

УДК 532.59, 536. 24.01

Теоретическое моделирование гидродинамики и теплопереноса в волновых пленках жидкости при сложных условиях течения (обзор)*

С.П. Актершев, С.В. Алексеенко, О.Ю. Цвелодуб

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

E-mail: sergey-aktershev@mail.ru

В обзоре рассматриваются проблемы гидродинамики и теплопереноса в волновых пленках жидкости при наличии сложных условий течения. Термин «сложные условия» здесь означает наличие потоков массы, импульса и энергии через поверхность пленки. Цель обзора — анализ последних достижений в исследовании волновых режимов пленочных течений.

Ключевые слова: пленка жидкости, волновое течение, теплоперенос, воздействие газового потока, термокапиллярный эффект, фазовое превращение.

Введение

Проблемы течения тонких слоев жидкости привлекают внимание большого числа исследователей достаточно давно, с годами интерес к ним только усиливается, что обусловлено широким применением пленочных течений в технологических устройствах. Так, например, в холодильной технике пленочные теплообменники используются в качестве конденсаторов хладагентов. Пленки жидкости применяются в абсорберах, ректификационных колоннах, в установках по сжижению природного газа, в кристаллизаторах, электролизерах. В химических технологиях и пищевой промышленности водяные пленки служат для охлаждения серной кислоты, молочных продуктов, рассола при получении соды. Пленки жидкости используются в биореакторах при осуществлении биохимических реакций, для получения водных растворов газа, для разделения газовой смеси, очистки газов от вредных примесей. Зачастую особенности режимов течения пленки жидкости оказывают определяющее влияние на интенсивность теплопередачи в оросительных градирнях, испарителях, парогенераторах, а также в тепловых трактах АЭС. Пленки жидкости, обдуваемые высокоскоростным газовым потоком, применяют для защиты стенок камер сгорания жидкостных ракетных двигателей. Неизотермические жидкие пленки используются во многих технологических процессах, в основе которых лежит термокапиллярный эффект Марангони, например, для нанесения на твердую поверхность полимерных покрытий. Спектр практических приложений пленочных течений непрерывно расширяется, что стимулирует как проведение новых экспериментальных, так и постановку новых теоретических исследований этого класса течений.

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-18-50082.

В большинстве практически важных случаев течение пленки с невозмущенной границей неустойчиво, в результате чего на поверхности жидкости развиваются волны. Разнообразие волновых режимов делает пленочные течения уникальными объектами для изучения фундаментальных закономерностей развития нелинейных волновых структур. К настоящему времени в этой области, особенно для свободно стекающих изотермических пленок, получены существенные научные результаты. Однако многие вопросы, связанные с влиянием волновых режимов на процессы переноса (и их взаимовлияния), еще достаточно далеки от полного решения. Так, до сих пор весьма актуальными являются исследования процессов волнообразования и переноса в пленке при наличии фазового перехода и изучение роли термокапиллярных сил на поверхности неизотермической пленки. Такие постановки задач, имеющие серьезную академическую ценность, обусловлены также и практической необходимостью интенсификации теплообменных процессов. Отметим, что взаимовлияние тепловых потоков и волновых режимов в пленочных течениях стало объектом исследований сравнительно недавно. Так, в неизотермической пленке, кроме собственно гидродинамических мод неустойчивых возмущений, появляются также и дополнительные моды, обусловленные термокапиллярным эффектом.

В представленном обзоре в основном рассматриваются волновые режимы течения пленок вязкой жидкости при сложных условиях. Здесь термин «сложные условия» означает наличие потоков массы, импульса и энергии через поверхность волновой пленки. Основное внимание уделяется теоретическим исследованиям. Экспериментальные исследования представлены в меньшей степени, по большей части присутствуют ссылки на работы, в которых приводятся сопоставление экспериментальных данных с теоретическими или новая постановка задачи. Читатели, интересующиеся более широким кругом вопросов пленочных течений, могут найти их в других обзорных статьях, например, в (Oron et al., 1997; Yeo et al., 2003; Craster, Matar, 2009; Davalos-Orozco, 2013), а также в монографиях (Алексеенко и др., 1992; Chang, Demekhin, 2002; Kalliadasis et al., 2012).

Представленная обзорная статья включает следующие разделы.

1. Теоретические модели волновых пленок.
2. Волны в пленках с воздействием газового потока.
3. Волны в пленках с фазовым превращением.
4. Волны в пленках при наличии термокапиллярности.
5. Теплоперенос в волновых пленках.
6. Заключение.

1. Теоретические модели волновых пленочных течений

1.1. IBL-модель

Волновые режимы пленочного течения интенсивно исследуются более полувека, начиная с работ (Капица, 1948; Капица, Капица, 1949), где были выявлены периодические и уединенные волны, а также впервые высказана идея о возможности усреднения исходной системы уравнений. Этот подход использовался в работах (Шкадов, 1967; Шкадов, 1968) с целью конструктивного упрощения общей постановки задачи и сведения ее к системе дифференциальных уравнений эволюционного типа для толщины пленки h и расхода q . Эти уравнения, в которых используется погранслоное приближение и параболический профиль скорости, были получены интегрированием исходных уравнений Навье–Стокса по толщине пленки, поэтому в зарубежной литературе их называют IBL-моделью (Integral Boundary Layer). Система дифференциальных уравнений, выведенная в длинноволновом приближении (толщина пленки h много меньше длины волны λ), достаточно хорошо моделирует основные особенности исходной задачи

и позволяет применять к исследованию волн современные математические методы теории бифуркаций и теории динамических систем. В первом приближении по параметру $\varepsilon = h/\lambda$ уравнения Навье–Стокса для трехмерного течения пленки жидкости сводятся к виду (Демехин, Шкадов, 1984)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{1}{5\delta} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial \Delta h}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= \frac{1}{5\delta} \left(\frac{1}{3} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial \Delta h}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dy + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^h w dy &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} y = h(x, t): \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \\ y = 0: \quad u = v = w &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\Delta h = \partial^2 h / \partial x^2 + \partial^2 h / \partial z^2$, направление оси x совпадает с направлением силы тяжести, ось z трансверсальна осям x и y . Система уравнений (1) содержит только один параметр $\delta = (\text{Re}^{11} / 3^7 5 \text{Fi})^{1/9}$, учитывающий эффекты гравитации, капиллярности, вязкости (здесь $\text{Re} = gh_0^3 / 3\nu^2$, $\text{Fi} = \sigma^3 / \rho^3 g\nu^4$ — число Капицы, h_0 — невозмущенная толщина пленки жидкости). Дальнейшее упрощение этих уравнений возможно, если задать профили скорости $u(x, z, t)$, $w(x, z, t)$. В рамках IBL-модели профили скорости записываются в виде полинома второго порядка, удовлетворяющего граничным условиям (2)

$$u = \frac{3q}{h} (\eta - \eta^2 / 2), \quad w = \frac{3m}{h} (\eta - \eta^2 / 2), \quad \text{где } \eta = y/h, \quad (3)$$

здесь $q = \int_0^h u dy$ и $m = \int_0^h w dy$ — расходы в направлениях осей x и z соответственно.

Интегрирование системы уравнений (1) по y от 0 до h с учетом краевых условий приводит к уравнениям баланса импульса и массы в виде

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{6}{5} \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{q^2}{h} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{qm}{h} \right) = \frac{1}{5\delta} \left(h + h \frac{\partial \Delta h}{\partial x} - \frac{q}{h^2} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{6}{5} \left(\frac{\partial}{\partial z} \frac{m^2}{h} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{qm}{h} \right) = \frac{1}{5\delta} \left(h \frac{\partial \Delta h}{\partial z} - \frac{m}{h^2} \right),$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial m}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

В случае двумерных возмущений система уравнений (4), (5) принимает вид:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{6}{5} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{h} \right) = \frac{1}{5\delta} \left(h \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} + h - \frac{q}{h^2} \right), \quad (6)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0.$$

В левой части первого уравнения (6) второе слагаемое описывает конвективный перенос. В правой части этого уравнения первый и второй члены в скобках обусловлены действием капиллярных сил и силы тяжести соответственно, а последний член учитывает действие сил трения со стороны твердой поверхности.

В работе (Шкадов, 1967) впервые было построено семейство регулярных пространственно-периодических волн конечной амплитуды (так называемое первое семейство), а в исследовании (Шкадов, 1977) были найдены решения в виде уединенных волн солитонов-вмятин. В зависимости от величины параметра δ можно условно выделить характерные волновые режимы. Так, при его умеренных значениях преобладают регулярные волны, наблюдаемые в экспериментах. Полученные в работах (Шкадов, 1967; Шкадов, 1977) решения системы (6) впервые хорошо согласовывались с частью наблюдаемых в экспериментах (Капица, 1948; Капица, Капица, 1949) волновых режимов по таким характеристикам, как длина волны, скорость распространения волн и их амплитуда. Авторы работ (Демехин, 1983; Трифонов, Цвелодуб, 1985; Демехин и др., 1987; Демехин, Шкадов, 1985) обнаружили второе семейство или семейство быстрых волн. Было показано, что волны этого семейства, близкие к уединенным волнам, количественно хорошо согласуются с режимами, реализованными в экспериментах (Алексеенко и др., 1979; Alekseenko et al., 1985a; Alekseenko et al., 1985b). Результаты экспериментов подтвердили, что для тонких слоев жидкости профиль скоростей можно с хорошей точностью аппроксимировать автомоделным полупараболическим профилем вплоть до числа Рейнольдса $Re \sim 400$. В исследовании (Трифонов, Цвелодуб, 1985), в частности, были найдены решения, у которых в некоторых местах осциллирующего переднего фронта были выявлены возвратные течения жидкости по всему поперечному сечению. В эксперименте такой результат наблюдался обычно только вблизи твердых поверхностей соответствующих сечений (см., например, работу (Tihona et al., 2003)). По-видимому, этот эффект обусловлен использованием в IBL-модели полупараболического профиля.

В работах (Трифонов, Цвелодуб, 1988a; Трифонов, Цвелодуб, 1988b) с использованием теории Флоке исследовалась устойчивость нелинейных волн, и на ее основе были найдены новые типы волн, возникающие в результате бифуркации и ветвления (в упоминаемых здесь работах Ю.Я. Трифонова и О.Ю. Цвелодуба рассматриваемая система вполне аналогична системе Капицы–Шкадова (4), (5), но в последнем случае использовался не параметр δ , а аналогичный ему параметр $\delta_{эфф}$). В работах (Trifonov, Tsvlodub, 1991; Tsvlodub, Trifonov, 1992) были построены стационарно-бегущие решения IBL-модели. Авторами проводился подробный бифуркационный анализ стационарно-бегущих семейств и исследовалась их топология. Было показано, что если рассматривать структуру семейств решений при фиксированном параметре системы, то с изменением волнового числа будут наблюдаться бифуркации различных семейств друг от друга. Но на плоскости (волновое число, параметр $\delta_{эфф}$) стационарно бегущие решения представляют собой сложную, многолистную, с разрезами и складками единую поверхность.

В работе (Chang et al., 1993) подробно изучались периодические и уединенные волны для моделей Курамто–Сивашинского (KS) и IBL. Были исследованы устойчивость семейств стационарно-бегущих волн и их многочисленные бифуркации. Авторы показали, что существует бесконечный набор стационарных волновых семейств. Все эти семейства неустойчивы по отношению к трехмерным возмущениям, но среди них есть такие, у которых неустойчивость развивается достаточно медленно. В работе (Chang et al., 1995) исследовалась эволюция уединенных локализованных импульсов, распространяющихся как по гладкой поверхности, так и по периодически возмущенной пленке. Также здесь рассматривалась динамика взаимодействия таких локализованных возмущений.

В работах (Trifonov, 2008; Trifonov, 2012) исследование нелинейных двумерных волн проводилось на основе решения уравнений Навье–Стокса. В расчетах было показано,

что известные результаты анализа устойчивости безволновой стекающей пленки, полученные как из асимптотического разложения, так и на основе IBL-модели, существенно отличаются от численных решений при малых значениях числа Капицы. Также исследовалась устойчивость нелинейных волн относительно возмущений того же периода. Для таких возмущений было выполнено сопоставление бифуркационных линий нелинейных волн для модели Шкадова (линии не зависят от значения числа Капицы), «проекционной» модели и уравнений Навье–Стокса (для нескольких значений числа Капицы Ca). При больших значениях Ca все три модели показали близкие результаты, при уменьшении Ca картины бифуркационных линий для уравнений Навье–Стокса и проекционной модели существенно упрощаются. При малых Ca существует только одно семейство волн. Были определены оптимальные волновые режимы и рассчитаны их основные волновые характеристики. Также было найдено, что волновой профиль толщины существенно изменяется с уменьшением числа Капицы — пропадает капиллярная рябь. В работах (Трифонов, 2014a; Трифонов, 2014b), в которых исследовались нелинейные волны для свободно стекающей пленки с использованием уравнения Навье–Стокса были рассчитаны «длинные» нелинейные волны и исследована их устойчивость относительно произвольных возмущений.

1.2. Уравнение Бинни

Для малых чисел Рейнольдса ($Re \sim 1$) при исследовании длинноволновых возмущений (в этом случае характерная толщина пленки h много меньше характерного продольного масштаба возмущения λ) задачу описания волн на пленке можно свести к рассмотрению одного модельного уравнения на толщину пленки или ее отклонения от невозмущенного уровня. Для этого решение исходной системы уравнений Навье–Стокса представляется в виде рядов по малому параметру длинноволности ε . При этом все компоненты скорости удается выразить в виде полиномов от поперечной координаты с коэффициентами, являющимися функциями только толщины h и ее производных. Затем из кинематического условия на свободной поверхности пленки получаются различные (в зависимости от того, сколько членов в соответствующих рядах учтено) уравнения на h . Одним из первых такое уравнение, описывающее поведение плоских возмущений, получил Бинни в работе (Benney, 1966). В безразмерных переменных уравнение Бинни с учетом капиллярных сил имеет вид

$$\frac{\partial h}{\partial t} + 2h^2 \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{4}{5} Rh^6 - h^3 \operatorname{ctg} \theta \right) \frac{\partial h}{\partial x} + Wh^3 \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} \right) = 0, \quad (7)$$

здесь $R = gh_0^3 \sin \theta / 2\nu^2$, $W = (Fi / \sin \theta)^{1/3}$. Впоследствии (Pumir et al., 1983) и (Nakaya, 1989) численно получили решение уравнения (7) в виде уединенной волны и продемонстрировали, что зависимость скорости солитона от числа Рейнольдса имеет точку возврата, выше которой солитоны не существуют.

1.3. Уравнение Непомнящего

В случае двумерных слабонелинейных возмущений из уравнения (7) следует уравнение, полученное в работе (Непомнящий, 1974a) для возмущения толщины пленки. После преобразования отклонения толщины и координат это уравнение принимает вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} + 4H \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^4 H}{\partial x^4} = 0. \quad (8)$$

Обобщение модельного уравнения (8) на случай пространственных возмущений выполнено в исследовании (Непомнящий, 1974b):

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} + 4H \frac{\partial H}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial^2 H}{\partial \tilde{x}^2} + \left(\frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \tilde{z}^2} \right)^2 H = 0. \quad (9)$$

Именно для уравнения (8) впервые было найдено второе семейство стационарно-бегущих волн, качественно хорошо соответствующее наблюдаемым в эксперименте несинусоидальным волновым режимам (Цвелодуб, 1980). Там же был рассчитан и положительный односторонний солитон-возвышение. В работе (Tsvlodub, Trifonov, 1989) были численно найдены стационарно бегущие периодические решения уравнения (8) и исследована устойчивость этих решений. Результаты бифуркационного анализа показали, что с уменьшением волнового числа возникают все новые и новые семейства стационарно-бегущих решений. В предельном случае, когда волновое число стремится к нулю, образуется счетное множество таких решений. Для уравнения (9) уединенная нелинейная волна характерной подковообразной формы была построена в работе (Петвиашвили, Цвелодуб, 1978). Позднее такой режим удалось реализовать в специальном эксперименте (Alekseenko et al., 2005; Алексеенко и др., 2005). В исследовании (Tsvlodub, Kotychenko, 1993) были найдены семейства пространственных стационарно-бегущих периодических решений уравнения (9) и установлены особенности ветвления этих семейств. В работе (Trifonov, 1993) было продемонстрировано, как от стационарных решений уравнения (8) в результате бифуркаций типа Ландау–Хопфа могут рождаться решения, осциллирующие во времени. Были установлены особенности ветвления семейств решений и сценарии развития нелинейных волн различных семейств в зависимости от начального малого возмущения.

1.4. Модели проекционного типа

В последние годы появились новые модели для описания длинных волн в пленках жидкости, не использующие априорно заданный профиль скорости и применимые при умеренных числах Рейнольдса $Re \sim 10$. В этих моделях для аппроксимации профиля скорости используются различные базисные функции безразмерной координаты $\eta = y/h$. Так, например, в работах (Ruyer–Quil, Manneville, 2000; Ruyer–Quil, Manneville, 2002) была разработана модель проекционного типа, основанная на методе взвешенных остатков (weighted residuals approach) в комбинации со стандартным длинноволновым разложением по малому параметру ε_h . Эта модель, описывающая локальную толщину пленки h и локальный расход жидкости в пленке q , достаточно точно предсказывает свойства линейных и нелинейных волн до умеренных значений числа Рейнольдса. «Регуляризованная» модель первого порядка по ε_h использует полиномы до шестой степени и сводится к двум дифференциальным уравнениям для расхода жидкости и толщины пленки. Модель второго порядка использует полиномы до 14-й степени и представляет собой систему четырех уравнений, каждое из которых содержит более 20 членов. Результаты моделирования развития нелинейных волн удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными и с численными расчетами. Установлено, что в рамках подхода, основанного на методе взвешенных остатков с полиномиальным разложением скорости, существуют оптимальные модели для заданного порядка длинноволнового приближения. Отметим, что с увеличением степени полиномов уравнения становятся чрезвычайно громоздкими.

