

УДК 622.831

**ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА  
БОКОВОГО РАСПОРА В ГОРНЫХ ПОРОДАХ  
ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ**

**И. Л. Паньков<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Горный институт УрО РАН, E-mail: ivpan@mi-perm.ru,  
ул. Сибирская, 78а, 614007, г. Пермь, Россия

<sup>2</sup>Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
просп. Комсомольский, 29, 614990, г. Пермь, Россия

Для оценки бокового давления горных пород в условиях действия силы тяжести выполнено физическое моделирование с использованием стабилметра в виде податливого тонкостенного цилиндра. За счет сжатия рыхлых геоматериалов в цилиндре происходит изменение диаметра самого цилиндра, что позволяет определять боковой распор. На основе анализа полученных экспериментальных зависимостей для различных видов уплотненных геоматериалов приводятся их теоретические аппроксимации, где основными параметрами являются пористость, модуль деформации горных пород, коэффициент Пуассона. Данные зависимости возможно использовать и для определения напряжения бокового распора нетронутого массива в поле силы тяжести.

*Напряжение бокового распора, сила тяжести, уплотняющиеся горные породы, пористость, модуль деформации, коэффициент Пуассона*

Решение большинства задач геомеханики невозможно без информации о начальном напряженном состоянии массива (так называемое естественное или исходное поле напряжений) до проведения в нем горных выработок. Начальное напряженное состояние породного массива в ряде случаев превосходит по величине дополнительное поле напряжений, вызванное ведением горных работ, и допускаемые ошибки в его определении существенно сказываются на количественной и качественной оценке механических процессов в горных массивах [1]. В массиве горных пород встречаются два типа начального напряженного состояния: гравитационное и тектоническое. Гравитационное поле напряжений обусловлено действием только веса налегающих пород, а в тектоническом поле, помимо действия силы тяжести, напряжения создаются в результате тектонических процессов в земной коре. Большинство исследователей сходятся в том, что вертикальная составляющая напряжений в нетронутом массиве определяется весом налегающих пород [2–4]. При этом если начальное напряженное состояние вызвано только гравитационным полем, то горизонтальная составляющая напряжений (напряжение бокового распора) определяется в соответствии либо с гидростатической гипотезой А. Гейма [5], либо с гипотезой, вытекающей из уравнений теории упругости, предложенной А. Н. Динником [6]. Некоторые исследователи считают [7], что горизонтальные напряжения, соответствующие ги-

потезе А. Н. Динника, в массивах изверженных или осадочных пород действуют на сравнительно небольших глубинах (до 500 м), а с увеличением глубины возрастает вероятность гидростатического распределения гравитационных напряжений, соответствующих гипотезе А. Гейма. Попытка объяснения природы формирования напряжений бокового распора в массиве горных пород приведена в работе [8], автор которой считает, что весь спектр горизонтальных нормальных напряжений в массиве горных пород формируется контактным трением между их слоями, а численные значения этих напряжений обусловлены сопротивлением материала сдвигу, коэффициентами контактного и внутреннего трения, горным давлением. В [9] приводится утверждение, что в формировании бокового распора, наряду с упругими деформациями пород, важную роль играют вязкоупругие, при этом их учет позволяет получить более точные оценки напряженного состояния горных пород по сравнению с оценками, полученными с учетом только их упругого поведения. Результаты экспериментального определения коэффициента бокового распора раздробленных пород песчаника, аргиллита и алевролита представлены в [10]. Описание камеры бокового распора конструкции ВНИМИ, позволяющей проводить испытания при “мгновенном” и длительном приложении нагрузки, приведено в [11]. Особенностью этой установки является возможность автоматического управления боковым давлением, например, с целью поддержания постоянной поперечной деформации образца во время испытания. Также даны результаты исследований, которые показали увеличение коэффициента бокового распора с возрастанием действующей нагрузки.

Отличительное свойство горных пород — пористость, характеризующая объем пустот различной формы и размеров (поры, каверны, трещины), сформировавшихся под воздействием различных факторов. Так как в результате действия всестороннего сжатия происходит закрытие порового пространства, приводящее к уменьшению объема, то такие породы можно охарактеризовать как уплотняющиеся, при этом их напряженное состояние будет зависеть от строения (общая пористость) и физико-механических свойств (модуль деформации). Отметим, что вопрос о влиянии пористости и модуля деформации на изменение напряжений бокового распора в горных породах фактически не поднимался. В [12] сделана попытка оценки коэффициента бокового распора горных пород с учетом показателя пористости, который может существенно отличаться от значения, определяемого по формуле А. Н. Динника, однако проводимых исследований в данной области явно недостаточно. Между тем именно общая пористость и модуль деформации, наряду с весом налегающих пород, являются основными факторами, влияющими на формирование бокового распора гравитационного поля напряжений уплотняющихся горных пород.

