

ВОСПЛАМЕНЕНИЕ ОБЛАКА МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ В КОНТИНУАЛЬНОМ РЕЖИМЕ.

II. НЕАДИАБАТИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ

Ю. А. Гостеев, А. В. Федоров

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

В рамках общей математической модели реагирующей смеси газа, жидких капель и твердых частиц рассмотрено неадиабатическое движение газозвеси частиц магния за ударной волной. Дана классификация возможных типов течения смеси за фронтом замороженной ударной волны. Задержки воспламенения, полученные расчетным путем, имеют хорошее соответствие с опытными данными. Выполнено сравнение параметров течения, найденных по адиабатической и неадиабатической моделям.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В [1] развита теория адиабатической волны воспламенения в смеси газа и частиц магния. Показана возможность инициирования волн воспламенения и их устойчивого распространения по смеси. В данной работе исследуются характеристики неадиабатической волны воспламенения. Для этого рассмотрим неадиабатический вариант уравнений (3.1), (3.2) из [1], описывающих стационарную структуру течения смеси за ударной волной (УВ). В этом случае полная энергия смеси уже не сохраняется вследствие теплообмена с окружающей средой, имеющей температуру T_{ex} . Поэтому уравнения сохранения массы и импульса, дополненные уравнением, описывающим изменение полной энергии смеси, имеют вид

$$\rho U = C_1, \quad C_1 U + p = C_2, \quad (1.1)$$

$$\frac{d}{d\zeta} \left[\rho U \left(e + \frac{U^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) \right] = k_{10} \frac{S_{10}}{V_{10}} (T_{ex} - T_1),$$

где ρ — плотность газового компонента; U, p — скорость и давление смеси; e — внутренняя энергия фаз; S_{10} и V_{10} — поверхность и объем трубы, где осуществляется течение смеси, $S_{10}/V_{10} = 2/R_T$, R_T — радиус трубы; ζ — автомодельная координата. Относительно кинетики процесса воспламенения частиц сделаем дополнительное предположение о степенной зависимости предэкспонента K_0 от давления смеси (что найдет свое подтверждение ниже путем сравнения численных и экспериментальных данных). Это позволяет принять для толщины оксидной пленки h закон ее роста в виде

$$U \frac{dh}{d\zeta} = K_0 \xi_{11} p^\delta (T_m - T_2) \exp(-E_A/\mathcal{R}_\mu T_2),$$

где ξ_{11} — массовая доля окислителя, \mathcal{R}_μ — универсальная газовая постоянная, E_A — энергия активации реакции окисления, T_m введено в [1]. Далее все величины и уравнения приведутся в безразмерной форме. Тогда из уравнения для изменения полной энергии континуума для описания температуры дисперсной фазы получим следующее уравнение:

$$\frac{dT_2}{d\zeta} = B_2 \left\{ p^\delta (T_m - T_2) \exp\left(-\frac{E_a}{T_2}\right) - \alpha_{12}(T_2 - T_1) \right\} \equiv B_2 g_2(T_1, T_2), \quad (1.2)$$

где $E_a = E_A/\mathcal{R}_\mu T_0$. Для скорости смеси из (1.1) можно вывести уравнение

$$\frac{dU}{d\zeta} = -\frac{AU g_1(T_1, T_2)}{U^2 - c_f^2}. \quad (1.3)$$

Здесь $g_1(T_1, T_2) = \alpha_{12}(T_1 - T_2) + \alpha_{10}(T_{ex} - T_1)$; $A, B_2, \alpha_{10}, \alpha_{12}$ — некоторые положительные константы. В знаменателе правой части данного уравнения имеется сингулярная точка $U = c_f$, которая соответствует переходу потока через звуковую особенность. Имея в виду, что все параметры течения смеси выражаются в терминах (T_1, T_2) , из (1.3) получим уравнение для описания температуры газовой фазы:

$$\frac{dT_1}{d\zeta} = -\frac{A_1(U - U_*) g_1(T_1, T_2)}{\rho(U^2 - c_f^2)}. \quad (1.4)$$

Тогда для описания неадиабатического течения смеси в зоне воспламенения за УВ можно взять уравнения (1.2), (1.3) или (1.2), (1.4) и краевые условия (3.3) из [1]. Все остальные параметры должны выражаться соответственно через (U, T_2) или (T_1, T_2) .