В работах (Алексеенко и др., 2011; Arkhipov, Tsvlodub, 2011) на основе тензорного подхода была выведена дивергентная система уравнений для длинноволновых возмущений в вертикальной пленке жидкости. Эта система имеет ряд серьезных преимуществ перед другими длинноволновыми моделями. Они определяются, в частности, тем, что

ее решения рассматриваются в известной заранее области течения, а при их численном построении возможно использование широкого класса консервативных разностных схем, для которых разработаны эффективные численные алгоритмы. Для умеренных чисел Рейнольдса результаты анализа устойчивости пленочного течения (Arkhipov, Tsvelodub, 2011) совпадают с результатами IBL-модели, в которой предполагается параболический профиль продольной скорости. В работах (Arkhipov et al., 2016a; Архипов и др., 2016) было показано, что данная дивергентная система уравнений в расширенной расчетной области с исходными граничными условиями на оси инвариантна относительно преобразования четности. Численно было найдено, что при умеренных числах Рейнольдса ее стационарные бегущие решения обладают обнаруженной симметрией. Также было показано, что использование этой симметрии для численного решения задачи методами Галёркина существенно повышает эффективность расчета. Так, при получении из нее моделей проекционного типа можно использовать существенно меньшее число базисных функций, чем, например, в модели (Ruyer-Quil, Manneville, 2000; Ruyer-Quil, Manneville, 2002).

2. Волны в пленках с воздействием газового потока

Совместное течение тонкой пленки жидкости и турбулентного потока газа встречается и традиционно изучается в составе кольцевого (дисперсно-кольцевого) режима двухфазного течения в вертикальных и наклонных каналах. В этом случае, в отличие от свободного стекания, на поверхность пленки жидкости со стороны газового потока дополнительно действуют касательные и нормальные напряжения. Решение этой проблемы волновой динамики в полной сопряженной постановке связано со значительными вычислительными трудностями, поэтому при ее рассмотрении зачастую выделяют два этапа: определение напряжений со стороны газа на поверхности пленки и последующий расчет эволюции волн в жидкой пленке. Скорость жидкости значительно меньше характерной скорости газа, поэтому поверхность раздела полагают жесткой и неподвижной. Кроме того, вследствие малости толщины пленки влияние возмущений границы раздела на профиль скорости газа можно считать линейным. В силу этого, задача вычисления нормальных и касательных напряжений газа на поверхности сводится к рассмотрению влияния на них отдельных пространственных гармоник. На втором этапе исследуется динамика нелинейных волн на поверхности пленки жидкости. Полная постановка задачи для жидкости включает уравнения Навье–Стокса и неразрывности с соответствующими кинематическими и динамическими граничными условиями.

Возможность разделения задачи на описанные выше этапы обосновывалась, в частности, в работах (Чан, Шкадов, 1979; Демехин, 1981). При таком разделении задача как для газа, так и для жидкой пленки рассматривалась в различных приближениях: от ламинарного течения (Lavalle et al., 2015; Frank, 2008; Sisoev et al., 2009; Trifonov, 2010a; Dietze, Ruyer-Quil, 2013) до различных моделей турбулентного течения газа (Демехин, 1981; Цвелодуб, Архипов, 2017; Trifonov, 2010; Vellingiri et al., 2013). В работе (Чан, Шкадов, 1979) рассматривалась устойчивость единой механической системы, включающей слой вязкой жидкости и граничащий с ней газовый поток. Было показано, что при достаточно обоснованных предположениях задачи для газа и жидкости формально разделяются: для газа получается замкнутая краевая задача, которая включает в себя уравнение Орра–Зоммерфельда, соответствующие граничные условия на стенке и условие затухания вдали от поверхности раздела; краевая задача для жидкости включает величины касательных и нормальных напряжений на волнистой поверхности пленки, которые вычисляются на основе решения задачи для газа. В работах (Демехин, 1981; Демехин и др., 1989) было развито обобщение IBL-модели на течение пленки, граничащей с турбулентным потоком газа. При рассмотрении проблемы увлечения слоя жидкости потоком газа использовалась задача обтекания газом волнистой твердой стенки.

Вопрос о вычислении касательных и нормальных сил на волновой поверхности ставился в работе (Benjamin, 1959). Были выведены асимптотические формулы для распределения давления и касательного напряжения на твердой волнистой поверхности, обтекаемой потоком газа. Вывод формул проводился в предположении, что число Рейнольдса газа велико, а действие вязкости проявляется лишь в тонком пристеночном слое. Пульсации напряжений на межфазной поверхности были получены численным интегрированием (Гугучкин и др., 1979; Демехин, 1981). Обе краевые задачи (для газа и для жидкости) включают в себя собственное значение — фазовую скорость волны, которая заранее неизвестна. Устойчивость ламинарной пленки, граничащей с турбулентным потоком газа, изучалась авторами (Tseluiko, Kalliadasis, 2011) также на основе разделения задач для жидкости и газа. Исходя из решения для газовой фазы определялись возмущения давления и касательного напряжения на поверхности пленки со стороны турбулентного газа. Сравнение расчетных распределений давления и касательного напряжения на твердой волнистой поверхности с экспериментальными данными показало вполне удовлетворительное соответствие (см. рис. 1). В работе (Демехин и др., 1989) исследовалась задача о волновом течении слоя вязкой жидкости на вертикальной стенке в противотоке с турбулентным потоком газа. Авторами был проведен расчет устойчивости невозмущенного газо-пленочного течения относительно двумерных возмущений, построены решения, описывающие нестационарные нелинейные волны. Было показано, что явление «захлебывания» связано с появлением локализованного в пространстве солитона, амплитуда которого резко возрастает во времени непосредственно перед захлебыванием.

В ряде работ (Trifonov, 2017; Lavalle et al., 2019; Trifonov, 2019; Dietze et al., 2020) совместное волновое течение газа и жидкости в плоском или цилиндрическом канале рассматривалось в полной постановке, т.е. в обеих фазах решались системы уравнений Навье–Стокса с использованием сопряженных граничных условий на поверхности раздела. Течение для обеих фаз считалось ламинарным. Также здесь был проведен линейный анализ устойчивости невозмущенного течения. Кроме того, в работах (Trifonov, 2019; Trifonov, 2020) было выполнено систематическое исследование нелинейных волновых режимов для случаев противоточного и спутного потоков соответственно. Расчеты, проведенные в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса жидкости и приведенной скорости газа, продемонстрировали влияние газового потока и параметров канала как на устойчивость газо-жидкостного потока, так и на развитие нелинейных волновых режимов. Например, в публикации (Trifonov, 2020) было показано, что сложная многолистная поверхность решений, найденная на плоскости параметров (длина волны, число Рейнольдса жидкости) существует при всех скоростях спутного газового потока.

В работах (Актершев и др., 1998; Aktershev, Alekseenko, 1996) исследовалась устойчивость двумерного газо-пленочного течения при произвольной ориентации газового потока в широком диапазоне параметров течения.

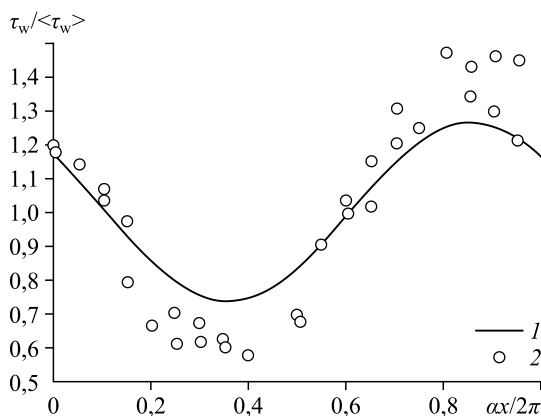


Рис. 1. Распределение касательного напряжения на волнистой стенке (Tseluiko, Kalliadasis, 2011).

Теоретические (1) и экспериментальные (2) данные (Zilker et al., 1977); здесь $\langle \tau_w \rangle$ — среднее значение касательного напряжения на стенке.

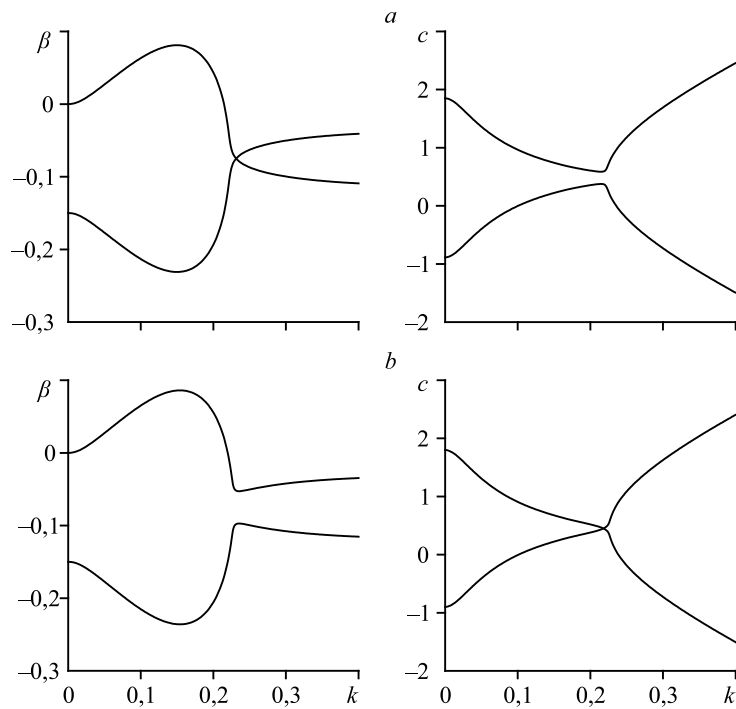


Рис. 2. Временной инкремент β и фазовая скорость c в зависимости от волнового числа k при $Re = 20$, $r = -1,15$ (а), $-1,2$ (б) (Актёршев, Алексеенко, 1996).

При этом использовалась как IBL-модель, так и уравнение Орра–Зоммерфельда. Сравнение результатов расчетов, полученных двумя различными методами, позволило определить границы применимости метода Капицы–Шкадова. В рамках IBL-модели авторами (Актёршев, Алексеенко, 1996) аналитическим методом были получены инкремент β и фазовая скорость c линейных волн в зависимости от волнового числа k для различных значений безразмерного параметра $r = 3\tau_{s0} / \rho gh_0$, который характеризует силовое воздействие газового потока на пленку. Здесь h_0 и τ_{s0} — соответственно невозмущенные значения толщины пленки и касательного напряжения на поверхности пленки. На рис. 2 показаны дисперсионные зависимости для вертикальной пленки и восходящего течения газа ($r < 0$). Зависимости $\beta(k)$, $c(k)$ имеют две ветви. Нижняя ветвь соответствует устойчивой волновой моде (отрицательный инкремент), верхняя ветвь соответствует неустойчивой волновой моде (инкремент может быть положительным). В расчетах при изменении параметра r в некотором диапазоне наблюдаются особенности поведения кривых $\beta(k)$ и $c(k)$. С ростом параметра r (т.е. скорости газа) происходит сближение ветвей дисперсионной кривой $c(k)$ и при некотором критическом значении r_{cr} имеет место их пересечение. При дальнейшем увеличении $|r|$ в точке пересечения происходит перезамыкание ветвей дисперсионной кривой $c(k)$ (см. рис. 2б). Касание обеих ветвей кривой $c(k)$ наблюдается при $r_{cr} = -1,183$. Для неустойчивой моды при $r > r_{cr}$ фазовая скорость положительна для любых k (волны движутся вниз). При $r < r_{cr}$ длинные волны движутся вниз, а короткие — вверх (в направлении течения газа). В работе (Актёршев, Алексеенко, 2012) IBL-модель использовалась для исследования устойчивости пленки в случае косоугольного обдува турбулентным потоком газа. Авторы продемонстрировали возможность простого вычисления касательного напряжения на межфазной

поверхности через соответствующие значения для двумерной задачи. Были получены дисперсионные зависимости для линейных волн, распространяющихся в произвольном направлении.

Эволюция возбужденных волн в пленке вязкой жидкости была исследована экспериментально в работе (Актершев et al., 2009) для кольцевого газо-жидкостного потока в вертикальной трубе. Следует отметить, что экспериментально дисперсионные зависимости для линейных волн в пленке в присутствии турбулентного газового потока получены впервые. Автором (Benjamin, 1959) были сопоставлены экспериментальные данные для спутного и противоточного течений с результатами вычислений, основанных на квазиламинарной модели для турбулентного газового потока (модель Бенджамена, МБ). Результаты расчетов показали хорошее согласование с экспериментальными данными для умеренных значений числа Рейнольдса пленки (см. рис. 3).

В статьях (Гугучкин и др., 1979; Демехин, 1981; Демехин и др., 1989) были представлены исследования возникновения и формирования нелинейных нестационарных волн в пленках, взаимодействующих с потоком газа. Авторы разработали эффективные псевдоспектральные численные методы выполнения нелинейных операций с функциями, представленными рядами Фурье. Были проведены расчеты конкретных вариантов для пленок, стекающих под действием силы тяжести по вертикальной поверхности, и пленок, увлекаемых потоком газа в горизонтальном и вертикальном каналах. Для газовой фазы задавались число Рейнольдса газа и волновое число. Касательное напряжение и давление на поверхности волновой пленки получались суммированием вкладов от всех кратных гармоник. Изучалась проблема эволюции нелинейных волн из начальных двумерных и трехмерных возмущений. В работе (Белоглазкин, Шкадов, 2012) исследовались неустойчивость и регулярные нелинейные волны в пленке вязкой жидкости, стекающей по стенке круглой трубки под воздействием силы тяжести и взаимодействующей с восходящим потоком газа. Использовался подход, связанный с разделением задач для газа и жидкости. Методом Капицы–Шкадова из полной краевой задачи была выведена замкнутая модельная система уравнений для локальной толщины пленки и расхода жидкости. Авторы провели расчеты режимов течения пленки от свободного стекания в противотоке при малых скоростях газа до совместного восходящего течения пленки и газа при больших скоростях газа. Были найдены зависимости фазовых скоростей, амплитуд волн и средних расходов жидкости от длины волны и скорости граничного

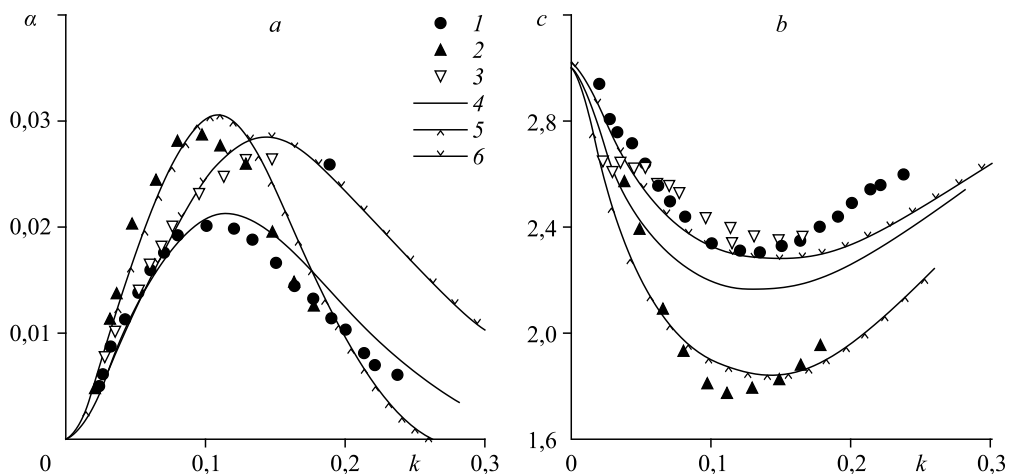


Рис. 3. Пространственный инкремент (а) и фазовая скорость (б) в зависимости от волнового числа k для воды при $Re = 24$ и различных скоростях газа V_g (Актершев et al., 2009).

Экспериментальные данные при $V_g = 0$ (1), $-7,3$ (2), 8 (3) м/с и результаты расчетов 4, 5 и 6 для этих же значений соответственно.

потока газа; установлено, что переход от противотока к прямотоку происходит через состояния с нулевыми значениями расхода жидкости и фазовой скорости нелинейных волн. Также было показано, что под воздействием потока газа в пленке могут возникать неустойчивости нового типа; в пространстве определяющих параметров образуются зоны высокочастотных колебаний, амплитуды которых растут со временем при любых значениях волновых чисел.

Волновая динамика ламинарной пленки, граничащей с турбулентным потоком газа, исследовалась в работе (Tseluiko, Kalliadasis, 2011) также на основе разделения задач для жидкости и газа. Была построена иерархия модельных уравнений, описывающих динамику поверхности раздела, то есть уравнения погранслоного типа, длинноволновая модель и слабо нелинейная модель в виде уравнения типа Курамото–Сивашинского с дополнительным членом из-за присутствия турбулентного газа. Этот дополнительный член является дисперсионным и дестабилизирующим для противоточного случая, но стабилизирующим в случае спутного движения. Комбинацией длинноволнового приближения с методом взвешенных остатков была получена интегральная модель погранслоного типа, которая правомерна для умеренных чисел Рейнольдса. Эта модель используется для систематического исследования явления захлебывания, наблюдаемого в различных экспериментах. Результаты расчетов показали, что по мере увеличения расхода газа волны, первоначально распространяющиеся вниз, начинают двигаться вверх. При критических условиях (как раз перед сменой направления движения) амплитуда волн быстро растет. Также в расчетах были выявлены стационарные волны большой амплитуды вблизи критических параметров потока. Эти результаты для бегущих волн хорошо согласуются с вычислениями на основе IBL-модели.

