставление с экспериментальными данными для однофазных турбулентных потоков за внезапным расширением трубы. Результаты этого приведены на рис. 2–4. Для сопоставительного анализа использовались экспериментальные данные работ [7, 9] по распределению осредненных полей скоростей (см. рис. 2), энергии турбулентности газа (см. рис. 3) и числа Нуссельта (см. рис. 4). Здесь  $U_0$  — скорость потока на оси трубы перед его отрывом и Nu<sub>fd</sub> — число Нуссельта однофазного развитого потока при прочих идентичных условиях. Как видно из представленных на рисунках результатов, имеется



Точки — измерения из работы [9], линии — расчеты по данной модели.  $ER = (R_1/R_2)^2 = 3,6, H = 22,7$  мм,  $\operatorname{Re}_H = 8,4 \times 10^4.$ 

удовлетворительное согласование между данными измерений и наших расчетов, что послужило базисом для проведения сопоставительных расчетов газодисперсного отрывного течения в трубе.



*Рис. 3.* Профили энергии турбулентности газа по длине трубы. Обозначения соответствуют рис. 2.



Рис. 4. Влияние высоты уступа на теплообмен при внезапном расширении трубы при примерно постоянном числе Рейнольдса, построенного по высоте уступа и скорости перед отрывом потока.

Точки — эксперимент [7], линии — расчеты настоящей работы. ER = 0,07 (1), 0,16 (2), 0,28 (3), 0,64 (4),  $H = 35 (1), 29 (2), 22 (3), 10 (4) \text{ MM}, \text{Re}_{H} = 16700 (1), 17700 (2), 19400 (3), 2 \times 10^{4} (4).$ 

# 3.2. Двухфазное течение с твердыми частицами

Распределения минимальных значений отрицательной  $U_{P, \min}^-$  (возвратного течения) и максимальных положительных величин  $U_{P, \max}^+$  (находящихся в сдвиговом слое) значений аксиальной скорости частиц по длине канала представлены на рис. 5. Точки — данные измерений в работе [14], линии — расчеты по настоящей модели. Эксперименты из работы [14] выполнялись для следующих условий: горизонтальный поток при отсутствии теплообмена ( $T_1 \approx 293$  K), развитое течение перед отрывом потока, обратный уступ Н = 25 мм, степень расширения плоского канала ER =  $h_1/h_2$  = 2, где  $h_1$  и  $h_2$  — высота канала до и после отрыва потока, осредненная скорость несущего потока  $U_1 = 18$  м/с,  $\text{Re}_H = U_1 H/v = 3 \times 10^4$  и  $U_1 = 38$  м/с;



Рис. 5. Распределение наименьших значений отрицательной (а) и максимальных величин положительной (b) скоростей частиц по длине трубы. Точки (1, 2) — измерения из работы [14], кривые (3, 4) — расчеты настоящей работы. d = 15 (1), 30 (2) мкм. Re =  $6.4 \times 10^4$  (a),  $3 \times 10^4$  (b).

637



Рис. 6. Аксиальные профили скорости жидкости (сплошные линии) и дисперсной фазы (пунктир) по длине трубы.

Точки — эксперимент из работы [18], линии — расчет настоящей работы. 1 — жидкость, 2 — частицы стекла.

 $\text{Re}_{H} = U_{1}H/\nu = 6,4 \times 10^{4}$ , массовая концентрация частиц  $M_{L} \approx 2$  %, их плотность  $\rho_{L} = 1500 \text{ кг/m}^{3}$  и начальный размер  $d_{1} = 15 \text{ и } 30 \text{ мкм}$ . Динамика частиц четко прослеживается на данных рис. 5. Минимальное отрицательное значение скорости возвратного потока приходится на координату  $x/H \approx 4$  для обоих размеров дисперсной фазы (см. рис. 5, *a*). Видно, что до расстояния  $x/H \approx 3$  влияние размера частиц практически никак не сказывается на величине  $U_{P, \text{ max}}^{+}$  (см. рис. 5, *b*). Частицы большего размера и, соответственно, большей инерционности имеют меньшую



*Рис.* 7. Радиальные распределения скоростей фаз после внезапного расширения потока. Обозначения соответствуют рис. 6.



*Рис. 8.* Профили турбулентной кинетической энергии жидкой фазы в двухфазном потоке. Точки — измерения из работы [18], линии — расчет настоящей работы. *х/H* = 3,92 (1), 7,84 (2), 15,7 (3).