2. КЛАССИФИКАЦИЯ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ СМЕСИ

Проведем анализ конечного равновесного состояния при течении смеси, используя методы качественной теории динамических систем на плоскости. В данном случае удобно использовать фазовую плоскость (T_1, T_2) , т. е. рассматривать уравнения (1.2), (1.4). Простые состояния равновесия $(T_{1,к}, T_{2,к})$, где $T_{1,к}, T_{2,к}$ — конечные температуры фаз, находятся из соотношений $g_1 = g_2 = 0$, которые могут быть сведены к одному уравнению относительно $T_{2,к}$:

$$g_0(T_{2,к}) = P^\delta(T_{2,к})(T_m - T_{2,к}) \exp\left(-\frac{E_a}{T_{2,к}}\right) - \alpha(T_{2,к} - T_{ex}) = 0, \quad (2.1)$$

где $\alpha = \alpha_{12}/(1 + \alpha_{12}/\alpha_{10})$, $P^\delta(T_{2,к}) = (C_2/2)(1 + \sqrt{1 - T_{1,к}(T_{2,к})/U_2^2})$, и зависимости

$$T_{1,к}(T_{2,к}) = \frac{\alpha_{12}T_{2,к} + \alpha_{10}T_{ex}}{\alpha_{12} + \alpha_{10}}. \quad (2.2)$$

Таким образом, конечные равновесные состояния для смеси, если они существуют, находятся из (2.1), (2.2).

Собственные числа матрицы Якоби системы (1.2), (1.4) в этих точках суть

$$\lambda_{1,2} = (\beta_1/2)(1 \pm \sqrt{\Delta_\lambda/\beta_1^2}),$$

где $\Delta_\lambda = \beta_1^2 - 4\beta_0$, $\hat{\rho}_1 = \text{tr}\Omega$, $\beta_0 = \det\Omega$, Ω — соответствующая матрица Якоби вида

$$\Omega = \begin{bmatrix} -\psi(\alpha_{12} + \alpha_{10}) & \psi\alpha_{12} \\ B_2\alpha_{12} & B_2(\varphi - \alpha_{12}) \end{bmatrix}.$$

Здесь $\varphi = \frac{\partial g_2}{\partial T_2} + \alpha_{12} = g'_0(T_2) + \alpha$, $\psi = \psi(U) > 0$ — положительная функция в области течения. Тогда определитель равен $\det\Omega = -\psi B_2(\alpha_{12} + \alpha_{10})g'_0(T_2)$. Видим, что условие $\det\Omega = 0$, отвечающее появлению сложного состояния равновесия, эквивалентно условию $g'_0(T_2) = 0$, в точности совпадающему с условием Семенова в теории теплового взрыва. Качественный вид зависимости $T_{2,к} = T_{2,к}(\alpha)$ приведен в [1] на рис. 2. На этом рисунке теперь нужно брать $T_e = T_{ex}$. Тем самым данная неадиабатическая модель обладает многообразием катастроф, которое совпадает с многообразием катастроф адиабатической модели, если температура окружающей среды T_{ex} равна температуре равновесия фаз в адиабатическом течении T_e (определение последней величины

см. в [1]). Бифуркационная диаграмма позволяет провести классификацию типов конечных равновесных состояний смеси.

• **УТВЕРЖДЕНИЕ 1.** (А) Пусть конечная температура частиц $T_{2,к}$ лежит в интервале (T_{2-}, T_{2+}) . Тогда простое состояние равновесия $(T_{1,к}, T_{2,к})$ системы уравнений (1.2), (1.4) есть седло ($\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0$).

(Б) Пусть конечная температура $T_{2,к}$ принадлежит множеству $(T_{ex}, T_{2-}) \cup (T_{2+}, T_m)$. Тогда простое состояние равновесия есть устойчивый узел ($\lambda_{1,2} < 0$) при $\Delta_\lambda > 0$, устойчивый фокус ($\lambda_{1,2}$ комплексно сопряженные) при $\Delta_\lambda < 0$.