Явление захлебывания в газо-плочном потоке изучалось в работах (Trifonov, 2010a; Trifonov, 2010b; Трифонов, 2013) на основе численного решения уравнений Навье–Стокса. Цель исследований заключалась в разработке теоретического предсказания начала захлебывания с использованием только фундаментальных уравнений. В расчетах варьировались число Рейнольдса пленки, длина волны и приведенная скорость газа с тем, чтобы проследить эволюцию стационарно-бегущих решений, когда параметры близки к экспериментальному условию захлебывания. Было установлено, что с увеличением приведенной скорости газа, начиная с некоторого значения, быстро уменьшается минимальная толщина пленки и фазовая скорость волны. Одновременно растет максимальная толщина пленки и, наконец, скорость волны становится отрицательной в окрестности максимума. При меньших значениях приведенной скорости газа отрицательные скорости имеют место в окрестности минимума толщины пленки. Как скорость волны, так и минимум толщины пленки остаются еще положительными при этих значениях приведенной скорости газа. Описанное преобразование структуры волны с увеличением приведенной скорости газа имеет место для различных рассмотренных систем газ/жидкость (воздух/вода, аргон/вода и водород/вода). Также автором была найдена область «точки поворота» для приведенной скорости, где существует несколько решений и где имеет место захлебывание. В том случае, когда приведенная скорость газа больше, чем значение, соответствующее «точке поворота», стационарно бегущие решения отсутствуют. Данные результаты позволили определить начало захлебывания математически и получить его зависимость от параметров двухфазного потока.

В работе (Vellingiri et al., 2013) рассматривалась динамика тонкой ламинарной жидкой пленки, движущейся по наклонной стенке и обдуваемой спутным турбулентным потоком газа. Здесь, аналогично (Tseluiko, Kalliadasis, 2011), задачи в газе и пленке рассматривались отдельно. Известно, что для анализа влияния потока газа на режимы течения жидкой пленки разработана модель интегрального пограничного слоя (IBL), которая справедлива до умеренных чисел Рейнольдса жидкости. Для этой модели были найдены стационарно-бегущие решения в виде периодических и уединенных волн.

Выполненные расчеты показали, что, как правило, скорость волны увеличивается с возрастанием напряжений сдвига газа и скорости потока жидкости. Также были проведены расчеты эволюции возмущений, которые со временем притягиваются к этим стационарно-бегущим волновым режимам.

В цикле работ (Tsvlodub, Arkhipov, 2013; Вожаков и др., 2015; Tsvlodub, Vocharov, 2018; Tsvlodub, Vocharov, 2020; Цвелодуб, Архипов, 2017; Цвелодуб, 2019; Цвелодуб и др., 2021) основное внимание уделялось рассмотрению второго этапа исследования — моделированию динамики нелинейных волн на пленке жидкости, стекающей под действием силы тяжести и градиента давления, в известном поле напряжений на границе раздела фаз. Рассматривался случай слабонелинейных длинноволновых возмущений и чисел Рейнольдса жидкости порядка единицы. Течение газа являлось нисходящим и турбулентным и происходило в вертикальном канале. Для определения линейного отклика касательного и нормального напряжений на возмущения границы раздела использовались две линейные модели турбулентного течения газа над волнистой стенкой, в которых турбулентная диссипация учитывается только при построении профиля скорости основного течения. Первая модель, основанная на переносе граничных условий на невозмущенный уровень (МПГУ), приводит к уравнению Орра–Зоммерфельда, а во второй модели (Benjamin, 1959) задача вычисления тензора напряжений газового потока сводится к рассмотрению модифицированного уравнения Орра–Зоммерфельда. В отличие от большинства работ упомянутого цикла, в исследовании (Цвелодуб и др., 2021) не использовалось «квазиламинарное» приближение, а турбулентная диссипация учитывалась и при расчете возмущений в газе. В работе (Tsvlodub, Arkhipov, 2013) рассматривалось движение жидкой пленки, находящейся в условии невесомости и увлекаемой турбулентным потоком газа. Посредством разделения задач для газа и жидкости проблема была сведена к вычислению возмущений давления и касательного напряжения на поверхности пленки, произведенных газом на волнистой стенке. Результаты этих вычислений использовались в граничных условиях, когда движение пленки жидкости рассматривалось отдельно. Была выведена система уравнений для моделирования динамики длинноволновых возмущений на поверхности такой пленки и показано, что систему можно привести к одному уравнению для специальной функции, аналогичной гидродинамической функции тока с соответствующими граничными условиями. В случае малых чисел Рейнольдса система уравнений сводится к новому модельному уравнению типа Курамото–Сивашинского, но с интегральным членом, который описывает накачку энергии. Также были получены некоторые периодические решения этого уравнения.

В работе (Вожаков и др., 2015) проводился анализ линейной устойчивости невозмущенного течения. Было обнаружено, что при умеренных числах Рейнольдса жидкости линейные модели МБ и МПГУ для возмущенного течения газа дают качественно похожие результаты. При уменьшении числа Рейнольдса отличия между результатами, полученными по этим моделям турбулентности в газе, становятся более выраженными. Представленные результаты хорошо согласуются с данными работ (Aktershev, Alekseenko, 1996; Aktershev et al., 2009). В случае малых чисел Рейнольдса жидкости из представленной системы уравнений получается одно эволюционное уравнение на отклонение толщины пленки от невозмущенного уровня. После соответствующим образом проведенного преобразования для «растянутого» отклонения толщины пленки оно принимает вид:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + 2H \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^4 H}{\partial x^4} + B \int_{-\infty}^{\infty} ik^2 \tau(k) \hat{H}(k, t) e^{ikx} dk = 0. \quad (10)$$

Здесь параметр B содержит в себе комбинацию различных безразмерных комплексов, характеризующих течение; $\tau(k) = \tau_r(k) + i\tau_{im}(k)$ — фурье-компоненты касательных напряжений

на криволинейной поверхности раздела, $\hat{H}(k, t)$ — фурье-компоненты профиля поверхности H , k — волновое число соответствующей гармоники. Уравнение (10) с точностью до обозначений совпадает с уравнением, полученным в работе (Tseluiko, Kalliadasis, 2011). В случае, когда рассматриваются пространственные периодические решения уравнения (10), интегральное слагаемое заменяется соответствующим рядом. Уравнение (10) является интересным примером модельных уравнений, возникающих при исследовании эволюции возмущений в активно-диссипативных средах. За неустойчивость линейных возмущений отвечает вторая производная и интегральное слагаемое (оно обусловлено учетом возмущений трения на границе раздела пленка–газ), а диссипацию обеспечивают вторая и четвертая производные (они моделируют влияние капиллярных эффектов). Для модельного уравнения (10) в работе (Tselodub, Vocharov, 2017) для двух различных моделей, по которым рассчитывались возмущения в газовой фазе, в окрестности нейтральных точек исследовался характер ветвления от невозмущенного решения слабонелинейных стационарно-бегущих решений. Было показано, что это различие качественно не меняет тип ветвления — оно происходит мягким образом. Также были построены стационарно-бегущие периодические и солитонные решения этого уравнения. Используя результаты исследования устойчивости стационарно-бегущих периодических решений, авторы продемонстрировали, как последовательно все новые и новые семейства таких решений ответвляются друг от друга. Среди них были найдены семейства, которые в пределе малых волновых чисел переходят в положительные солитоны-возвышения. В работе (Tselodub, Vocharov, 2018) были построены многогорбые солитонные решения уравнения (10) и исследована их трансформация при изменении параметра B . Пример такой трансформации для одного из наборов двухгорбых солитонов представлен на рис. 4.

Топологическая структура стационарно-бегущих решений исследовалась в работе (Tselodub, Vocharov, 2020). В частности, было показано, что при малых значениях параметра B положительные солитоны для уравнения (10), так же как и для уравнения KS (Tselodub, Trifonov, 1989), являются пределом некоторых семейств решений при волновых числах, стремящихся к нулю. Эти семейства образуются в результате цепочки бифуркаций, начиная с первого семейства решений. Но для достаточно больших значений B положительные солитоны появляются только у так называемых «подвешенных» периодических семейств решений. Эти семейства ни от чего не ответвляются, на плоскости (волновое число и амплитуда (или скорость)) имеют точку возврата, состоят из двух ветвей, которые продолжают в область сколь угодно малых волновых чисел. Обе ветви в пределе переходят как в положительные, так и в отрицательные солитонные решения. При плавном увеличении параметра B происходит перезамыкание между семействами этих двух типов. Так, например, солитоны, приведенные на рис. 4, представляют собой непрерывную поверхность, но при этом они принадлежат двум различным семействам (Tselodub, Vocharov, 2020).

В экспериментальной работе (Alekseenko et al., 2009) с использованием высокоскоростного метода лазерной флуоресценции исследовалась волновая структура жидкой пленки в нисходящем кольцевом газожидкостном потоке. На поверхности пленок было обнаружено существование двух типов волн: долгоживущих и короткоживущих. Первые, названные авторами «волны возмущения», представляют собой крупномасштабные структуры, они образуются в результате слияния

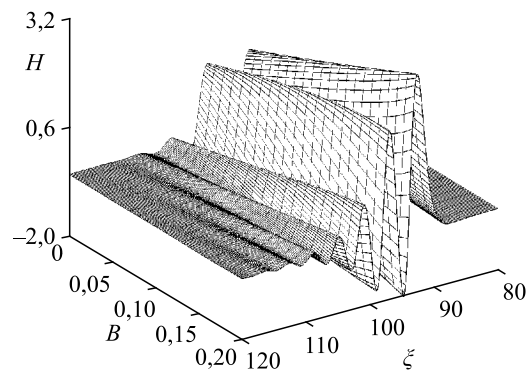


Рис. 4. Двугорбые солитоны на поверхности пленки с воздействием газового потока при различных значениях B (Tselodub, Vocharov, 2018).

начальных мелкомасштабных волн. Развитие этих волн вниз по потоку сопровождается изменением их характеристик и множественными актами необратимого взаимодействия. Короткоживущие волны, получившие название «волны ряби», генерируются на заднем склоне волны возмущения и могут распространяться как медленнее, так и быстрее породившей их волны возмущения. В работе (Vozhakov et al., 2016) было выполнено моделирование пространственно-временного развития жидкой пленки в газожидкостном кольцевом потоке с использованием относительно простых теоретических моделей и проведено сопоставление результатов моделирования с экспериментальными данными. Было показано, что моделью воспроизводится явление генерации вторичных волн на задних склонах первичных волн. В работе (Vasques et al., 2018) исследовалась структура поверхностных волн в жидкой пленке в кольцевом газожидкостном потоке в трубе диаметром 11,7 мм для случаев как восходящего, так и опускного течения. При высоких скоростях газа противоточное течение становилось спутным восходящим течением, так как трение со стороны восходящего потока газа увлекало всю пленку жидкости вверх. С использованием специального алгоритма отслеживания волн возмущения был выполнен полный комплекс измерений волновых характеристик: скорости, частоты, продольного размера и периодичности волн. Проведенное сравнение показало, что волновая структура в опускном и восходящем потоках при прочих равных условиях качественно идентична. Количественные различия невелики и проявляются сильнее для тонкого остаточного слоя между крупными волнами из-за локального торможения газа за крупной волной. В работе (Fan et al., 2020) волны возмущений в нисходящем кольцевом газожидкостном потоке изучались экспериментально и численно. Как и в исследовании (Vasques et al., 2018), в эксперименте для пространственно-временных измерений толщины пленки был применен метод яркостной лазерной флюоресценции (BBLIF) с высокой разрешающей способностью. В численном моделировании двухфазного течения применялся метод VOF (Volume of Fluid) вместе с недавно развитыми моделями демпфированной турбулентности, без которых расчетный уровень турбулентности на поверхности пленки получается значительно заниженным. Были выполнены качественные и количественные сравнения экспериментальных и расчетных данных, при этом был развит новый метод выявления сложных волновых структур. Сравнения показали, что этот метод в состоянии воспроизвести основные стадии эволюции потока, включая развитие высокочастотных начальных волн, их слияние в устойчивые крупномасштабные волны возмущений, генерацию медленной и быстрой ряби, а также распад волн быстрой ряби на капли. Большинство свойств расчетных волновых режимов неплохо согласуются с результатами измерений.

3. Волны в пленках при наличии фазовых переходов

Во второй половине прошлого столетия экспериментальные измерения теплопередачи в пленках при наличии фазовых переходов были сосредоточены на определении усредненного коэффициента теплопередачи (в основном для воды и фреонов) (Chun, Seban, 1971; Kutateladze, Gogonin, 1979). Как правило, в этих исследованиях пленка находилась в контакте или с неподвижным, или с медленно движущимся паром. Её параметры, как правило, лежали в диапазоне перехода от ламинарно-волнового режима течения до развитого турбулентного. В многочисленных экспериментах было установлено, что наличие волн на поверхности пленки даже при ламинарном течении существенно интенсифицирует теплоперенос.

Большинство теоретических работ, в которых рассматривались волны в пленке при наличии фазовых переходов, посвящены исследованию устойчивости пленочного течения. В работе (Bankoff, 1971) в приближении теории смазки впервые был выполнен подробный линейный анализ устойчивости тонкой жидкой пленки, стекающей по наклонной стенке, с учетом эффектов испарения или конденсации. Было показано, что

поток массы на межфазной поверхности существенно влияет на устойчивость течения, причем конденсация оказывает стабилизирующее воздействие, а испарение дестабилизирует течение. Авторы (Burelbach et al., 1988) рассматривали вопросы устойчивости неизотермического горизонтального слоя жидкости на плоской твердой пластине, граничащего с неподвижным паром или газом. Была проанализирована роль таких факторов, как потоки массы, образующиеся вследствие испарения или конденсации, реактивная отдача пара, эффекты термокапиллярности, а также образование сухих пятен при испарении. В длинноволновом приближении было выведено уравнение, которое описывает эволюцию толщины слоя под действием вышеупомянутых факторов; приведены примеры нелинейного развития неустойчивости жидкого слоя. Та же проблема устойчивости испаряющейся тонкой жидкой пленки на твердой подложке исследовалась в работе (Sultan et al., 2005), но в этом случае одновременно учитывались как эффект термокапиллярности, так и процесс диффузии пара в неподвижной газовой фазе. Динамика пленки описывалась одним уравнением для толщины пленки, выведенным в приближении теории смазки. Результаты линейного анализа показали, что эффект Марангони оказывает дестабилизирующее влияние на пленку, тогда как капиллярность и испарение стабилизируют ее. В дальнейшем авторы (Oron et al., 1997) подытожили теоретические работы по устойчивости тонких пленок, выполненные до середины 1990-х годов, и дали подробный обзор моделей, в которых динамикой паровой фазы можно пренебречь.

Линейная устойчивость течения ламинарной пленки, стекающей по изотермической стенке и граничащей с неподвижным паром, исследовалась в работах (Unsal, Thomas, 1978; Spindler, 1982; Hwang, Weng, 1987; Трифионов, 1996). Здесь были получены дисперсионные зависимости, кривые нейтральной устойчивости и характеристики волн максимального роста. Анализ устойчивости проводился на основе временного подхода, исходя из локального числа Рейнольдса $Re = gh^3 / 3\nu^2$. Устойчивость пленки существенно зависит от параметра интенсивности фазового перехода $E = c_p \Delta T / (L \cdot Pr)$. Здесь $\Delta T = T_s - T_w$, T_s — температура пара, T_w — температура стенки, L — скрытая теплота испарения. Результаты исследований для вертикальной пленки конденсата показали, что если число Рейнольдса превышает критическое значение Re_{cr} , то имеется диапазон волновых чисел, в котором локальные возмущения нарастают во времени, а при $Re < Re_{cr}$ все возмущения затухают. На рис. 5 показаны зависимости нейтрального волнового числа k_n от числа Рейнольдса (нейтральные кривые) для различных значений параметра E . Область неустойчивости лежит внутри соответствующей кривой. Как видно из рис. 5, значение Re_{cr} растет с увеличением E (как правило, $E \ll 1$). Значение Re_{cr} достаточно мало, поэтому во всех практических значимых ситуациях стекание пленки конденсата неустойчиво.

В работе (Трифионов, 1993) на основе интегрального подхода были рассчитаны нелинейные стационарно-бегущие волны в пленке с фазовым переходом (для случаев испарения и конденсации) и проанализировано влияние волн на теплообмен.

В работах (Актершев, Алексеенко, 2003; Aktershev, Alekseenko, 2005) изучалась линейная устойчивость пленки конденсата при наличии движущегося пара над ее поверхностью. Для описания волнового течения пленки применялась IBL-модель, модифицированная с учетом фазового превращения и силы трения со стороны

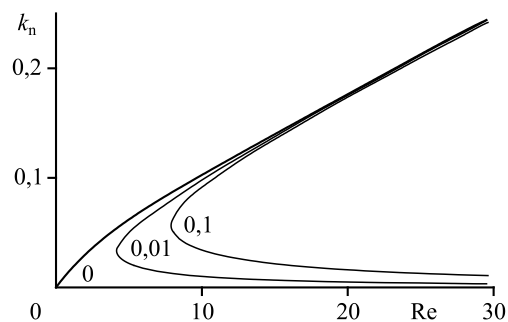


Рис. 5. Нейтральные кривые для вертикальной пленки, граничащей с неподвижным паром (Актершев, Алексеенко, 2005).

газового потока. Рассматривались случаи как спутного, так и противоточного движения фаз для различных значений угла наклона θ пленки к горизонту. Были получены дисперсионные соотношения, которые в широком диапазоне параметров газопленочного течения выявляют влияние скорости движущегося пара и интенсивности конденсации на устойчивость течения пленки. Численные расчеты (Актершев, Алексеенко, 2005) показали, что в случае неподвижного пара и в случае противоточного течения пара для всех значений угла θ конденсация оказывает стабилизирующее воздействие на течение пленки. В случае спутного течения влияние конденсации движущегося пара на устойчивость пленки неоднозначно. При малых значениях параметра E область неустойчивости сужается и значение Re_{cr} растет. При дальнейшем увеличении ϵ область неустойчивости значительно расширяется и смещается в сторону малых Re , причем для «толстой» пленки (большие Re) конденсация всегда расширяет диапазон неустойчивых волновых чисел.