величину скорости  $U_{P, \min}^-$ . В случае с максимальной положительной скоростью частиц все происходит наоборот: более тяжелые частицы имеют большую величину скорости движения.

На рис. 6–9 представлены результаты сопоставительного анализа распределения аксиальных и радиальных осредненных скоростей фаз (см. рис. 6 и 7), турбулентной кинетической энергии жидкости (см. рис. 8) и среднеквадратичных пульсаций скоростей частиц стекла и жидкости (см. рис. 9) по сечению трубы вниз



*Рис.* 9. Сопоставление измеренных и рассчитанных распределений аксиальных и радиальных среднеквадратичных пульсаций дисперсной фазы по сечению трубы за внезапным расширением.  $I - \langle u_P^2 \rangle$ ,  $2 - \langle v_P^2 \rangle$ .

от точки внезапного расширения потока. Эксперименты работы [18] проведены с применением трехмерного допплеровского анемометра (Partical Doppler Anemometer, PDA). Сопоставительный анализ сделан для следующих исходных условий: нисходящее развитое течение, изотермические условия, внезапное расширение трубы со ступенькой H = 12,75 мм, степень расширения канала  $ER = (R_1/R_2)^2 = 4$ , диаметр трубы после расширения  $2R_2 = 51$  мм, длина расчетной области 1 м, среднемассовая скорость несущего потока перед отывом U<sub>1</sub> ≈ 1,07 м/с (дизельное топливо), плотность жидкой фазы  $\rho = 830$  кг/м<sup>3</sup>, Re<sub>H</sub> = 5,6×10<sup>4</sup>, массовый расход жидкости составлял 1,68 кг/с, массовая концентрация частиц стекла  $M_L = 9$  %, их плотность  $\rho_I = 2500 \text{ кг/m}^3$  и средний размер d = 450 мкм. Расчет работы [18] начинался с расстояния x = 9 мм (x/H = 0.71) от сечения внезапного расширения трубы, поскольку в этом сечении были проведены измерения турбулентных характеристик течения дисперсной фазы, которые использовались в качестве входных при расчетах аэродинамических характеристик. Представлены результаты расчетов для трех сечений 50 мм (x/H = 3,92), 100 мм (7,84) и 200 мм (15,7) от места отрыва потока. Первые два сечения находятся внутри рециркуляционной зоны, третье в зоне релаксации потока.

Анализ данных рис. 6–9 приводит к следующим выводам. Использованная в работе  $k-\varepsilon$  модель турбулентности [26] в целом дает завышенные значения (примерно на 10–15 %) уровня турбулентной энергии жидкости в двухфазном потоке (см. рис. 3), что согласуется с ранее полученными численными результатами как в однофазном [9, 11], так и в двухфазном [18] потоках. Положение точки максимума кинетической энергии, расположенной в сдвиговом слое, описывается достаточно корректно. В пристенной зоне разница между данными измерений и расчетов возрастает. Причин этому несколько: здесь может быть и погрешность в измерениях вблизи стенки, и локальное увеличение уровня турбулентности жидкости за счет столкновений частиц, которые могут накапливаться в пристенной зоне в области рециркуляции потока.

Расчеты распределений аксиальных и радиальных пульсаций скорости частиц стекла настоящей работы неплохо согласуются с данными измерений [18]. Различие между данными экспериментов и наших расчетов не превышает 15–20 % как в сдвиговой зоне, так и в области рециркуляции двухфазного течения. Отметим, что частицы вовлекаются в вихревое движение турбулентной жидкости и присутствуют по всему сечению цилиндрического канала.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана математическая модель расчета двухфазного течения после внезапного расширения трубы с использованием эйлерова подхода для обеих фаз. Модель основана на решении системы уравнений Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу для двухфазного потока. Расчет флуктуационных характеристик дисперсной фазы проводился с помощью моделей из работ [16, 24, 33].

Выполнен сопоставительный анализ разработанной численной модели с имеющимися в литературе экспериментальными данными в широком диапазоне изменения начальных параметров.