Итак, интервалы $(0, \alpha_-)$ и (α_+, ∞) значений параметра α отвечают течению смеси с единственным конечным состоянием. В интервале (α_-, α_+) таких состояний три. Используя подход работы [2], нетрудно показать, что справедливо следующее

• **УТВЕРЖДЕНИЕ 2.** (А) Пусть параметр α не превосходит α_- (больше чем α_+). Тогда решение задачи Коши для (1.2), (1.4) стабилизируется на множестве $\text{III} = (T_1^{\text{III}}, T_2^{\text{III}})$ ($\text{I} = (T_1^{\text{I}}, T_2^{\text{I}})$) многообразия воспламенения.

(Б) Пусть параметр α лежит в интервале между α_- и α_+ . Тогда решение задачи Коши стабилизируется на множестве $\text{III} = (T_1^{\text{III}}, T_2^{\text{III}})$, если $(\tilde{T}_1, \tilde{T}_2) \in D_2$, и на множестве $\text{I} = (T_1^{\text{I}}, T_2^{\text{I}})$, если $\tilde{T}_1, \tilde{T}_2 \in D_1$.

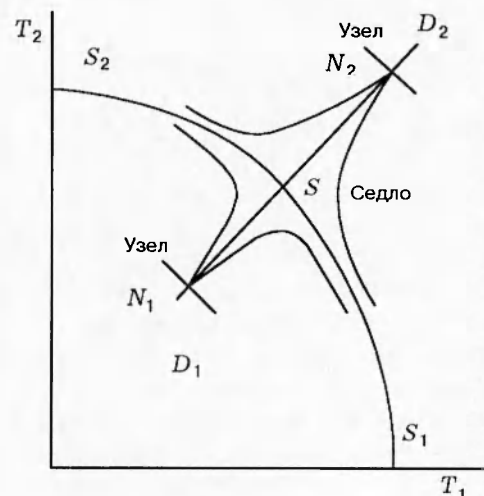


Рис. 1. Фазовый портрет системы (1.2), (1.4) при $\alpha \in (\alpha_-, \alpha_+)$

Здесь области D_1 и D_2 фазовой плоскости отделены друг от друга сепаратрисами S_1S и S_2S , входящими в седловое состояние S (рис. 1). В случае $\alpha_- < \alpha < \alpha_+$ множества I, II и III состоят соответственно из узловых состояний N_1 , седловых состояний S и узловых состояний N_2 . При выводе данного утверждения использовалась теорема Цемплена, которая позволяет утверждать, что $U - c_f \neq 0$ в поле течения. Проведем классификацию типов движения смеси за фронтом УВ.

• УТВЕРЖДЕНИЕ 3. В условиях утверждения 2 случай (А) описывает либо режим течения смеси с воспламенением (если $\alpha \leq \alpha_-$), либо режим течения с «регулярным» нагревом (если $\alpha > \alpha_+$); случай (Б) соответствует либо режиму с воспламенением (если начальное состояние за фронтом УВ принадлежит области D_2), либо течению смеси с «регулярным» нагревом (если начальное состояние отвечает области D_1).

3. ЧИСЛЕННЫЕ ПРИМЕРЫ

Обратимся к численным иллюстрациям возможных структур зоны воспламенения за УВ. Так, на рис. 2 приведены распределения температур фаз и параметров смеси за фронтом УВ в случае воспламенения при $\alpha \cdot 10^5 = 1,846 < \alpha_- \cdot 10^5 = 5,999$. Оказалось, что температура газа и параметры смеси в ближней к УВ зоне весьма слабо изменяются по сравнению со своими значениями на фронте, т. е. тепловое влияние частиц на газ незначительное. Можно констатировать, что этот пример соответствует течению смеси в режиме одиночных частиц. На рис. 3 показана структура течения в случае «регулярного» теплового режима смеси при $\alpha \cdot 10^5 = 1,84 > \alpha_+ \cdot 10^5 = 1,68$. Вначале сжатый за УВ газ прогревает частицы и остывает; течение смеси замедляется, давление и плотность растут. Затем фазы приходят в тепловое равновесие, и в однопоточном режиме смесь, остывая, достигает конечного состояния на весьма большом расстоянии от фронта УВ. Данный пример демонстрирует интересную особенность неадиабатической модели, а именно: наличие двух характерных времен теплообмена — газа и частиц τ_{12} , газа и окружающей среды τ_{10} ; причем в данном примере $\tau_{12} \ll \tau_{10}$. На рис. 4 представлен случай течения смеси с воспламенением при $\alpha_- < \alpha < \alpha_+$, $(\tilde{T}_1, \tilde{T}_2) \in D_2$, т. е. когда чувствительность течения к условиям за УВ приводит к тепловому