Прямое численное моделирование нелинейных волн и теплопереноса в пленке при наличии фазового перехода впервые проводилось в работах (Stuhlträger et al., 1995; Miyara, 2001). Специально разработанный численный конечно-разностный алгоритм на основе метода HSMAC (Highly simplified Marker and Cell) был применен для решения нестационарных уравнений Навье–Стокса и уравнения энергии при полных граничных условиях на поверхности раздела. Расчеты выполнялись для случая конденсации неподвижного пара на пленке фреона R11, стекающей по вертикальной пластине. В результате была получена подробная информация о динамике волн и их влиянии на теплообмен. Волны возбуждались посредством случайного возмущения толщины пленки вблизи верхнего края пластины. Численные расчеты показали, что начальное возмущение с расстоянием сначала быстро затухало, но затем начинало нарастать и трансформировалось в длинные волны. При этом форма волны (см. рис. 6) изменялась от синусоидальной до солитоноподобной, имеющей вид высокоамплитудного пика с капиллярной рябью на переднем фронте. Интенсификация теплопереноса волнами объясняется двумя факторами: локальным уменьшением толщины пленки между пиками и конвективным переносом в зоне циркуляции, которая появляется в области пика. Благодаря возникновению вихревого движения жидкости волны интенсифицируют перемешивание жидкости и теплоперенос.

В работах (Актершев, Алексеенко, 2013; Актершев, Алексеенко, 2014a; Актершев, Алексеенко, 2014b) на основе модифицированной IBL-модели были исследованы нелинейные волны и теплоперенос в ламинарной стекающей пленке жидкости при наличии фазового перехода (испарение, конденсация) на поверхности пленки. В безразмерных переменных течение вертикальной пленки с фазовым превращением описывалось системой

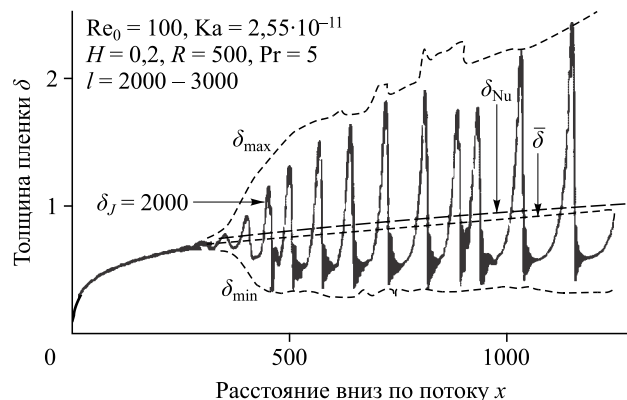


Рис. 6. Естественные волны в пленке конденсата R11 (Miyara, 2001).

из трех уравнений для толщины пленки $h(x, t)$, расхода $q(x, t)$ и температуры $\theta(x, \eta, t) = (T - T_w) / \Delta T$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{6q^2}{5h} \right) &= \frac{3}{\text{Re}_m} \left(h - \frac{q}{h^2} \right) + \text{We} h \frac{\partial^3 h}{\partial x^3}, \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} &= \pm \frac{\varepsilon}{\text{Re}_m h} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{W}{h} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} &= \frac{1}{\text{Re}_m \text{Pr} h^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

знак «плюс» во втором уравнении системы (11) означает конденсацию, знак «минус» — испарение; $\text{Re}_m = gh_0^3 / 3\nu^2$ — число Рейнольдса на входе, $\text{We} = (3\text{Fi} / \text{Re}_m^5)^{1/3}$ — число Вебера, $\text{Fi} = \sigma^3 / \rho^3 g\nu^4$ — число Капицы. Локальный тепловой поток на пластине характеризуется коэффициентом теплоотдачи $\alpha = (\lambda / h) \partial \theta / \partial \eta \Big|_{\eta=0}$ или посредством безразмерного числа Нуссельта $\text{Nu} = \alpha (\nu^2 / g)^{1/3} / \lambda$. При волновом течении пленки локальная теплопередача от жидкости к изотермической стенке определяется средним (за время много больше периода колебаний) локальным числом Нуссельта $\langle \text{Nu}_x \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t \text{Nu}(x, t) dt$. Здесь $\text{Nu}(x, t) = \frac{1}{(3\text{Re}_m)^{1/3} h(x, t)} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0}$ — мгновенное значение локаль-

ного числа Нуссельта. Волновые режимы течения пленки получены решением уравнений (11) конечноразностным методом. В численных расчетах было обнаружено, что при отсутствии специально вносимых возмущений на входе в пленку на ней, как в случае конденсации, так и в случае испарения, возникают естественные волны, обусловленные неустойчивостью течения из-за фазового перехода. Спонтанно появившиеся малые возмущения поверхности, попадая на участок, где $\text{Re} > \text{Re}_{\text{cr}}$, быстро нарастают вниз по течению. В этих работах впервые также была изучена эволюция регулярных (возбужденных) волн заданной частоты. Было показано, что в определенном диапазоне частот возбужденные волны существенно интенсифицируют теплоперенос по сравнению с естественными волнами. На входе волны генерировались малым возмущением расхода с заданной частотой колебаний f . При этом толщина пленки задавалась постоянной и выбирался линейный профиль температуры, соответствующий невозмущенному течению. На рис. 7 и 8 показана волновая поверхность пленки для случаев конденсации и испарения при частоте возбуждения $f = 18$ Гц, которая ненамного отличается от частоты развитых естественных волн. Возбужденные волны имеют регулярный характер и развиваются в нелинейные волны на более коротких расстояниях, чем естественные. Как видно из рис. 7, амплитуда развитых волн в пленке конденсата растет с расстоянием, в отличие от испаряющейся пленки (рис. 8), для которой амплитуда волн уменьшается вниз по потоку. Временной период $1/f$ соответствует расстоянию между соседними пиками. При низких частотах возбуждения между основными пиками появляются один или более промежуточных пиков вследствие развития кратных гармоник. Из-за различия в скоростях распространения происходит слияние отдельных пиков, в результате чего расстояние между ними возрастает вниз по потоку.

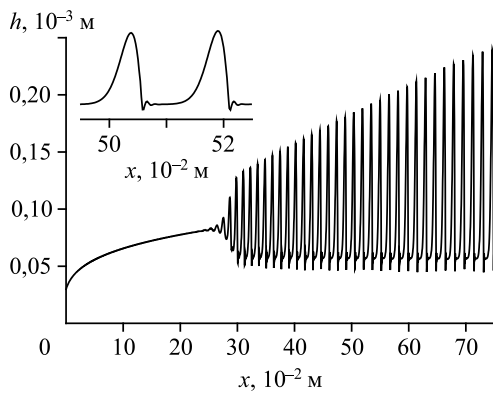


Рис. 7. Возбужденные волны частотой 18 Гц при $Re_m = 1$ в пленке с конденсацией (Aktershev, Alekseenko, 2013).
Вверху детально показана структура волн.

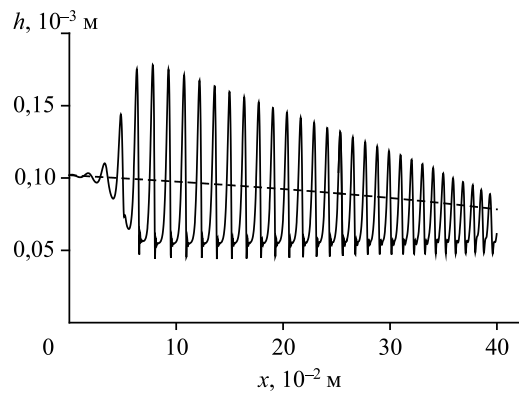
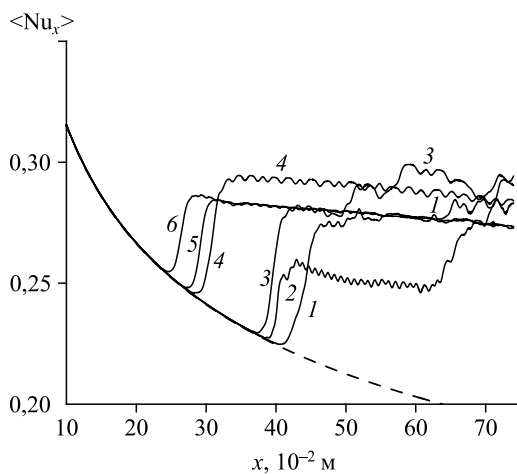


Рис. 8. Возбужденные волны в пленке с испарением (Актершев, Алексеенко, 2014b). Штриховой линией показан профиль гладкой пленки.

На рис. 9 для случая конденсации приведены зависимости среднего по времени локального числа Нуссельта от координаты при различных значениях частоты. На участке гладкой пленки расчет совпадает с теоретической зависимостью, а на участке развития нелинейных волн значение $\langle Nu_x \rangle$ скачкообразно возрастает. Координата, при которой начинается развитие нелинейных волн, зависит от частоты, но во всех случаях возбужденные волны развиваются значительно раньше, чем естественные. Интенсификация теплопереноса волнами происходит обычно из-за уменьшения толщины пленки между пиками. Таким образом, величина $\langle Nu_x \rangle$ определяется в основном протяженностью участка между пиками. Так, например, для кривой 3 (частота 3 Гц) в зоне уже развитых волн наблюдается второе скачкообразное увеличение значения $\langle Nu_x \rangle$ при $x \approx 0,48$ м. Это объясняется тем, что для частоты 3 Гц все промежуточные пики на расстоянии примерно 0,48 м поглотились основными пиками, поэтому интервал между пиками скачкообразно увеличился. Для высоких частот процесс слияния отдельных волн происходит вследствие субгармонической неустойчивости. В результате промежутков между пиками увеличивается, и значение $\langle Nu_x \rangle$ скачкообразно растет (кривая 2 для частоты 25 Гц на рис. 9). В целом, развитие и взаимодействие нелинейных волн в пленке с фазовым



переходом очень чувствительно к внешнему периодическому воздействию. Таким образом, за счет периодического воздействия в определенном диапазоне частот можно интенсифицировать теплоперенос и повысить эффективность работы конденсатора (испарителя).

Рис. 9. Зависимость локального числа Нуссельта от расстояния в случае конденсации при наличии естественных (1) и возбужденных волн с частотами 25 (2), 3 (3) 5 (4), 18 (5), 9 (6) Гц (Aktershev, Alekseenko, 2013). Штриховая линия — теоретическое значение для гладкой пленки.

4. Волны в пленках при наличии термокапиллярности

При неизотермическом течении пленки появляется еще один дополнительный фактор, влияющий на поведение возмущений. Это термокапиллярный эффект Марангони (зависимость поверхностного натяжения от температуры), который приводит к появлению касательного напряжения на поверхности пленки, пропорционального градиенту температуры вдоль этой поверхности. Устойчивость неизотермической пленки на подложке с постоянной температурой довольно подробно рассматривалась в работе (Goussis, Kelly, 1991) на основе модифицированного уравнения Орра–Зоммерфельда, полученного из линеаризованных уравнений Навье–Стокса и уравнения энергии. Авторы свели проблему исследования устойчивости к задаче на собственные значения для амплитуды комплексной скорости трехмерных линейных возмущений. Анализ результатов позволил выявить основные механизмы перекачки энергии потока в растущие возмущения.

Теоретические исследования термокапиллярной неустойчивости и волновых режимов течения нагреваемой пленки основаны, как правило, на длинноволновом приближении. При этом используются два различных подхода к описанию её динамики. В первом подходе, исходя из приближения теории смазки, выводится одно модифицированное уравнение Беннета для толщины пленки, в котором учтено влияние касательного напряжения на ее поверхности, вызванное (обусловленное) термокапиллярным эффектом. При выводе этого уравнения профиль температуры в пленке считается линейным, то есть вкладом конвекции пренебрегают. Следует отметить, что модели (Joo et al., 1991; Oron, 2000; Scheid et al., 2002; Sultan et al., 2005), полученные с помощью данного подхода, имеют ограниченную область применимости, поскольку приближение смазки правомерно только при малых значениях числа Рейнольдса Re . К тому же, чтобы можно было пренебречь конвективным теплопереносом, нужно, чтобы число Пекле $Pe = Re \cdot Pr \ll 1$. В рамках второго подхода число Рейнольдса не предполагается малым, а динамика нагреваемой пленки описывается системой эволюционных уравнений для толщины пленки, расхода и температуры жидкости. Соответствующие теоретические модели (Kalliadasis, Kiyashko et al., 2003; Trevelyan, Kalliadasis, 2004; Kalliadasis et al., 2003; Ruyer–Quil et al., 2005; Trevelyan et al., 2007; Aktershev, 2012) имеют существенно более широкий диапазон применимости по числу Рейнольдса. Теоретический анализ в работах (Joo et al., 1991; Kalliadasis et al., 2003a; Ruyer–Quil et al., 2005), как правило, ограничивается однородным нагревом, хотя в ряде практических приложений имеет место существенно неоднородный нагрев жидкости. Результаты теоретических исследований волновой динамики неизотермической пленки обобщены в монографии (Kalliadasis et al., 2012). Подробный обзор работ по проблеме устойчивости локально нагреваемой пленки приведен в (Yeo et al., 2003).

Нелинейное развитие термокапиллярной неустойчивости в жидкой нагреваемой пленке на горизонтальной плоскости рассматривалось в ряде работ (Joo et al., 1996; Krishnamoorthy et al., 1995; Boos, Thess, 1999; Oron, 2000) как в двумерной, так и в трехмерной постановках. В горизонтальном слое среднее течение отсутствует (как и обусловленное этим выделенное направление, параллельное плоскости), и значит, отсутствует передача энергии возмущениям от основного, невозмущенного потока. Поэтому здесь реализуются возмущения, развитие которых обусловлено только термокапиллярными силами. Нелинейный процесс спонтанного разрыва пленки из-за их действия моделировался в достаточно полной постановке. Результаты этих расчетов сравнивались с данными, полученными по длинноволновой теории. Так, если на поверхности пленки создать двумерное периодическое синусоидальное возмущение, то начальное понижение поверхности будет продолжать углубляться, становясь более плоским и приближаясь к дну.

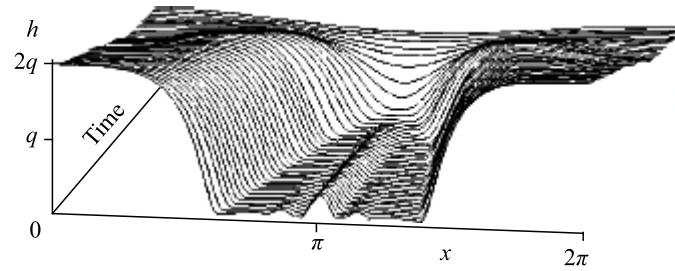


Рис. 10. Эволюция начального двумерного возмущения во времени в жидкой нагреваемой горизонтальной пленке (Boos, Thess, 1999).

Причем в этом углублении формируется мелкомасштабная симметричная структура (см. рис. 10). Эволюционная картина зависит от пространственного периода начального возмущения.

В случае наклонной плоскости пленка под действием гравитации стекает вниз. Если толщина слоя и угол уклона достаточно большие, то в таком течении преобладает неустойчивость, механизм которой вполне аналогичен характерному для изотермических пленок. Эта неустойчивость имеет длинноволновый характер, потому что короткие волны стабилизируются капиллярными силами. В результате эволюции этих длинноволновых возмущений формируются нелинейные волны, распространяющиеся вниз по течению. Но кроме такого механизма, в наклонной неизотермической пленке на устойчивость течения оказывает влияние термокапиллярный эффект Марангони. Причем росту продольных возмущений, обусловленных действием термокапиллярных сил, средний поток препятствует, и локальное уменьшение толщины пленки в направлении потока замедляется. В поперечном же направлении средний поток отсутствует, и влияние термокапиллярного эффекта проявляется более ярко. В трансверсальном направлении эволюция начального возмущения при движении вниз по потоку (см. рис. 11) происходит по сценарию, аналогичному изображенному на рис. 10. Рост поперечных периодических режимов генерирует продольные утолщения, приводящие к развитию раздельных ручьёв, между которыми толщина пленки очень мала (см. рис. 11). С увеличением

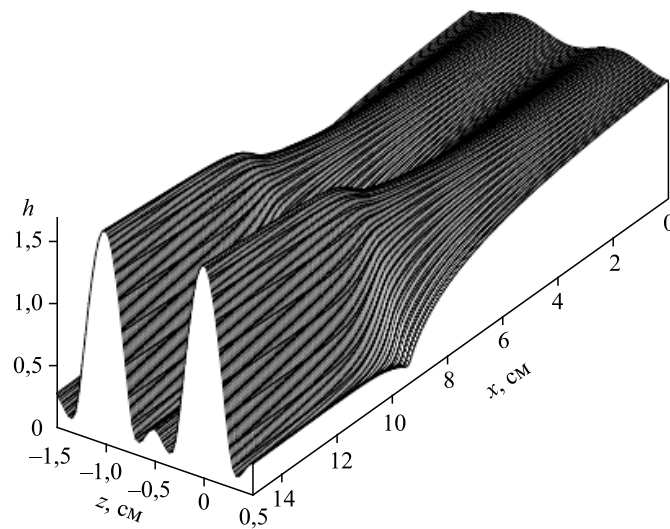


Рис. 11. Эволюция начального двумерного возмущения в пространстве в жидкой нагреваемой вертикальной пленке (Aktershev, Alekseenko, 2019).

расстояния на этих участках появляются сухие пятна. Форма и размер ручьев чувствительны к значению волнового числа начального возмущения. Такие ручейковые режимы могут развиваться из линейных возмущений только тогда, когда вклады продольной и поперечной мод неустойчивости в дальнейшую эволюцию возмущений сравнимы между собой. Если преобладает влияние расхода по сравнению с интенсивностью нагрева, то доминирует неустойчивость основной гидродинамической моды. Если нагрев слишком интенсивный, то доминирующее влияние оказывают термокапиллярные силы (Joo et al., 1996).