Имеется неплохое согласование по распределениям продольных скоростей частиц и аксиальных  $\langle u'_p^2 \rangle$  и радиальных  $\langle v'_p^2 \rangle$  флуктуаций скорости дисперсной фазы, что говорит о возможности использования выбранной модели дисперсной фазы (5)–(6) для описания динамики течения двухфазных течений при наличии отрыва потока и искривленных линий тока.

Показано, что на вовлечение дисперсной фазы в область отрывного течения оказывает большое влияние число Стокса осредненного движения. Разработанная математическая модель неплохо согласуется с имеющимися в литературе экспериментальными данными для отрывных потоков при отсутствии теплообмена. Модель расчета газодисперсного потока предполагается использовать для проведения численных расчетов отрывного газодисперсного потока в трубе при наличии фазовых переходов на поверхности частиц и теплообмена на стенке канала.

Авторы выражают благодарность Ярыгиной Н.И. (ИТ СО РАН, Новосибирск), Founti M. (National Tech. University of Athens, NTUA, Greece), Hardalupas Y. (Imperial College, London, U.K.) и Зайчику Л.И. (Институт проблем безопасного развития атомной энергетики, ИБРАЭ, Москва) за полезные обсуждения по проблемам отрывных однофазных и двухфазных течений.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- **1. Чжен П.** Управление отрывом потока. М.: Мир, 1979. 552 с.
- 2. Итон Дж., Джонстон Дж. Обзор исследований дозвуковых присоединяющихся течений // Ракетная техника и космонавтика. 1981. Т. 19, № 10. С. 7–19.
- **3. Алемасов В.Е., Глебов Г.А., Козлов А.П.** Термоанемометрические методы исследования отрывных течений. Казань: Изд-во Казанск. ф-ла АН СССР, 1989. 178 с.
- Simpson R.L. Aspects of turbulent boundary-layer separation // Progress Aerospace Sci. 1996. Vol. 32. — P. 457–521.
- 5. Ota T. A survey of heat transfer in separated and reattached flows // Appl. Mech. Rev. 2000. Vol. 53. P. 219–235.
- 6. Chieng C.C., Lounder B.E. On the calculation of turbulent heat transport downstream from an abrupt pipe expansion // Inter. J. Numerical Heat Transfer. Part A. 1980. Vol. 3. P. 189–207.
- 7. Бон Дж., Хоффман М., Такахаси Р., Лондер Б. Местный теплообмен за резким расширением круглого канала при постоянной плотности теплового потока на стенке // Теплопередача. 1984. Т. 106, № 4. С. 91–100.
- 8. Гурей А., Уоткинс К., Аунг В. Расчет теплообмена в турбулентном потоке при обтекании обратного уступа и в трубе с внезапным расширением // Теплопередача. — 1985. — Т. 107, № 1. — С. 65–72.
- 9. Даррет Р., Стивенсон В., Томпсон Х. Измерение с помощью ЛДИС радиальной и продольной составляющих скорости в осесимметричном турбулентном потоке воздуха за внезапным расширением сечения трубы // Современное машиностроение. Сер. А. — 1989. — № 7. — С. 1–7.
- 10. Бон Дж., Хоффман М., Лондер Б., Ли Д., Яп К. Измерения теплоотдачи, температуры и скорости после внезапного расширения в круглой трубе при постоянной температуре стенки // Современное машиностроение. Сер. А. 1990. № 4. С. 30–37.
- 11. Штигльмайер М., Тропеа К., Вайзер Н., Нитше В. Экспериментальное исследование течения через осесимметричные расширения // Современное машиностроение. Сер. А. 1990. № 6. С. 60–68.
- 12. Поляков А.Ф., Комаров П.Л. Исследование характеристик турбулентности и теплообмена за обратным уступом в щелевом канале // Препринт ОИВТ РАН № 2–396. 1996. 70 с.
- Hahn Y.B., Sohn H.Y. The trajectories and distribution of particles in a turbulent axisymmetric gas jet injected into a flash furnace shaft // Met. Trans. B. — 1988. — Vol. 19B. — P. 871–884.
- Ruck B., Makiola B. Particle dispersion in a single-sided backward-facing step flow // Inter. J. Multiphase Flow. — 1988. — Vol. 14. — P. 787–800.
- Hardalupas Y., Taylor A.M.K.P., Whitelaw J.H. Particle dispersion in a vertical round suddenexpansion flow // Phil. Trans. Royal Soc. London. Part A. — 1992. — Vol. 341. — P. 411–442.
- **16. Волков Э.П., Зайчик Л.И., Першуков В.А.** Моделирование горения твердого топлива. М.: Наука, 1994. — 320 с.
- 17. Зайчик Л.И., Козелев М.В., Першуков В.А. Расчет турбулентных газодисперсных течений в каналах с зонами рециркуляции // Изв. РАН. Механика жидкости, газа. 1994, № 4. С. 65–75.
- Achimastos T., Dimopoulos D., Klipfel A., Founti M. Measurements and predictions in a vertical sudden expansion two-phase flow: The effects of particle concentration // Proc. 7th Inter. Workshop on Two-Phase Flow Predictions. Erlangen, Germany, 1994. — P. 46–52.