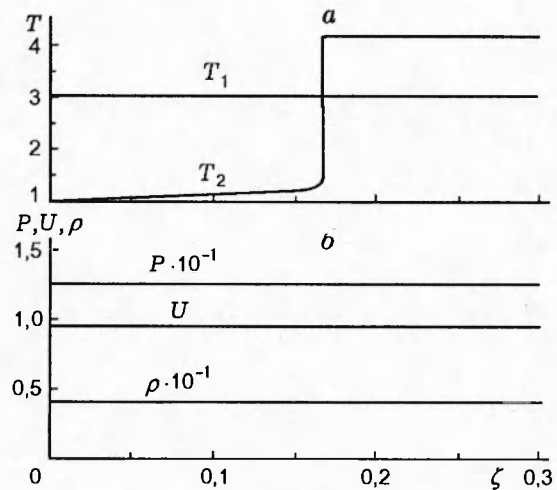


Рис. 2. Структура течения смеси за УВ. Случай воспламенения, $\alpha \cdot 10^5 = 1,846 < \alpha_- \cdot 10^5 = 5,999$:

a — температуры фаз; b — плотность, скорость и давление смеси

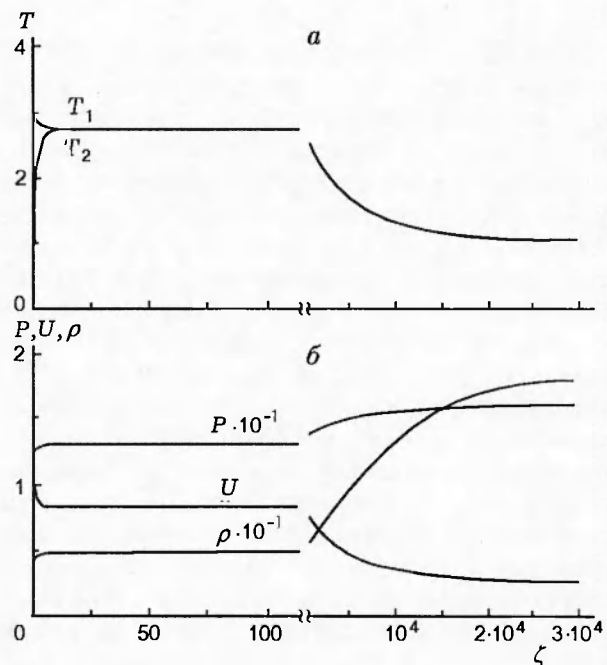


Рис. 3. Структура течения смеси за УВ. Случай «регулярного» теплового режима, $\alpha \cdot 10^5 = 1,84 > \alpha_+ \cdot 10^5 = 1,68$:

обозначения те же, что на рис. 2

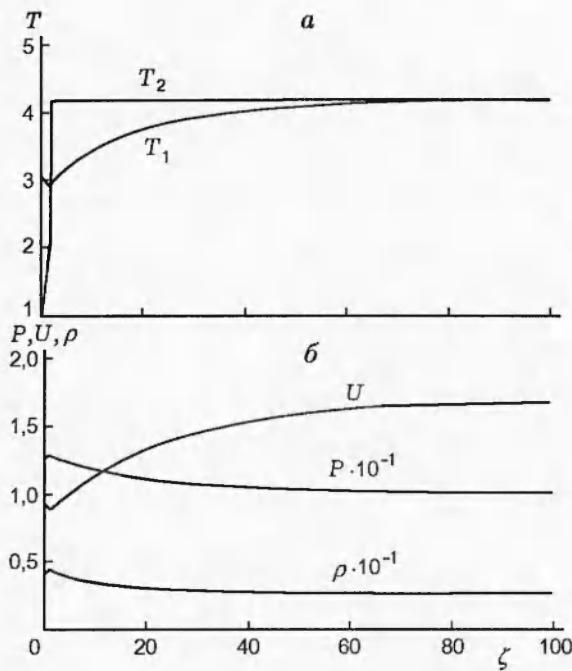


Рис. 4. Структура течения смеси за УВ. Случай воспламенения, $\alpha_- = 6 \cdot 10^{-18} < \alpha = 9,2 \cdot 10^{-12} < \alpha_+ = 1,68 \cdot 10^{-5}$, $(\bar{T}_1, \bar{T}_2) \in D_2$

взрыву. Здесь после воспламенения дисперсная фаза сохраняет почти постоянную температуру и прогревает газовую фазу. Так как в данном примере частиц достаточно много, то теплоподвод в газ при их реагировании способен существенно разогнать смесь (скорость возрастает почти в полтора раза). Это также является интересной особенностью неадиабатической модели по сравнению с адиабатической.

Нагрев фаз в случае «дисперсионных» режимов течения показан на рис. 5. Этим режимам соответствуют на фазовой плоскости устойчивые траектории SN_2 и SN_1 (см. рис. 1), соединяющие седловое состояние S с крайними узловыми состояниями N_2 и N_1 . Физически данные типы течения смеси реализуются, если в конечном состоянии достигаются параметры, отвечающие узловому состоянию N_2 или N_1 , а газозвесь предварительно подогрета до температур T_1^{II} , T_2^{II} . Тогда пребывание смеси в данном состоянии S нарушится ввиду наличия в системе тепловых флуктуаций, т. е. в зависимости от знака последних произойдет либо тепловой взрыв — воспламенение, либо медленное остывание — погасание смеси. Отметим, что оба режима характеризуются весьма близкими температурами фаз. Это связано с тем, что

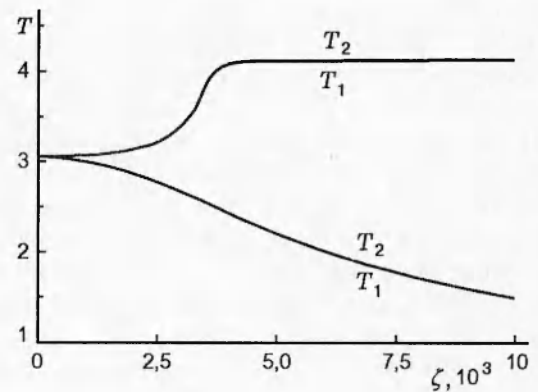


Рис. 5. Профили температур фаз для «дисперсионных» режимов течения смеси за УВ: 1 — «дисперсионное» воспламенение, 2 — «дисперсионное» погасание

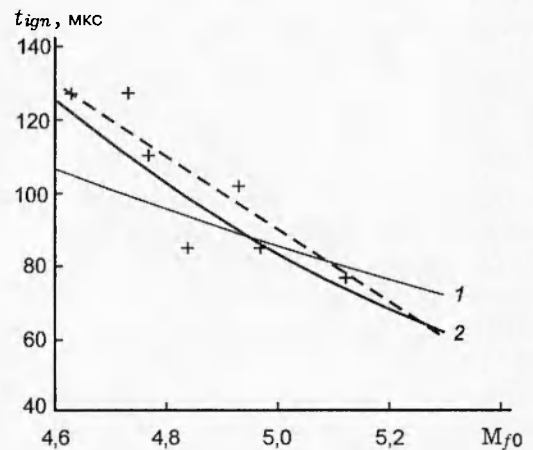


Рис. 6. Зависимость времени задержки воспламенения смеси частиц магния и кислорода от числа Маха УВ:

сплошные линии — расчет авторов, 1 — $\delta = 2$, 2 — $\delta = 4$; значки — эксперимент [3]; штриховая линия — расчет [4]

предельные траектории SN_2 и SN_1 близки к прямой линии $T_1 = T_2$.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКИХ КОНСТАНТ. РАСЧЕТ ВРЕМЕНИ ЗАДЕРЖКИ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ

Кратко опишем решение задачи об определении кинетических параметров в законе роста оксидной пленки. Обработывались данные эксперимента [3] по воспламенению смеси кислорода и частиц магния. Выбраны следующие значения параметров: $p_0 = 0,135 \cdot 10^5$ Па, $\rho_0 = 0,2$ кг/м³, $\rho_{20} = 0,04$ кг/м³, $Nu = 2$,

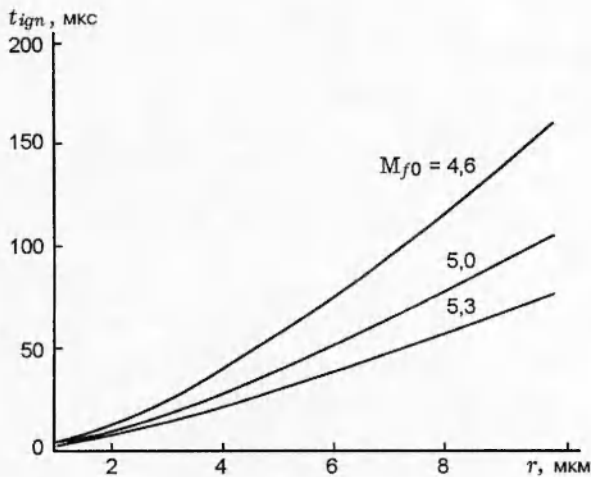


Рис. 7. Время задержки воспламенения в зависимости от радиуса частиц

$\lambda_1 = 2,27 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·К). Для данных [3] серия расчетов позволила определить константы $\delta = 4$, $K_0 = 1 \cdot 10^{-20}$ м/(с·К·Па⁴), $T_m = 1410$ К, $E_A/\mathcal{R}_\mu = 10000$ К. На рис. 6 проведено сопоставление опытных и расчетных данных (по данной модели и [4]), относящихся к зависимости времени задержки воспламенения от числа Маха ударной волны. Видно, что неадиабатическая модель при $\delta = 4$ способна правильно предсказывать период индукции смеси.

На рис. 7 показано влияние числа Маха УВ на зависимость периода индукции от радиуса частиц для приведенного выше набора параметров. Уменьшение t_{ign} с ростом M_{f0} при постоянном радиусе r частицы объясняется увеличением скорости окисления и, как следствие, ростом тепловыделения на частицах. Действительно, в законе нарастания оксидной пленки предэкспоненциальная функция зависит степенным образом от давления смеси.

Рис. 8 для тех же данных иллюстрирует зависимость t_{ign} от объемной концентрации частиц m_{20} для разных чисел Маха УВ. Видно, что когда частиц достаточно много, кривые для разных чисел Маха сближаются, стремясь к некоторой предельной величине. Проследим влияние $m_2 = m_{20}$ на характеристики процесса воспламенения: так как число частиц $n \sim m_2$, то $\alpha_{12} \sim m_{20}$, т. е. при увеличении m_{20} возрастает параметр α_{12} . При этом α стремится к α_{10} . Последнее означает, что происходит тепловая гомогенизация смеси и ее теплопроводящая способность целиком определяется передачей тепла к окружающей среде — параметром α_{10} .

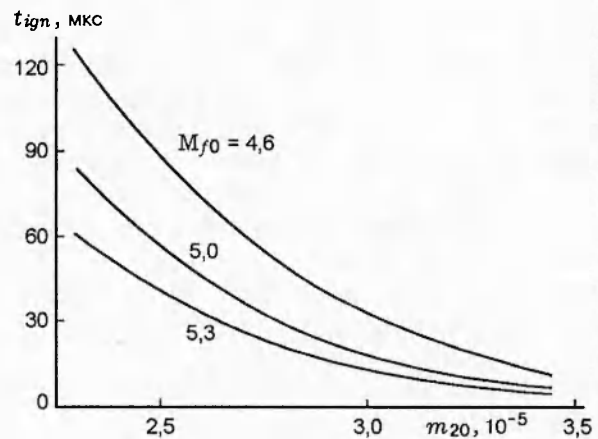


Рис. 8. Время задержки воспламенения в зависимости от начальной объемной концентрации дисперсной фазы