Большинство теоретических исследований термокапиллярной неустойчивости в наклонной пленке посвящены двумерным возмущениям, распространяющимся в направлении потока. В работе (Krishnamoorthy et al., 1995) численным методом в трехмерной постановке исследовалась динамика формирования ривулет от самого начала вплоть до термокапиллярного разрыва наклонной пленки. Возмущение, наложенное на невозмущенное течение, представляло собой волны, бегущие в направлении течения и модулированные в поперечном направлении. Так как при этом на границах участка счета ставились условия периодичности (как в направлении течения, так и в поперечном направлении) и рассматривалась временная эволюция этих возмущений, то, строго говоря, представленные там решения не являются ривулетами. Система уравнений неразрывности, импульса и уравнения энергии решалась методом конечных элементов. Результаты этих расчетов сравнивались с данными, полученными с помощью длинноволновой теории. В последующей работе (Ramaswamy et al., 1997) эти же авторы исследовали динамику формирования ривулетов для наклонной пленки в трехмерной периодической постановке от начального малого возмущения до разрыва пленки. Проведенные ими расчеты (Ramaswamy et al., 1997) показали, что из-за термокапиллярности трехмерные волны, бегущие в направлении потока, эволюционируют в вытянутые вдоль потока ривулетоподобные структуры. Результаты вычислений количественно согласуются с данными длинноволновой теории за исключением завершающей стадии — появление разрыва пленки, которую длинноволновая теория не в состоянии описать.

В работе (Kalliadasis et al., 2003a) устойчивость течения и нелинейные волны в однородно нагреваемой пленке исследовались на основе IBL-модели. Температура поверхности пленки определялась из усредненного уравнения энергии, выведенного в предположении линейного профиля температуры. Результаты линейного анализа устойчивости показали, что диапазон неустойчивых волновых чисел вследствие термокапиллярного эффекта существенно расширяется, особенно при малых значениях числа Рейнольдса Re . В работах (Ruyer–Quil et al., 2005; Scheid et al., 2008a; Scheid et al., 2008b) применялся метод взвешенной невязки с полиномиальным разложением для профиля скорости и профиля температуры, являющийся обобщением метода, разработанного для изотермической пленки авторами (Ruyer–Quil, Manneville, 2002). Для описания течения пленки были выведены модели первого и второго порядка по параметру длинноволновости. Модель первого порядка состоит из трех уравнений в частных производных — для толщины пленки, расхода и температуры поверхности — в предположении линейного профиля температуры. Модель второго порядка довольно громоздка и трудна для анализа, поскольку состоит из восьми уравнений, причем каждое уравнение содержит не менее 20 членов. Результаты исследований (Ruyer–Quil et al., 2005; Scheid et al., 2005) также подтверждают, что термокапиллярный эффект приводит к расширению области неустойчивости. Следует отметить, что модель имеет определенные недостатки. В частности, авторы (Scheid et al., 2005) отмечали, что при достаточно больших значениях числа Пекле Pe модель дает физически нереальные значения температуры в стационарной волне. Сравнение температуры поверхности, рассчитанной по упрощенному уравнению (с использованием линейного профиля температуры) и полученной в результате решения полного уравнения теплопроводности, показало хорошее соответствие

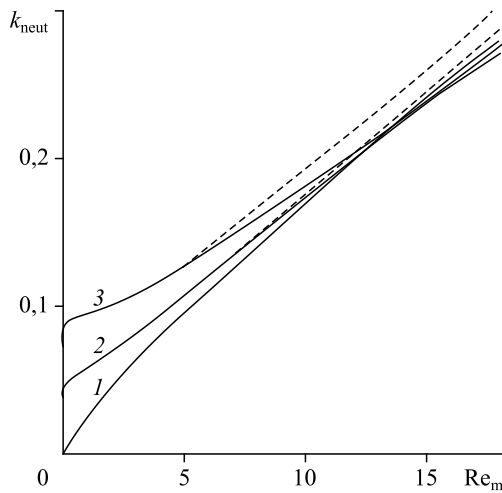


Рис. 12. Нейтральные кривые для чисел Марангони $Ma^* = 0$ (1), 30 (2), 100 (3) (Актершев, 2013).

Штриховые линии — расчет по модели (Scheid et al., 2005).

только для $Re < 5$. При $Re > 6$ различие становится заметным и быстро растет с увеличением Re .

Устойчивость однородно нагреваемой пленки и нелинейные двумерные волны, бегущие в направлении потока, изучались в работах (Актершев, 2012; Актершев, 2013) в рамках модифицированной IBL-модели и без априорного предположения о профиле температуры. Для случаев заданной температуры стенки и

заданного теплового потока на стенке были выведены уравнения для возмущения температуры и получены их решения для произвольных значений числа Пекле Pe . Там же было проведено сравнение с моделями (Scheid et al., 2005; Trevelyan et al., 2007). В отличие от полученных в них результатов, численные расчеты (Актершев, 2013) показали, что термокапиллярный эффект не всегда приводит к расширению области неустойчивости. При больших значениях параметра kPe (здесь k — волновое число) происходит сужение области неустойчивости (см. рис. 12). Этот, казалось бы, парадоксальный эффект объясняется увеличением фазового сдвига между профилем самой поверхности и профилем возмущения температуры на поверхности пленки.

Взаимодействие гидродинамической и термокапиллярной неустойчивостей приводит к появлению на поверхности нагреваемой пленки стационарных периодических структур типа струй, обнаруженных в экспериментах (Кабов и др., 1996; Kabov, Chinnov, 1997). В последующих экспериментах (Кабов и др., 2003; Чиннов, 2009) был обнаружен другой тип термокапиллярной структуры на поверхности нагреваемой пленки. Режимы течения, соответствующие первому и второму типам, названы режимами А и Б. Указанные режимы появляются при существенно различных уровнях теплового потока и различаются характером зависимости расстояния между струями от плотности теплового потока и числа Рейнольдса. Эти эксперименты инициировали ряд теоретических публикаций, посвященных устойчивости течения и нелинейным волнам в неизотермических пленках жидкости (Kalliadasis et al., 2003; Ruyer-Quil et al., 2005; Scheid et al., 2005; Trevelyan et al., 2007; Scheid et al., 2008a; Scheid et al., 2008b).

В работах (Scheid et al., 2008a; Scheid et al., 2008b) с использованием метода взвешенной невязки была выведена система уравнений для исследования бегущих трехмерных волн на поверхности пленки, стекающей по однородно нагретой вертикальной стенке. Временная эволюция малых возмущений периодических как в направлении потока, так и в поперечном направлении, изучалась численно псевдоспектральным методом. Используемая модель состояла соответственно в направлении течения и в поперечном направлении из четырех эволюционных уравнений: для толщины пленки h , температуры поверхности пленки T_s и расходов q и p . При выводе уравнений использовались разложение возмущений по параметру длинноволности и проекционный метод взвешенных остатков. Расчетная область представляла собой прямоугольник, стороны которого параллельны соответствующим координатным осям. На его границах ставились периодические условия. Амплитуды начальных возмущений брались малыми и генерировались случайным образом. В зависимости от числа Рейнольдса в расчетах

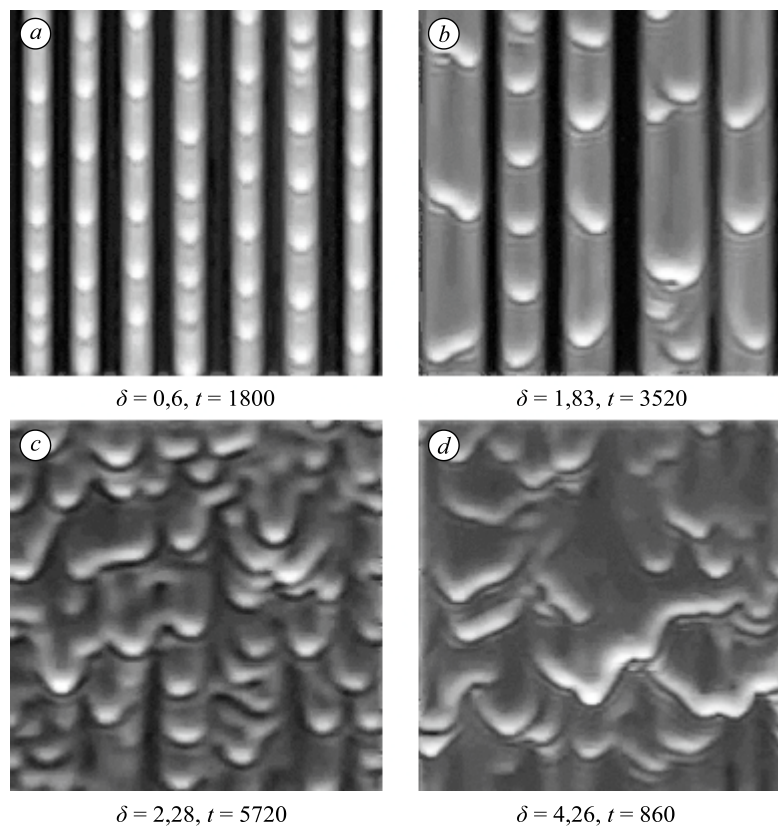


Рис. 13. Волновые режимы течения вертикальной нагреваемой пленки для чисел Рейнольдса $Re = 2$ (a), 5 (b), 6 (c), 10 (d) (Scheid et al., 2008b).

наблюдались различные сценарии эволюции. При $Re < 6$ имело место образование регулярных вытянутых вдоль потока ривулетоподобных структур (см. рис. 13a, 13b). При этом вдоль «горных хребтов», т.е. полос, где толщина пленки максимальная, распространялись бегущие трехмерные волны. В областях между этими полосами волны отсутствовали. Такой режим был назван авторами «drag-gravity regime». Для более высоких чисел Рейнольдса (в режиме, названном авторами «drag-inertia») ситуация оказалась подобной изотермическому случаю и никаких ручьев не наблюдалось. При этом волны были трехмерными и занимали всю расчетную область (см. рис. 13c, 13d). Следует отметить, что теоретических работ по нелинейным волнам на поверхности ривулетов очень мало. Впервые нелинейные возбужденные волны на поверхности ривулета исследовались численно в работе (Alekseenko et al., 2015). В отличие от работы (Scheid et al., 2008a; Scheid et al., 2008b), где ривулетоподобная структура формировалась за счет взаимодействия бегущих трехмерных волн, в работе (Alekseenko et al., 2015) рассматривался отдельный ривулет, ограниченный контактными линиями.

В работе (Aktershev, Alekseenko, 2019) численно изучалась устойчивость однородно нагреваемой пленки относительно возмущений в поперечном направлении. Используется здесь модель применима для умеренных чисел Рейнольдса $Re \sim 10$ и не предполагает априорно заданного профиля температуры в пленке. Конечно-разностным методом исследовано развитие неустойчивости в двумерных и трехмерных случаях. В отличие от других трехмерных моделирований неустойчивости в нагреваемой пленке, в данном исследовании не ставилось условие периодичности в направлении течения. В трехмерных расчетах на входе задавалась толщина пленки в виде $h = 1 + H_a \cos(kz)$, где H_a — малая

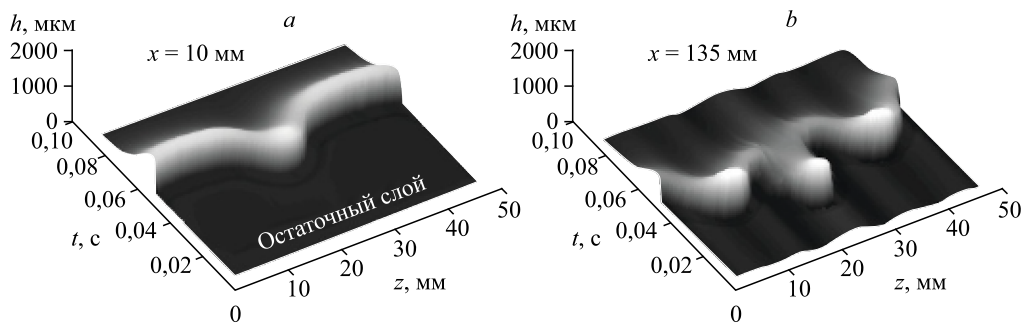


Рис. 14. Формирование ривулетной структуры в процессе развития трехмерных возмущений из регулярных двумерных волн (Rietz et al., 2015).

амплитуда, k — волновое число возмущения, z — координата в поперечном направлении. Это позволило исследовать пространственное развитие поперечного возмущения вниз по потоку. Оказалось, что возмущение в поперечном направлении приводит к развитию квазистационарной ривулетной структуры. Наибольшую протяженность имеет участок линейного развития, на котором происходит экспоненциальный рост амплитуды начального возмущения. Ниже по потоку на относительно коротком участке формируются высокоамплитудные ривулеты, разделенные тонкой перемычкой, на которой вырастают дополнительные ривулеты меньшей амплитуды (см. рис. 11). В расчетах выявлено влияние безразмерных параметров на характерные временные и пространственные масштабы развития неустойчивости и другие параметры ривулетной структуры. Эта же модель применялась в работе (Aktershev et al., 2019), где формирование трехмерной ривулетной структуры в локально нагреваемой стекающей пленке жидкости исследовалось теоретически и экспериментально. Там же впервые в рамках пространственного подхода был выполнен линейный анализ устойчивости нагреваемой пленки относительно возмущений в поперечном к потоку направлении. Анализ экспериментальных данных для различных жидкостей и различных чисел Рейнольдса показал, что расстояние между ручьями хорошо соответствует длине волны максимально растущего возмущения, вычисленного в соответствии с линейной теорией устойчивости. Стационарная ривулетная структура рассчитывалась авторами для двух типов условий нагрева: когда на стенке задавалась постоянная температура и когда на стенке задавался тепловой поток. Результаты вычисления показали хорошее согласование с экспериментальными данными для обоих типов условий нагрева.

В работе (Rietz et al., 2015) экспериментально изучалось развитие регулярных возбужденных двумерных волн в нагреваемой жидкой пленке. Были выполнены инфракрасные термографические измерения, что позволило выявить распределение температуры на поверхности жидкой пленки. Детальные измерения толщины пленки продемонстрировали развитие топологии поверхности как в направлении течения, так и в поперечном направлении по всей области нагрева. Эксперименты показали формирование ривулетоподобной структуры с почти регулярной периодичностью, как было предсказано в численных расчетах (Scheid et al., 2008a; Scheid et al., 2008b), где использовалась комбинация IBL-модели с методом взвешенной невязки. Рис. 14 иллюстрирует формирование ривулетной структуры в процессе развития трехмерных возмущений из двумерных волн вниз по потоку. На расстоянии от верхнего края нагревателя $x = 10$ мм наблюдается небольшое искривление волнового фронта (рис. 14a), который вниз по потоку эволюционирует в трехмерные подковообразные волны (рис. 14b). Высота пиков трехмерных волн растет из-за действия термокапиллярных сил в поперечном направлении. Толщина остаточного слоя между пиками уменьшается, приводя к модуляции остаточного слоя в поперечном направлении и формированию ривулетов. Положения ривулетов совпадают с положениями максимумов гребня трехмерной волны.

Для экспериментального исследования нестационарного сопряженного теплопереноса в жидкой пленке, стекающей по наклонной нагреваемой металлической фольге, авторы (Markides et al., 2016) разработали комбинированный метод, объединяющий метод LIF (laser-induced fluorescence) и метод инфракрасной термографии. Проведенные ими детальные измерения выявили регулярно расположенные ривулетоподобные структуры, формирующиеся вблизи входа и развивающиеся вниз по потоку. Из непосредственных наблюдений многих последовательностей изображения следует, что локальные вариации поверхностного натяжения вызывают неустойчивость, которая приводит к накоплению жидкости на более холодных участках и утончению пленки на более горячих участках. В работе были вычислены локальные и мгновенные коэффициенты теплопереноса. Результаты их вычислений и корреляции с локальной и мгновенной толщиной пленки показывают значительное усиление теплопереноса в сравнении с предсказаниями для стационарного течения пленки.

5. Теплоперенос в волновых пленках

Из экспериментальных данных известно, что за счет волн на поверхности пленки конденсата или испаряющейся пленки коэффициент теплообмена может возрасти на 80 %. Однако проблемы гидродинамики и тепломассопереноса волновых течений пленок достаточно сложны, и многие вопросы, связанные с этими процессами, остаются открытыми. Большинство исследований по тепломассообмену в пленке сосредотачивается на случае гладкой (безволновой) пленки. Только некоторые из них были посвящены теплопереносу в волновых режимах течения. В работах (Hirshburg, Florschuetz, 1982; Jayanti, Hewitt, 1997; Roberts, Chang, 2000) для замыкания модели использовались эмпирические соотношения, поэтому результаты расчетов имеют очень ограниченное применение. Впоследствии появились работы, использующие более реалистические модели.

Влияние волн на теплоперенос впервые исследовалось численно в работах (Miyara, 1999; Miyara, 2000). Так, путем численного решения уравнений Навье–Стокса, уравнения неразрывности и уравнения энергии конечно-разностным методом были получены динамика волнового течения и характеристики теплопереноса. Расчеты проводились при одном значении числа Рейнольдса ($Re = 100$) в условиях постоянной температуры стенки и постоянной температуры поверхности жидкости. Авторами использовался оригинальный численный алгоритм, основанный на методе MAC (Marker and Cell) с модифицированными граничными условиями. На входе потока задавались периодические возмущения малой амплитуды заданной частоты. Они быстро росли вниз по течению и трансформировались в развитые солитоноподобные волны, которые состояли из основного пика большой амплитуды и расположенной впереди него мелкокапиллярной ряби. Полученные в расчетах мгновенные профили скорости в области пика и в области минимума толщины очень сильно отличались от профиля ламинарного потока. Зона циркуляции наблюдалась в области пика (в системе отсчета, движущейся со скоростью волны) и оказывала значительное влияние на поле температуры в жидкости. Было установлено, что этот эффект особенно существенно выражен у жидкостей с высоким значением числа Прандтля Pr . В работе (Miyara, 2000) детально исследовалось влияние частоты возмущения на поведение развитых волн и на особенности теплообмена. При низкой частоте возмущений из них развиваются солитоноподобные волны. С увеличением частоты, амплитуды волн уменьшаются и капиллярная рябь впереди пика исчезает. При дальнейшем увеличении частоты амплитуда возмущения уменьшается вниз по потоку. Интенсивность теплопередачи увеличивается за счет волн. В указанной работе для различных частот были рассчитаны линии тока и изотермы, объяснен механизм интенсификации теплообмена. Результаты расчетов показали, что волны усиливают теплообмен в пленке за счет двух эффектов: за счет конвекции в поперечном направлении (в зоне пика) и за счет уменьшения средней толщины пленки между пиками.