- Fessler J.R., Eaton J.K. Turbulence modification by particles in a backward-facing step flow // J. Fluid Mech. — 1999. — Vol. 314. — P. 97–117.
- 20. Zhang H.Q., Chan C.K., Lau K.S. Numerical simulation of sudden-expansion particle-laden flows using an improved stochastic separated flow model // Inter. J. Numerical Heat Transfer. Part A. — 2001. — Vol. 40. — P. 89–102.
- Yua K.F., Lau K.S., Chan C.K. Numerical simulation of gas-particle flow in a single-side backwardfacing step flow // J. Comp. Appl. Math. — 2004. — Vol. 163. — P. 319–331.
- 22. Jones W.P., Lounder B.E. The calculation of low-Reynolds-number phenomena with a two-equation model of turbulence // Inter. J. of Heat and Mass Transfer. 1973. Vol. 15. P. 1119–1130.
- 23. Зайков Л.А, Стрелец М.Х., Шур М.Л. Сравнение возможностей дифференциальных моделей турбулентности с одним и двумя уравнениями при расчете течений с отрывом и присоединением. Течение в канале с обратным уступом // Теплофизика высоких температур. — 1996. — Т. 34, № 5. — С. 724–736.
- 24. Деревич И.В. Гидродинамика и тепломассоперенос частиц при турбулентном течении газовзвеси в трубе // Теплофизика высоких температур. — 2002. — Т. 40, № 1. — С. 86–99.
- 25. Аветисян А.Р., Алипченков В.М., Зайчик Л.И. Влияние турбулентности на течение спонтанно конденсирующегося влажного пара в соплах Лаваля // Теплофизика высоких температур. 2003. Т. 41, № 1. С. 65–69.
- 26. Hwang C.B., Lin C.A. Improved low-Reynolds-number k- ε̃ turbulence model based on direct simulation data // AIAA J. 1998. Vol. 36. P. 38–43.
- 27. Myong H.K., Kasagi N. A new approach to the improvement of k-ε turbulence model for wall-bounded shear flows // Inter. J. JSME. Ser. II. 1990. Vol. 33. P. 63–72.
- Lumley J.L. The second order model for turbulent flows // Prediction Methods for Turbulent Flow. New York: Hemisphere, 1980.
- 29. Роди В. Модели турбулентности окружающей среды / В книге: Методы расчета турбулентных течений. — М.: Мир, 1984. — С. 227–322.
- Gatski T.B., Speziale C.G. On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows // J. Fluid Mech. — 1993. — Vol. 254. — P. 59–78.
- Terekhov V.I., Pakhomov M.A. The thermal efficiency of near-wall gas-droplets screens. I. Numerical Modeling // Inter. J. Heat Mass Transfer. — 2005. — Vol. 48. — P. 1747–1759.
- 32. Вараксин А.Ю. Турбулентные течения газа с твердыми частицами. М.: Физматлит, 2003. 192 с.
- 33. Simonin O. Prediction of the dispersed phase turbulence in particle-laden jet // Proc. 1st ASME–JSME Fluid Eng. Conf. Portland, Oregon, U.S.A. June 23–27. — 1991. — Vol. 121. — P. 197–206.
- 34. Патанкар С. Численные методы решения задач теплоомбена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. — 152 с.
- 35. Leonard B.P. A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation // Comput. Methods Appl. Mech. Engng. — 1979. — Vol. 19. — P. 59–79.
- 36. Van Doormaal J.P., Raithby G.D. Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flow // Inter. J. Numerical Heat Transfer. Part A. — 1984. — Vol. 7. — P. 147–164.

Статья поступила в редакцию 11 января 2008 г.