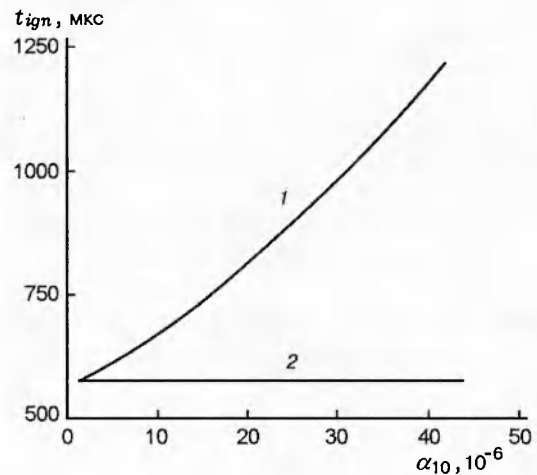


Рис. 9. Пример влияния параметра внешнего теплообмена на время задержки воспламенения смеси:

1 — неадиабатическая, 2 — адиабатическая модель

ром α_{10} . Малое значение α_{10} означает большую надкритичность системы, т. е. удаленность от предела воспламенения α_- , и, соответственно, малое время t_{ign} .

5. СРАВНЕНИЕ АДИАБАТИЧЕСКОЙ И НЕАДИАБАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЕЙ

Рассмотрим влияние тепловых потерь в окружающую среду на некоторые параметры процесса воспламенения смеси. На рис. 9 представлен пример зависимости периода индукции t_{ign} от параметра, характеризующего теплообмен с внешней средой α_{10} для неадиабатической и адиабатической моделей при прочих

равных условиях ($M_{f0} = 5$, $r = 10^{-5}$ м, $p_0 = 1,4 \cdot 10^5$ Па, $\rho_0 = 1,2$ кг/м³, $\rho_{20} = 0,17$ кг/м³). В данном случае $\alpha_- = 5,71 \cdot 10^{-6}$ для неадиабатического и $\alpha_- = 2,5 \cdot 10^{-4}$ для адиабатического варианта, $\alpha_{12} = 3,41 \cdot 10^{-7}$ для обоих вариантов, т. е. величина α_{10} на 1–2 порядка превосходит α_{12} . Поэтому эффективный параметр теплообмена $\alpha = \alpha_{10}/(1 + \alpha_{10}/\alpha_{12}) \sim \alpha_{12} < \alpha_-$. Как видно, для неадиабатического течения увеличение интенсивности теплоотвода в окружающую среду (α_{10}) приводит к затягиванию периода индукции; критическое условие воспламенения при этом все еще выполняется.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках общей математической модели для описания реагирующей композитной смеси газа, жидких капель и твердых частиц [1] рассмотрено неадиабатическое движение за ударной волной.

- Дана классификация возможных видов течения смеси за фронтом замороженной ударной волны в виде двух основных режимов — с воспламенением дисперсной фазы и без воспламенения, т. е. с «регулярным» нагревом.

- Времена задержки воспламенения, полученные расчетным путем, имеют хорошее соответствие с опытными данными.

- Сравнение адиабатической и неадиабатической моделей по задержке воспламенения показало затягивание периода индукции с ростом параметра внешнего теплообмена.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-00587) и INTAS-OPEN-97-2027.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гостеев Ю. А., Федоров А. В. Воспламенение облака металлических частиц в континуальном режиме. I. Адиабатическое течение // Физика горения и взрыва. 1999. Т. 35, № 5. С. 31–39.
2. Федоров А. В. Воспламенение газозвесей в режиме взаимодействующих континуумов // Физика горения и взрыва. 1998. Т. 34, № 4. С. 57–64.
3. Fox J. W., TeVelde J. A., Nicholls J. A. Shock wave ignition of metals powders // Proc. 1976 Heat Transfer and Fluid Mech. Inst., Davis, Calif., 1976. Stanford, Calif., 1976. P. 241–256.
4. Медведев А. Е., Федоров А. В., Фомин В. М. Математическое моделирование воспламенения частиц металлов в высокотемпературном потоке за ударной волной // Физика горения и взрыва. 1982. Т. 18, № 3. С. 5–13.

Поступила в редакцию 18/VI 1999 г.