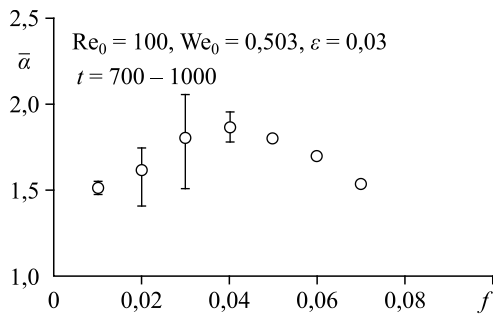


Рис. 15. Средний по времени коэффициент теплообмена в зависимости от безразмерной частоты волны f (Miyara, 2000).

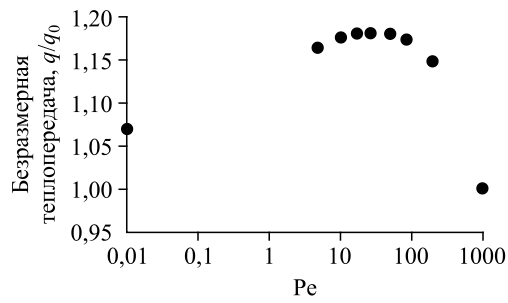


Рис. 16. Зависимость среднего теплового потока на стенке от числа Пекле (Serifi et al., 2004).

На рис. 15 показана зависимость среднего по времени коэффициента теплопередачи от безразмерной частоты волны f . Как видно из рисунка, он имеет максимум при определенной частоте.

Аналогичное численное моделирование проводилось в работе (Serifi et al., 2004). Для детального изучения волнового режима течения наклонной жидкой пленки и теплообмена авторами применялся метод конечных элементов Галёркина. Расчеты были выполнены при $Re = 19,33$ в условиях изотермической стенки и фиксированного коэффициента теплообмена на поверхности жидкости. Так же как в исследовании (Miyara, 1999; Miyara, 2000), здесь на входе потока создавались периодические возмущения скорости малой амплитуды. Эти возмущения распространялись вниз по потоку и развивались в нелинейные волны. Высокочастотные возмущения эволюционировали в периодические солитоноподобные пики, а низкочастотные возмущения — в волновые пакеты. Ниже определенной частоты появлялись паразитные гребни, и регулярность волн исчезала. Также детально численно исследовался эффект влияния волн на теплообмен от стенки. Чтобы определить относительные вклады кондуктивной теплопроводности и конвекции в интенсификацию теплообмена на стенке, изучалась их зависимость от числа Пекле. Было установлено, что в некотором диапазоне чисел Пекле конвекция имеет существенное влияние в гребне и в хвосте уединенных пиков. Этот эффект в комбинации с уменьшением толщины остаточного слоя между последовательными пиками дает вклад в усиление теплообмена существенно больший, чем кондуктивная теплопроводность. Было обнаружено, что в зависимости среднего теплового потока на стенке от числа Пекле имеется максимум (см. рис. 16). Интенсификация теплопереноса волнами объясняется двумя факторами: локальным утончением пленки во впадинах между пиками и конвективным переносом в зоне циркуляции, которая появляется в области пика для волн большой амплитуды. Благодаря возникновению вихревого движения жидкости под их гребнями, волны интенсифицируют перемешивание жидкости и теплообмен через стенку.

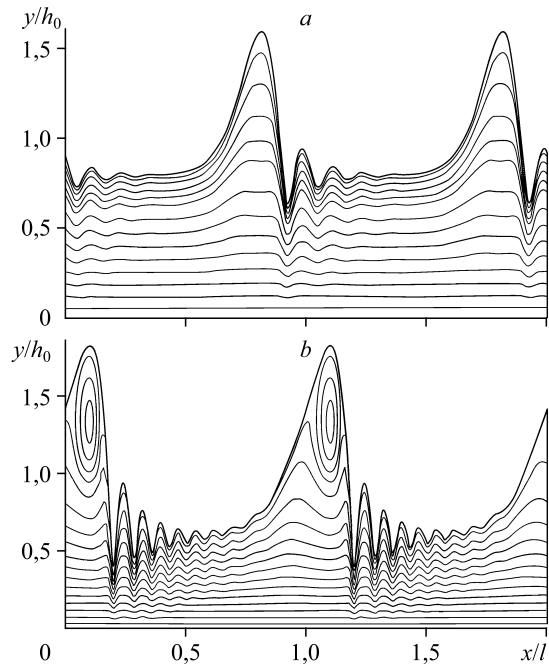
В работе (Актершев, 2010) с помощью численного метода исследовалось влияние стационарно-бегущих двумерных волн на теплоперенос в стекающей ламинарной пленке жидкости. Для описания волнового течения пленки использовалась IBL-модель. Расчеты проводились для двух видов граничных условий на стенке: для случая постоянной температуры стенки и когда на стенке задан постоянный тепловой поток. На поверхности пленки задавался коэффициент теплообмена. В расчетах рассматривались развитые волны с заданным пространственным периодом l при различных значениях чисел Рейнольдса Re и Прандтля Pr . Уравнение энергии для температуры жидкости решалось совместно с уравнениями IBL-модели без априорно заданного профиля температуры, в отличие от моделей (Kalliadasis et al., 2003; Scheid et al., 2005; Trevelyan et al., 2007).

Рис. 17. Линии тока в системе отсчета, связанной с волной, при $Re = 10$ (a), 33 (b) (Актершев, 2010).

Результаты расчетов показали, что влияние волн становится заметным только при $Re > 5$. При $Re < 10$ (см. рис. 17a) основной вклад в теплоперенос дает кондуктивная теплопроводность. С увеличением Re в области пика появляется зона циркуляции (см. рис. 17b) и роль конвекции резко возрастает. Значения Re , при которых конвекция вносит существенный вклад в теплоперенос, зависят от длины волны и числа Прандтля Pr . Было установлено, что в зависимости среднего теплового потока через стенку от числа Пекле имеется максимум. Увеличение значений Pr в диапазоне 1–10 приводит к росту интенсивности теплопереноса и более однородному распределению теплового потока на пластине. В диапазоне 10–100 число Прандтля слабо влияет на теплоперенос. Расчеты показали, что для длинных волн интенсивность теплопереноса больше, чем для коротких. С ростом Re влияние длины волны становится менее существенным.

В вышеуказанных исследованиях теплоперенос рассчитывался из уравнения энергии (уравнение Фурье), а гидродинамика описывалась уравнениями Навье–Стокса или уравнениями упрощенной модели. Такой подход ресурсозатратен, и на его основе трудно провести подробные исследования явления в широких диапазонах изменения параметров. Этим объясняется недостаточный объем численных исследований неизоэротических волновых пленок. Так, например, вычисления характерных особенностей теплообмена оказываются слишком затратными, чтобы полно промоделировать теплоперенос по всей длине пластинчатого теплообменника для большого временного интервала и оставаться при этом в разумных пределах по «стоимости» вычислений. Существует и другой подход: использование упрощенных моделей не только для исследования динамики жидкой пленки, но также и для описания теплообмена. Например, авторы (Ruyer–Quil et al., 2005) развили упрощенную модель на основе метода взвешенной невязки и интегрального подхода в погранслоном приближении (WRIBL). В качестве замыкающего соотношения принимался линейный профиль температуры в пленке. В этом профиле использовался только один параметр — температура на свободной поверхности $\theta = T|_{J=1}$. К сожалению, эта модель при больших значениях числа Пекле Pe дает нефизические результаты — температура в расчетной области может оказаться отрицательной (см. рис. 18). В работе (Trevelyan et al., 2007) было предложено семейство моделей для условий постоянной температуры стенки или постоянного теплового потока через стенку. Однако эффект нефизических отрицательных температур все равно имеет место, хотя и при более высоких значениях числа Пекле.

В последние годы появился ряд теоретических исследований, в которых были представлены новые оригинальные модели для описания теплопереноса в волновых пленках жидкости. Это позволяет надеяться на существенный прогресс в создании быстрых и экономичных численных алгоритмов расчета теплопереноса для решения



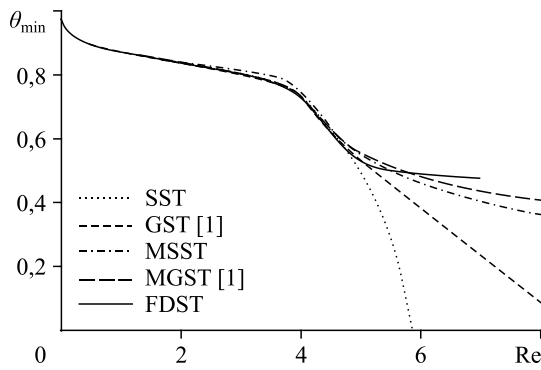


Рис. 18. Минимальная температура поверхности пленки, рассчитанная по уравнению Фурье (сплошная линия) и по различным упрощенным моделям (остальные кривые) (Trevelyan et al., 2007).

на снизу, но в ней появляется нефизичное критическое значение $\theta_c = 7/22$, при котором конвективные члены исчезают. Возможно расширение набора параметров для описания поля температуры позволило бы преодолеть этот недостаток. В работе (Thompson et al., 2019) рассматривалось влияние неоднородного нагрева стенки на волновые режимы в стекающей пленке и была выведена непротиворечивая модель второго порядка. Однако включение в модель конвективных членов второго порядка ограничивает ее применимость для низких и умеренных чисел Пекле. Это происходит из-за нефизичного эффекта — исчезновения диффузионных членов при некотором критическом значении Re . Попытка устранить данные недостатки была предпринята в работе (Cellier, 2018). В ней для описания поля температуры добавлялся еще один параметр — φ , связанный с тепловым потоком на стенке. Этот подход привел к некоторому улучшению ситуации, но полностью проблему нефизичного поведения температуры на поверхности пленки не решил. При некоторых значениях параметров она неограниченно убывала вплоть до отрицательных значений. Кроме того, эффекты демпфирования температурных возмущений не удалось учесть достаточно точно. Расчеты, проведенные по более полной модели, — уравнению энергии (уравнение Фурье) — демонстрируют более быстрое развитие теплового пограничного слоя у стенки, чем то, которое предсказывалось моделью из работы (Cellier, 2018). При изучении полностью развитых бегущих волн эти недостатки модели не имеют решающего значения. Но они становятся неприемлемыми при моделировании теплопередачи в случаях, когда длина тепловой релаксации сравнима с размером теплообменника. Это, в частности, имеет место, когда число Пекле велико.

Наконец, в работе (Cellier, Ruyer–Quil, 2020) были сформулированы новые асимптотические модели для теоретического описания теплопереноса в стекающих пленках. При использовании этих моделей признаки нефизического поведения решения не наблюдаются в широком диапазоне изменения чисел Био Bi и Пекле Pe . Они хорошо описывают развитие термического режима от входа потока. Чтобы оценить область применимости, авторы (Cellier, Ruyer–Quil, 2020) выполнили сравнение результатов расчетов по своим моделям с численным решением уравнения Фурье при периодических граничных условиях. Такое же сравнение было проведено для открытого потока с периодическим возбуждением расхода на входе течения. Авторы получили хорошее согласование в широком диапазоне чисел Пекле (от умеренных значений до больших). Новая асимптотическая модель, предлагаемая в двух вариантах (θ -модель и φ - θ -модель), разрабатывалась как альтернатива численному решению уравнения Фурье в стекающей пленке. Она приводит к более быстрому алгоритму решения за счет сужения диапазона применимости (при очень высоких значениях числа Пекле она также работает неудовлетворительно). В модели (Cellier, Ruyer–Quil, 2020) для представления поля температуры

в жидкости используются две базовых переменных параметра: $\theta = T|_{y=1}$ и $\varphi = h^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}|_{y=1}$.

Таким образом, предпринята попытка за счет большей гибкости в представлении поля температуры преодолеть недостатки моделей, предложенных в работах (Ruyer–Quil et al., 2005) и (Chhay et al., 2017). На рис. 19 приведены для сравнения результаты расчетов по двум вариантам (θ -модель и φ - θ -модель) с численным решением уравнения Фурье. Модель (Cellier, Ruyer–Quil, 2020) также расширяет диапазон применимости даже для варианта с одной свободной переменной (θ -модель) в описании поля температуры (относительная ошибка составляет менее 20 % для $10 < \text{Pe} < 10^3$, $10^{-3} < \text{Bi} < 10^3$). Два варианта (θ -модель и φ - θ -модель) обладают различными преимуществами. В самом простом варианте (θ -модель) уравнение для расчета θ имеет вид:

$$3\text{Pe} \frac{\partial \theta}{\partial t} = 3\text{Pe} \left\{ -\frac{3(82+19\text{Bi}h)q}{7(27+7\text{Bi}h)h} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{57\text{Bi}h}{7(27+7\text{Bi}h)h^2} \frac{q\theta}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{3(11+(-11+38\text{Bi}h)\theta)}{14(27+7\text{Bi}h)h} \frac{\partial q}{\partial x} \right\} -$$

$$-\frac{60(1+\text{Bi}h)(\theta-\theta_0)}{27+7\text{Bi}h} \frac{1}{h^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \left(\frac{6+3(-2+7\text{Bi}h)\theta}{27+7\text{Bi}h} \right) \frac{\partial^2 h}{h \partial x^2} + \left(\frac{6+6(-1+2\text{Bi}h)\theta}{27+7\text{Bi}h} \right) \left(\frac{\partial h}{h \partial x} \right)^2 +$$

$$+\frac{6(8+7\text{Bi}h)\theta}{27+7\text{Bi}h} \frac{\partial h}{h \partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x}.$$

Этот вариант более работоспособен и менее затратен для вычислений. Он — хороший кандидат на параметрические исследования (например, оптимизацию). Во втором варианте (φ - θ -модель) уравнения для расчета φ и θ имеют вид:

$$3\text{Pe} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{3q}{2h} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = \frac{\varphi}{h^2} + 2\text{Bi}h \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\varphi}{h^2} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \text{Bi} \theta \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2},$$

$$3\text{Pe} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -3\text{Pe} \left(\frac{15q}{14h} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + E_\varphi \frac{q}{h} \frac{\partial \theta}{\partial x} + F_\varphi \frac{\partial q}{h \partial x} + G_\varphi \frac{q\theta}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} +$$

$$+\frac{1}{h^2} \left\{ -60(1+\text{Bi}h)(\theta-\theta_0) - (27+7\text{Bi}h)\varphi \right\} + J_\varphi \left(\frac{\partial h}{h \partial x} \right)^2 + \frac{4}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + L_\varphi \frac{\partial h}{h \partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x},$$

здесь $E_\varphi = -\frac{3(25+11\text{Bi}h)}{14}$, $F_\varphi = -\frac{66+9\varphi+6(38\text{Bi}h-11)\theta}{28}$, $G_\varphi = -\frac{57\text{Bi}h}{7}$,

$$J_\varphi = 6 - (25+7\text{Bi}h)\varphi + 6(2\text{Bi}h-1)\theta, \quad L_\varphi = 48 - 12\text{Bi}h - 14(\text{Bi}h)^2, \quad \theta_0 = 1/(1+\text{Bi}h).$$

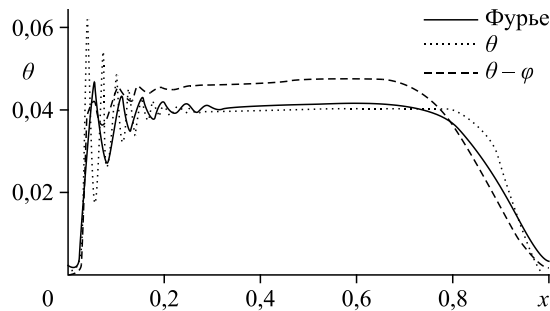


Рис. 19. Сравнение результатов расчета температуры поверхности пленки в стационарно-бегущей волне по модели (Cellier, Ruyer–Quil, 2020) с данными расчета по уравнению Фурье (Cellier, Ruyer–Quil, 2020).

Этот вариант в состоянии «ухватить» более сложное поведение теплопередачи. У этой сложности есть «стоимость» в терминах надежности и вычислительных затрат, особенно в гребне волн. Эта «стоимость» вычислений все еще намного дешевле, чем численное решение уравнения Фурье. Впрочем, «стоимость» данной модели может оказаться чрезмерной, когда дело дойдет до расчета теплопереноса трехмерного пленочного течения в реальном теплообменнике. Другие перспективы — это учет связи между гидродинамикой и теплообменом через эффект Марангони или через другие зависимости свойств жидкости от температуры. Введение такой связи тривиально и предоставит доступ (с расширением к трехмерному случаю) к надлежащему сравнению с экспериментальными исследованиями. Читатель, заинтересованный тем, как расширить модель применительно к трехмерному течению или как учесть термокапиллярность, может найти детальное описание этих подходов в монографии (Kalliadasis et al., 2012). Что касается соответствующих экспериментальных исследований, то их число также невелико из-за многочисленных трудностей. Термокапиллярность приводит к формированию сухих пятен, что очень проблематично, когда в экспериментах в жидкости используются трассеры. Проведение аккуратных измерений поля температуры в глубине жидкости (а не только температуры поверхности) — далеко не тривиальная задача. Весьма перспективным для измерения объемного среднего значения температуры является метод PLIF (Panoramic Laser-Induced Fluorescence) (Schagen, Modigell, 2007; Schagen et al., 2006; Хуе, Zhang, 2018). Также имеются трудности и с контролем граничного условия. Обеспечить постоянную температуру стенки или постоянный тепловой поток на стенке в экспериментах весьма непросто. Подобная проблема возникает и с теплопередачей на свободной поверхности, точный контроль которой требует учета развития теплового пограничного слоя в газе.

Заключение

Экспериментальные и теоретические исследования волновых режимов течения пленок вязкой жидкости начались более 60 лет назад. В 60–80 гг. прошлого столетия были разработаны основные теоретические подходы и модели для описания волн в свободно стекающей пленке (Шкадов, 1968; Venney, 1966; Непомнящий, 1974a; Непомнящий, 1974b), сформулированы постановки ряда теоретических проблем и получены их решения. Разработанные модели двумерного и трехмерного волновых режимов течения пленки позволили применить к исследованию волн современные математические методы теории бифуркаций и теории динамических систем. Интенсивные исследования, продолжающиеся почти полвека, привели к созданию теории нелинейных волн в тонком слое вязкой жидкости, пригодной к истолкованию и прогнозированию экспериментальных наблюдений. В ходе исследований были изучены различные вопросы гидродинамики волновых пленок, связанные как с математическими проблемами теории нелинейных волн, так и с практикой использования волновых пленок в экспериментальных и технологических установках. Результаты этих исследований представлены и обобщены в монографиях (Алексеенко и др., 1992; Chang, Demekhin, 2002). В основном данные исследования были сфокусированы на волновых течениях свободно стекающей пленки, но в ряде статей рассматривались вопросы устойчивости пленочных течений при наличии фазового превращения (Bankoff, 1971; Unsal, Thomas, 1978; Spindler, 1982; Burelbach et al., 1988), а также воздействия на пленку газового потока (Zilker et al., 1977; Гугучкин и др., 1979; Чан, Шкадов, 1979; Демёхин, 1981).

В 90-е годы происходит бурный прогресс в экспериментальных методах исследования пленочного течения. Появились скоростные видеокамеры и методы цифровой трассерной визуализации (PIV/PTV) для измерения поля скорости в волновой пленке. Взамен устаревшему теневому методу измерения толщины пленки появился более

совершенный метод LIF (Laser-Induced Fluorescence), основанный на реконструкции локальной толщины слоя жидкости по яркости свечения растворенного в ней флуоресцентного красителя. В дальнейшем он развился в панорамный метод PLIF, позволяющий получить поле толщины пленки на большой площади. В это же время существенно расширился список рассматриваемых проблем пленочного течения. В частности, началось интенсивное изучение течения пленок жидкости при наличии термокапиллярного эффекта Марангони (Joo et al., 1991; Krishnamoorthy et al., 1995; Boos, Thess, 1999; Joo et al., 1996). В экспериментах (Kabov et al., 1996; Kabov, Chinnov, 1997) было обнаружено новое явление в физике жидкостей — формирование регулярной пространственной структуры в движущейся под действием гравитации пленке жидкости при ее локальном нагреве со стороны подложки — и установлена термокапиллярная природа данного явления. Эти эксперименты инициировали ряд теоретических публикаций, в которых исследовались линейная устойчивость термокапиллярного течения и нелинейные волновые режимы в неизотермических пленках жидкости (Kalliadasis et al., 2003; Ruyer-Quil et al., 2005; Scheid et al., 2006; Trevelyan et al., 2007; Scheid et al., 2008a; Scheid et al., 2008b). Несмотря на определенные успехи в исследовании устойчивости термокапиллярных течений, теоретическое описание структур, полученных в экспериментальных работах, еще далеко до полного завершения.

В 2000-е годы появились новые теоретические модели проекционного типа для описания волновых режимов пленочного течения (Ruyer-Quil, Manneville, 2000; Ruyer-Quil, Manneville, 2002; Архипов и др., 2016; Arkhipov et al., 2016). Эти модели хорошо описывают волновой режим для умеренных чисел Рейнольдса в свободно стекающей пленке. В это же время появились первые теоретические исследования (численными методами) динамики нелинейных волн в пленке при наличии фазовых переходов (Miyaga 2001; Актершев, Алексеенко, 2014a; Актершев, Алексеенко, 2014b). Возможности современных методов, используемых в эксперименте, существенно возросли, что позволило изучать достаточно «тонкие» детали волновой структуры. Так, например, в работе (Dietze et al., 2008) с помощью метода конфокальной хроматической визуализации для измерения толщины пленки и метода PIV для измерения скорости жидкости с беспрецедентной точностью была исследована структура течения под капиллярным предвестником регулярных двумерных волн и ясно показано наличие участков возвратного течения в исследованной области. В работе (Charogiannis et al., 2017) был применен панорамный метод PLIF и метод PIV для получения профилей скорости жидкости в различных частях гармонически возбужденных двумерных волн на пленках, стекающих по наклонной пластине. Авторы представили профили скорости по всей длине волны с шагом около 1 мм и сравнили экспериментальные данные с расчетами прямого численного моделирования (DNS).

В настоящее время, несмотря на несомненные успехи теоретических и экспериментальных исследований в последние 2–3 десятилетия, многие вопросы, связанные с процессами переноса в волновых пленках жидкости (особенно при наличии потоков массы и импульса на межфазной поверхности), изучены недостаточно. В частности, остаются малоизученными процессы развития нелинейных волн большой амплитуды в пленках с фазовым переходом, процессы капельного уноса с гребней волн в пленках, находящихся под воздействием высокоскоростного газового потока, процессы формирования различных типов термокапиллярных периодических структур в пленках, нагреваемых со стороны подложки. Учитывая бурный прогресс в экспериментальных методах за последние годы, можно ожидать в самом ближайшем будущем появление новых экспериментальных данных для волновых пленок при сложных условиях течения. Вполне вероятно, что эти данные стимулируют соответствующий прогресс в теоретическом описании.

Список литературы

- Актершев С.П. 2010. Теплоперенос в ламинарно-волновых стекающих пленках жидкости // Теплофизика и аэромеханика. Т. 17, № 3. С. 385–396.
- Актершев С.П. 2013. Устойчивость нагреваемой пленки жидкости при наличии термокапиллярного эффекта // Теплофизика и аэромеханика. Т. 20, № 1. С. 1–16.
- Актершев С.П., Алексеенко С.В. 2003. Устойчивость пленки конденсата, движущейся под действием гравитации и турбулентного потока пара // Теплофизика высоких температур. Т. 41, № 1. С. 1–9.
- Актершев С.П., Алексеенко С.В. 2012. Устойчивость трехмерного течения пленки вязкой жидкости, обтекаемой турбулентным потоком газа // Теплофизика и аэромеханика. Т. 19, № 3. С. 317–330.
- Актершев С.П., Алексеенко С.В. 2014a. Волновое течение пленки конденсата // Теплофизика высоких температур. Т. 52, № 1. С. 84–92.
- Актершев С.П., Алексеенко С.В. 2014b. Волновое течение испаряющейся пленки жидкости // Изв. Томского политехн. ун-та. Т. 324, № 4. С. 6–13.
- Актершев С.П., Алексеенко С.В., Покусаев Б.Г. 1998. О неустойчивости пленки жидкости, движущейся совместно с турбулентным потоком газа // Теоретич. основы химической технол. Т. 32, № 4. С. 369–376.
- Алексеенко С.В., Антипин В.А., Гузанов В.В., Маркович Д.М., Харламов С.М. 2005. Стационарные уединенные трехмерные волны на вертикально стекающей жидкой пленке // Докл. РАН. Т. 405, № 2. С. 193–195.
- Алексеенко С.В., Архипов Д.Г., Цвелодуб О.Ю. 2011. Дивергентная система уравнений для пленки жидкости, стекающей по вертикальной плоскости // Докл. АН. Т. 436, № 1. С. 1–4.
- Алексеенко С.В., Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г. 1979. Волнообразование при течении пленки жидкости на вертикальной стенке // Прикл. механика и техн. физика. Т. 20, № 6. С. 77–87.
- Алексеенко С.В., Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г. 1992. Волновое течение пленок жидкости. Новосибирск: Наука. 256 с.
- Архипов Д.Г., Вожаков И.С., Маркович Д.М., Цвелодуб О.Ю. 2016. Симметрия в задаче о волновых режимах течения тонкого слоя вязкой жидкости // Докл. АН. Т. 466, № 5. С. 541–544.
- Белоглазкин А.Н., Шкадов В.Я. 2012. Нелинейные волны в системе жидкая пленка–поток газа // Изв. РАН. МЖГ. № 6. С. 32–49.
- Вожаков И.С., Архипов Д.Г., Цвелодуб О.Ю. 2015. Моделирование нелинейных волн на поверхности тонкой пленки жидкости, увлекаемой турбулентным потоком газа // Теплофизика и аэромеханика. Т. 22, № 2. С. 201–219.
- Гугучкин В.В., Демёхин Е.А., Калугин Г.Н., Маркович Э.Э., Пикин В.Г. 1979. О линейной и нелинейной устойчивости пленок жидкости, текущих совместно с газовым потоком // Изв. АН СССР. МЖГ. № 1. С. 36–42.
- Демёхин Е.А. 1981. Нелинейные волны в пленке жидкости, увлекаемой турбулентным газовым потоком // Изв. АН СССР, МЖГ. № 2. С. 37–42.
- Демехин Е.А. 1983. Ветвление решения задачи о стационарных бегущих волнах в вязком слое жидкости на наклонной плоскости // Изв. АН СССР. МЖГ. № 5. С. 36–44.
- Демехин Е.А., Токарев Г.Ю., Шкадов В.Я. 1987. О существовании критического числа Рейнольдса для стекающей под действием веса плёнки жидкости // Теоретич. основы химической технол. Т. 21, № 4. С. 555–559.
- Демёхин Е.А., Токарев Г.Ю., Шкадов В.Я. 1989. Неустойчивость и нелинейные волны в вертикальной пленке жидкости, текущей в противотоке с турбулентным газовым потоком // Теоретич. основы химической технол. Т. 23, № 1. С. 64–70.
- Демехин Е.А., Шкадов В.Я. 1984. О трехмерных нестационарных волнах в стекающей плёнке жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. № 5. С. 21–27.
- Демехин Е.А., Шкадов В.Я. 1985. Режимы двумерных волн тонкого слоя вязкой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. № 3. С. 63–67.
- Капица П.Л. 1948. Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости // Журн. экспериментальной и теоретической физики. Т. 18, № 1. С. 3–28.
- Капица П.Л., Капица С.П. 1949. Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости // Журн. экспериментальной и теоретической физики. Т. 19, № 2. С. 105–120.
- Непомнящий А.А. 1974a. Устойчивость волновых режимов в пленке, стекающей по наклонной плоскости // Изв. АН СССР. МЖГ. № 3. С. 28–34.
- Непомнящий А.А. 1974b. Устойчивость волновых режимов в пленке жидкости относительно трехмерных возмущений // Гидродинамика: сб. науч. тр. Пермь. Вып. 5. С. 91–104.
- Петвиашвили В.И., Цвелодуб О.Ю. 1978. Подковообразные солитоны на стекающей вязкой пленке жидкости // Докл. АН СССР. Т. 238, № 6. С. 1261–1263.
- Трифонов Ю.Я. 1993. Влияние волн конечной амплитуды на испарение стекающей по вертикальной стенке пленки жидкости // Прикл. механика и техн. физика. Т. 34, № 6. С. 64–71.
- Трифонов Ю.Я. 1996. Волнообразование при стекании пленки вдоль наклонной поверхности при наличии фазового перехода и касательного напряжения на свободной поверхности // Прикл. механика и техн. физика. Т. 37, № 2. С. 109–119.
- Трифонов Ю.Я. 2013. Волновое течение пленки жидкости при наличии спутного турбулентного потока газа // Прикл. механика и техн. физика. Т. 54, № 5. С. 88–100.

- Трифонов Ю.Я.** 2014a. Волны на стекающих пленках жидкости. Расчет устойчивости к произвольным двумерным возмущениям и «оптимальные» режимы стекания // Прикл. механика и техн. физика. Т. 55, № 2. С. 188–198.
- Трифонов Ю.Я.** 2014b. Волновая пленка жидкости при наличии спутного или противоточного турбулентного потока газа // Теплофизика и аэромеханика. Т. 21, № 3. С. 335–353.
- Трифонов Ю.Я., Цвелодуб О.Ю.** 1985. Нелинейные волны на поверхности пленки жидкости, стекающей по вертикальной стенке // Прикл. механика и техн. физика. Т. 26, № 5. С. 15–19.
- Трифонов Ю.Я., Цвелодуб О.Ю.** 1988a. Устойчивость волновых режимов пленки жидкости, стекающей по вертикальной плоскости // Изв. АН СССР. МЖГ. № 5. С. 126–131.
- Трифонов Ю.Я., Цвелодуб О.Ю.** 1988b. О ветвлении стационарных бегущих волновых режимов вязкой пленки жидкости // Прикл. механика и техн. физика. Т. 29, № 4. С. 55–60.
- Шкадов В.Я.** 1967. Волновые режимы течения тонкого слоя вязкой жидкости под действием силы тяжести // Изв. АН СССР. МЖГ. № 1. С. 43–51.
- Шкадов В.Я.** 1968. К теории волновых течений тонкого слоя вязкой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. № 2. С. 20–25.
- Шкадов В.Я.** 1977. Уединенные волны в слое вязкой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. № 1. С. 63–66.
- Чан В.Ч., Шкадов В.Я.** 1979. Неустойчивость слоя вязкой жидкости под воздействием граничного потока газа // Изв. АН СССР. МЖГ. № 2. С. 28–36.
- Чиннов Е.А.** 2009. Влияние условий волнообразования на формирование струйного течения в нагреваемых пленках жидкости // Теплофизика и аэромеханика. Т. 16, № 1. С. 69–77.
- Чиннов Е.А., Кабов О.А.** 2003. Формирование струйных течений при гравитационном стекании волновой нагреваемой пленки жидкости // Прикл. механика и техн. физика. Т. 44, № 5. С. 128–137.
- Цвелодуб О.Ю.** 1980. Стационарно-бегущие волны на пленке, стекающей по наклонной плоскости // Изв. АН СССР. МЖГ. № 4. С. 142–146.
- Цвелодуб О.Ю.** 2019. Моделирование нелинейных волновых режимов в тонком горизонтальном слое тяжелой жидкости, увлекаемом турбулентным потоком газа // Теплофизика и аэромеханика. Т. 26, № 6. С. 913–920.
- Цвелодуб О.Ю., Архипов Д.Г.** 2017. Моделирование нелинейных волн на поверхности тонкой пленки жидкости, движущейся под действием турбулентного потока газа // Прикл. механика и техн. физика. Т. 58, № 4. С. 56–67.
- Цвелодуб О.Ю., Архипов Д.Г., Вожаков И.С.** 2021. Исследование волн на поверхности тонкой пленки жидкости, увлекаемой турбулентным газовым потоком: моделирование вне рамок «квазиламинарного» приближения // Теплофизика и аэромеханика. Т. 28, № 2. С. 239–253.
- Aktershev S.P.** 2012. Thermocapillary waves in a liquid film // J. Eng. Thermophys. Vol. 21, No 1. P. 36–51.
- Aktershev S.P., Alekseenko S.V.** 1996. Interfacial instabilities in an annular two-phase flow // Russian J. Eng. Thermophys. Vol. 6, No. 4. P. 307–320.
- Aktershev S.P., Alekseenko S.V.** 2005. Influence of condensation on the stability of a liquid film moving under the effect of gravity and turbulent vapor flow // Int. J. Heat Mass Transfer. No. 48. P. 1039–1052.
- Aktershev S.P., Alekseenko S.V.** 2013. Nonlinear waves and heat transfer in a falling film of condensate // Physics of Fluid. Vol. 25. P. 083602-1–083602-20.
- Aktershev S.P., Alekseenko S.V.** 2019. Thermocapillary instability and rivulet structure formation in uniformly heated falling liquid film // Int. J. Multiphase Flow. Vol. 114. P. 115–127.
- Aktershev S.P., Alekseenko S.V., Cherdantsev A.V., Kharlamov S.M., Markovich D.M.** 2009. Primary instabilities of liquid film flow sheared by turbulent gas stream // Int. J. Multiphase Flow. Vol. 35. P. 617–627.
- Aktershev S.P., Chinnov E.A., Shatskiy E.N.** 2019. Thermocapillary rivulets in a locally heated falling liquid film // Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 143. P. 118503-1–118503-12.
- Alekseenko S.V., Aktershev S.P., Bobylev A.V., Kharlamov S.M., Markovich D.M.** 2015. Nonlinear forced waves in a vertical rivulet flow // J. Fluid Mech. Vol. 770. P. 350–373.
- Alekseenko S.V., Antipin V.A., Cherdantsev A.V., Kharlamov S.M., Markovich D.M.** 2009. Two-wave structure of liquid film and waves interrelation in annular gas-liquid flow with and without entrainment // Physics of Fluids. Vol. 21. P. 061701–061704.
- Alekseenko S.V., Antipin V.A., Guzanov V.V., Kharlamov S.M., Markovich, D.M.** 2005. Three-dimensional solitary waves on falling liquid film at low Reynolds numbers // Physics of Fluids. Vol. 17. P. 121704–121708.
- Alekseenko S.V., Nakoryakov V.Y., Pokusaev B.G.** 1985a. Wave formation on a vertically falling film // AIChE J. Vol. 31. P. 1446–1460.
- Alekseenko S.V., Nakoryakov V.Y., Pokusaev B.G.** 1985b. Wave formation on vertically falling liquid film // Int. J. Multiphase Flow. Vol. 11. P. 607–627.
- Arkhipov D.G., Vozhakov I., Markovich D.M., Tselodub O.Yu.** 2016. Symmetry in the problem of wave modes of thin viscous liquid layer flow // European J. Mechanics. B/Fluids. Vol. 59. P. 52–56.
- Arkhipov D., Tselodub O.** 2011. Investigation of the conservative system of equations for a vertically flowing liquid film // Microgravity Sci. Technol. Vol. 23. P. 123–128.
- Bankoff S.G.** 1971. Stability of liquid flow down a heated inclined plane // Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 14, No. 1. P. 377–385.
- Benjamin T.B.** 1959. Shearing flow over a wavy boundary // J. Fluid Mech. Vol. 6. P. 161–205.
- Benney B.J.** 1966. Long waves in liquid films // J. Math. Phys. Vol. 45. P. 150–155.
- Boos W., Thess A.** 1999. Cascade of structures in long-wavelength Marangoni instability // Physics of Fluids. Vol. 11, No 6. P. 1484–1494.
- Burelbach J.P., Bankoff S.G., Davis S.H.** 1988. Nonlinear stability of evaporating/condensing liquid film // J. Fluid Mech. Vol. 195. P. 463–494.

- Cellier N. 2018. Optimisation d'échangeurs à films ruisselants // PhD Thesis, Université Savoie Mont-Blanc.
- Cellier N., Ruyer-Quil C. 2020. A new family of reduced models for non-isothermal falling films // *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 154, No. 1. P. 119700-1–119700-37.
- Chang H.-C., Demekhin E.A. 2002. Complex wave dynamics on thin films // *Studies in Interface Sci*. Elsevier, Amsterdam. 402 p.
- Chang H.-C., Demekhin E., Kalaidin E. 1995. Interaction dynamics of solitary waves on a falling film // *J. Fluid Mech.* Vol. 294. P. 123–154.
- Chang H.-C., Demekhin E., Kopelevich D.I. 1993. Nonlinear evolution of waves on a vertically falling film // *J. Fluid Mech.* Vol. 250. P. 433–480.
- Charogiannis A., Denner F., van Wachem B.G.M., Kalliadasis S., Markides C.N. 2017. Detailed hydrodynamic characterization of harmonically excited falling-film flows: A combined experimental and computational study // *Physical Review Fluids*. Vol. 2, No. 1. P. 014002-1–014002-37.
- Chhay M., Dutykh D., Gislou M., Ruyer-Quil C. 2017. New asymptotic heat transfer model in thin liquid films // *Appl. Math. Model.* Vol. 48. P. 844–859.
- Chun K.R., Seban R.A. 1971. Heat transfer to evaporating liquid films // *Trans. ASME J. Heat Transfer*. Vol. 93. P. 391–396.
- Craster R.V., Matar O.K. 2009. Dynamics and stability of thin liquid films // *Rev. Mod. Phys.* Vol. 81, No. 3. P. 1131–1198.
- Davalos-Orozco L.A. 2013. Stability of thin liquid films falling down isothermal and nonisothermal walls // *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*. Vol. 1, No. 2. P. 93–138.
- Dietze G.F., Ruyer-Quil C. 2013. Wavy liquid films in interaction with a confined laminar gas flow // *J. Fluid Mech.* Vol. 722. P. 348–393.
- Dietze G.F., Lavallo G., Ruyer-Quil C. 2020. Falling liquid films in narrow tubes: occlusion scenarios // *J. Fluid Mech.* Vol. 894, A17. P. 1–44.
- Dietze G., Leefken F.A., Kneer R. 2008. Investigation of the backflow phenomenon in falling liquid films // *J. Fluid Mech.* Vol. 595. P. 435–459.
- El-Genk M.S., Saber H.H. 1998. Heat transfer correlation for liquid film in the evaporator of enclosed, gravity-assisted thermosyphons // *J. Heat Transfer*. Vol. 120. P. 477–484.
- Fan W., Cherdantsev A.V., Anglart H. 2020. Experimental and numerical study of formation and development of disturbance waves in annular gas-liquid flow // *Energy*. Vol. 207. P. 118309-1–118309-16.
- Frank A.M. 2008. Numerical simulation of gas driven waves in a liquid film // *Phys. Fluids*. Vol. 20, No. 12. P. 122102.
- Goussis D.A., Kelly R.E. 1991. Surface waves and thermocapillary instabilities in a liquid film flow // *J. Fluid Mech.* Vol. 223. P. 24–45.
- Hirschburg R.I., Florschuetz L.W. 1982. Laminar wavy film flow. Part II. Condensation and evaporation // *Trans. ASME. J. Heat Transfer*. Vol. 104. P. 459–464.
- Hwang C.C., Weng C.I. 1987. Finite-amplitude analysis of liquid films down a vertical wall with and without interfacial phase change // *Int. J. Multiphase Flow*. Vol. 13. P. 803–814.
- Jayanti S., Hewitt G.F. 1997. Hydrodynamics and heat transfer of wavy thin film flow // *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 40. P. 179–190.
- Joo S.W., Davis S.H., Bankoff S.G. 1991. Long-wave instabilities of heated falling films: two-dimensional theory of uniform layers // *J. Fluid Mech.* Vol. 230. P. 117–146.
- Joo S.W., Davis S.H., Bankoff S.G. 1996. A mechanism for rivulet formation in heated falling films // *J. Fluid Mech.* Vol. 321. P. 279–298.
- Kabov O.A., Chinnov E.A. 1997. Heat transfer from a local heat source to a subcooled falling liquid film evaporating in a vapor-gas medium // *Russ. J. Eng. Thermophys.* Vol. 7. P. 1–34.
- Kabov O.A., Marchuk I.V., Chupin V.M. 1996. Thermal imaging study of the liquid film flowing on vertical surface with local heat source // *Russ. J. Eng. Thermophys.* Vol. 6, No. 2. P. 105–138.
- Kalliadasis S., Demekhin E.A., Ruyer-Quil C., Velarde M.G. 2003a. Thermocapillary instability and wave formation on a film falling down a uniformly heated plane // *J. Fluid Mech.* Vol. 492. P. 303–338.
- Kalliadasis S., Kiyashko A., Demekhin E.A. 2003b. Marangoni instability of a thin liquid film heated from below by a local heat source // *J. Fluid Mech.* Vol. 475. P. 377–408.
- Kalliadasis S., Ruyer-Quil, C., Scheid B., Velarde M.G. 2012. *Falling liquid films*. Springer-Verlag London Limited. 350 p.
- Kutateladze S.S., Gogonin I.I. 1979. Heat transfer in film condensation of slowly moving vapour // *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 22. P. 1593–1599.
- Krishnamoorthy S., Ramaswamy B., Joo S.W. 1995. Spontaneous rupture of thin liquid films due to thermocapillarity: A full-scale direct numerical simulation // *Phys. Fluids*. Vol. 7. P. 2291–2294.
- Lavallo G., Li Y., Mergui S., Grenier N., Dietze G.F. 2019. Suppression of the Kapitza instability in confined falling liquid films // *J. Fluid Mech.* Vol. 860. P. 608–639.
- Lavallo G., Vila G.-P., Blanchard G., Laurent C., Charru F. 2015. A numerical reduced model for thin liquid films sheared by a gas flow // *J. Computational Physics*. Vol. 301. P. 119–140.
- Markides C.N., Mathie R., Charogiannis A. 2016. An experimental study of spatiotemporally resolved heat transfer in thin liquid-film flows falling over an inclined heated foil // *Int. J. of Heat and Mass Trans.* Vol. 93. P. 872–888.
- Miyara A. 1999. Numerical analysis on flow dynamics and heat transfer of falling liquid films with interfacial waves // *Heat Mass Transfer*. Vol. 35. P. 298–306.
- Miyara A. 2000. Numerical analysis on heat transfer enhancement by waves on falling liquid film // *J. of Thermal Sci.* Vol. 9, No. 3. P. 236–242.

- Miyara A.** 2001. Flow dynamics and heat transfer of wavy condensate film // *ASME. J. Heat Transfer*. Vol. 12. P. 492–500.
- Nakaya C.** 1989. Waves on a viscous fluid film down a vertical wall // *Phys. Fluids* Vol. 1. P. 1143–1154.
- Oron A.** 2000. Nonlinear dynamics of three-dimensional long-wave Marangoni instability in thin liquid films // *Phys. Fluids*. Vol. 12, No. 7. P. 1633–1645.
- Oron A., Davis S.H., Bankoff S.G.** 1997. Long-scale evolution of thin liquid films // *Rev. Mod. Phys.* Vol. 69. P. 931–980.
- Pumir A., Manneville P., Pomeau Y.** 1983. On solitary waves running down an inclined plane // *J. Fluid Mech.* Vol. 135. P. 27–50.
- Ramaswamy B., Krishnamoorthy S., Joo S.W.** 1997. Three-dimensional simulation of instabilities and rivulet formation in heated falling films // *J. Comput. Phys.* Vol. 131. P. 70–88.
- Rietz M., Rohlfis W., Kneer R., Scheid B.** 2015. Experimental investigation of thermal structures in regular three-dimensional falling films // *Eur. Phys. J. Special Topics*. Vol. 224. P. 355–368.
- Roberts R.M., Chang H.-C.** 2000. Wave-enhanced interfacial transfer // *Chemical Engng Sci.* Vol. 55. P. 1127–1141.
- Ruyer-Quil C., Manneville P.** 2002. Further accuracy and convergence results on the modelling of flows down inclined planes by weighted-residual approximations // *Phys. Fluids*. Vol. 14, No. 1. P. 170–183.
- Ruyer-Quil C., Manneville P.** 2000. Improved modeling of flows down inclined planes // *Eur. Phys. J./ B*. Vol. 15, No. 2. P. 357–369.
- Ruyer-Quil C., Scheid B., Kalliadasis S., Velarde M.G., Zeytounian R.Kh.** 2005. Thermocapillary long waves in a liquid film flow. Part 1. Low-dimensional formulation // *J. Fluid Mech.* Vol. 538. P. 199–222.
- Schagen A., Modigell M.** 2007. Local film thickness and temperature distribution measurement in wavy liquid films with a laser-induced luminescence technique // *Exp. Fluids* Vol. 43. P. 209–221.
- Schagen A., Modigell M., Dietze G., Kneer R.** 2006. Simultaneous measurement of local film thickness and temperature distribution in wavy liquid films using a luminescence technique // *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 49. P. 5049–5061.
- Scheid B., Oron A., Colinet P., Thiele U., Legros J.C.** 2002. Nonlinear evolution of nonuniformly heated falling liquid films // *Phys. Fluids*. Vol. 14. P. 4130–4151.
- Scheid B., Kalliadasis S., Ruyer-Quil C., Colinet P.** 2008a. Interaction of three-dimensional hydrodynamic and thermocapillary instabilities in film flows // *Physical Review E*. Vol. 78, No 6. P. 066311-1–066311-16.
- Scheid B., Kalliadasis S., Ruyer-Quil C., Colinet P.** 2008b. Spontaneous channeling of solitary pulses in heated-film flows // *Lett. J. Exploring Frontiers Phys.* Vol. 84, No. 6. P. 64002-1–64002-4.
- Scheid B., Ruyer-Quil C., Kalliadasis S., Velarde M.G., Zeytounian R.Kh.** 2005. Thermocapillary long waves in a liquid film flow. Part 2. Linear stability and nonlinear waves // *J. Fluid Mech.* Vol. 538. P. 223–244.
- Scheid B., Ruyer-Quil C., Manneville P.** 2006. Wave patterns in film flows: modelling and three-dimensional waves // *J. Fluid Mech.* Vol. 562. P. 183–222.
- Serifi K., Malamataris N.A., Bontozoglou V.** 2004. Transient flow and heat transfer phenomena in inclined wavy film // *J. Thermal Sci.* Vol. 43. P. 761–767.
- Sisoev G.M., Matar O.K., Lawrence C.J.** 2009. Wave regimes in two-layer microchannel flow // *Chem. Engng. Sci.* Vol. 64. P. 3094–3102.
- Spindler B.** 1982. Linear stability of liquid films with interfacial phase change // *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 25, No. 2. P. 161–173.
- Stuhlträger E., Miyara A., Uehara H.** 1995. Flow dynamics and heat transfer of a condensate film on a vertical wall. II. Flow dynamics and heat transfer // *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 38, No. 15. P. 2715–2722.
- Sultan E., Boudaoud A., Ben Amar M.** 2005. Evaporation of a thin film: diffusion of the vapour and Marangoni instabilities // *J. Fluid Mech.* Vol. 543. P. 183–202.
- Tihon J., Tovchigrechko V., Sobolik V., Wein O.** 2003. Electrodiffusion detection of the near-wall flow reversal in liquid films at the regime of solitary waves // *J. Appl. Electrochemistry*. Vol. 33. P. 577–587.
- Thompson B., Gomes S.N., Denner F., Dallaston M.C., Kalliadasis S.** 2019. Robust lowdimensional modelling of falling liquid films subject to variable wall heating // *J. Fluid Mech.* Vol. 877. P. 844–881.
- Trevelyan P.M.J., Kalliadasis S.** 2004. Wave dynamics on a thin-liquid film falling down a heated wall // *J. Eng. Math.* Vol. 50. P. 177–208.
- Trevelyan P.M.J., Scheid B., Ruyer-Quil C., Kalliadasis S.** 2007. Heated falling films // *J. Fluid Mech.* Vol. 592. P. 295–334.
- Trifonov Yu.Ya.** 1993. Two-periodical and quasi-periodical wave solutions of the Kuramoto–Sivashinsky equation and their stability and bifurcations // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. Vol. 54, No. 4. P. 311–330.
- Trifonov Yu.Ya.** 2008. Wavy film flow down a vertical plate: comparisons between the integral approaches results and the full-scale computations // *J. Eng. Thermophys.* Vol. 17. P. 30–52.
- Trifonov Yu.Ya.** 2012. Stability and bifurcations of the wavy film flow down a vertical plate: the results of integral approaches and full-scale computations // *Fluid Dyn. Res.* Vol. 44. P. 031418-1–031418-19.
- Trifonov Yu.Ya.** 2010a. Counter-current gas–liquid wavy film flow between the vertical plates analyzed using the Navier–Stokes equations // *AIChE J.* Vol. 56. P. 1975–1987.
- Trifonov Yu.Ya.** 2010b. Flooding in two-phase counter-current flows: numerical investigation of the gas–liquid wavy interface using the Navier–Stokes equations // *Intern. J. Multiphase Flow*. Vol. 36, No. 7. P. 549–557.
- Trifonov Yu.Ya.** 2017. Instabilities of a gas–liquid flow between two inclined plates analyzed using the Navier–Stokes equations // *Intern. J. Multiphase Flow*. Vol. 95. P. 144–154.
- Trifonov Yu.Ya.** 2019. Nonlinear wavy regimes of a gas–liquid flow between two inclined plates analyzed using the Navier–Stokes equations // *Intern. J. Multiphase Flow*. Vol. 112. P. 170–182.

- Trifonov Yu.Ya.** 2020. Linear and nonlinear instabilities of a co-current gas-liquid flow between two inclined plates analyzed using the Navier–Stokes equations // *Intern. J. Multiphase Flow*. Vol. 122. P. 103159-1–103159-16.
- Trifonov Yu.Ya., Tselodub O.Yu.** 1991. Nonlinear waves on the surface of a falling liquid film. Part I. Waves of the first family and their stability // *J. Fluid Mech.* Vol. 229. P. 531–554.
- Tseluiko D., Kalliadasis S.** 2011. Nonlinear waves in counter-current gas–liquid film flow // *J. Fluid Mech.* Vol. 673. P. 19–59.
- Tselodub O., Arkhipov D.** 2013. Nonlinear wave simulation on a surface of liquid film entrained by turbulent gas flow at weightlessness // *Microgravity Sci. Technol.* Vol. 25. P. 179–186.
- Tselodub O.Yu., Bocharov A.A.** 2017. Modeling nonlinear wave regimes in a falling liquid film entrained by a gas flow // *Chaos, Solitons & Fractals*. Vol. 104. P. 580–5587.
- Tselodub O.Yu., Bocharov A.A.** 2018. Simulating solitary waves on a flowing down liquid film entrained by a gas stream // *Europ. J. Mech. B/Fluids*, Vol. 72. P. 449–5455.
- Tselodub O.Yu., Bocharov A.A.** 2020. Studying the topological structure of steady-state travelling solutions for the model of film flow of a viscous fluid entrained by a gas flow // *Europ. J. Mech. B/Fluids*. Vol. 81. P. 15–22.
- Tselodub O.Yu., Kotychenko L.N.** 1993. Spatial wave regimes on a surface of thin viscous liquid film // *Physica D*. Vol. 63. P. 361–377.
- Tselodub O.Y., Trifonov Y.Y.** 1989. On steady-state travelling solutions of an evolution equation describing the behavior of disturbances in active dissipative media // *Physica D* 39. Vol. 39, No. 2. P. 336–351.
- Tselodub O.Yu., Trifonov Yu.Ya.** 1992. Nonlinear waves on the surface of a falling liquid film. Part II: Bifurcations of the first-family waves and other types of nonlinear waves // *J. Fluid Mech.* Vol. 244. P. 149–169.
- Unsal M., Thomas W.C.** 1978. Linear stability analysis of film condensation // *ASME J. Heat Transfer*. Vol. 100, No. 4. P. 629–634.
- Vasques J., Cherdantsev A., Cherdantsev M., Isaenkov S., Hann D.** 2018. Comparison of disturbance waves parameters with flow orientation in vertical annular gas-liquid flows in a small pipe // *Exp. Thermal Fluid Sci.* Vol. 97. P. 484–501.
- Vellingiri R., Tseluiko D., Savva N., Kalliadasis S.** 2013. Dynamics of a liquid film sheared by a co-flowing turbulent gas // *Int. J. of Multiphase Flow*. Vol. 56. P. 93–104.
- Vozhakov I.S., Cherdantsev A.V., Arkhipov D.G.** 2016. Modelling secondary instability of thin co-current gas-sheared film // *Fluid Dynamics Research*. Vol. 48, No. 6. P. 061420-1–061420-18.
- Xue T., Zhang S.** 2018. Investigation on heat transfer characteristics of falling liquid film by planar laser-induced fluorescence // *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 126. P. 715–724.
- Yeo L.Y., Craster R.V., Matar O.K.** 2003. Marangoni instability of a thin liquid film resting on a locally heated horizontal wall // *Physical Review E*. Vol. 67. P. 056315-1–056315-14.
- Zilker D.P., Cook G.W., Hanratty T.J.** 1977. Influence of the amplitude of a solid wavy wall on turbulent flow. Part I. Non-separated flows // *J. Fluid Mech.* Vol. 82. P. 29–51.

*Статья поступила в редакцию 11 мая 2021 г.,
после доработки — 16 июля 2021 г.,
принята к публикации 30 июля 2021 г.*