#### **ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

Для оценки бокового распора горной массы при сжатии использовалось стабилометрическое устройство для испытаний в условиях стесненного сжатия в виде податливого металлического цилиндра со значениями внутреннего диаметра  $D_1 = 44$  мм, наружного  $D_2 = 48$  мм и имеющего модуль упругости металла  $E_m = 100$  ГПа. В качестве испытуемого материала бралась “рыхлая” горная порода в виде крошки с различным уровнем первоначального уплотнения: неуплотненная, слабо уплотненная и уплотненная. Для предотвращения прерывистого скольжения при сжатии горной массы, возникающего из-за трения между частицами горной массы и металла [13], на внутреннюю поверхность цилиндра наносилась смазка. Испытания выполнялись на электромеханическом прессе Z250 (фирма Zwick, Германия), оснащенном высокоточной измерительной системой, позволяющей фиксировать в памяти персонального компьютера усилия сжатия совместно с изменением поперечного размера цилиндра (цена деления экстензомет-

ров 0.002 мм, рис. 1а). За напряжение бокового распора принималось давление горной массы, действующее на внутреннюю поверхность цилиндра. В процессе эксперимента поддерживалась постоянная скорость перемещения траверс пресса — 1 мм/мин. Анализ решения задачи о распределении напряжений в полном цилиндре, нагруженном равномерным давлением, показывает [14], что для тонкостенного цилиндра окружные напряжения распределены по толщине почти равномерно, а радиальные малы по сравнению с окружными. В этой связи для оценки напряжения бокового распора  $\sigma_2$  горной массы использовалась теория пластин и оболочек [15], согласно которой

$$\sigma_2 \approx \delta \frac{E_m h}{R^2}, \quad (1)$$

где  $\delta$  — приращение радиуса цилиндра;  $h$  — толщина стенки цилиндра;  $R = (D_1 + D_2)/4$  — средний радиус цилиндра.

Оценочные зависимости влияния осевого давления на напряжение бокового распора для горной массы с различным уровнем первоначального уплотнения представлены на рис. 1б.

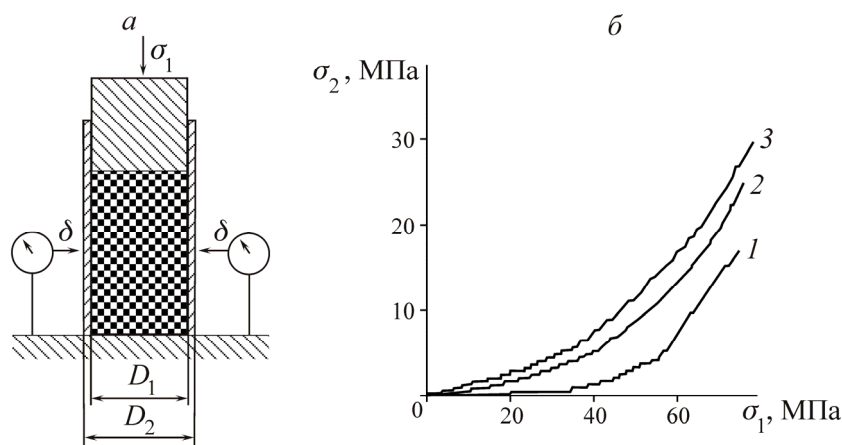


Рис. 1. Схема и результаты эксперимента по оценке влияния вертикального усилия на напряжения бокового распора при сжатии горной массы в упругом тонкостенном цилиндре: а — схема эксперимента; б — результаты эксперимента при сжатии горной массы с различным уровнем первоначального уплотнения: 1 — неуплотненная; 2 — слабо уплотненная; 3 — уплотненная

Анализ результатов эксперимента выявил нелинейный характер возрастания напряжения бокового распора с увеличением вертикального усилия. Установлено, что для более уплотненной горной массы, имеющей меньшую первоначальную пористость, наблюдаются более высокие значения напряжения бокового распора. Обобщение результатов эксперимента на поведение уплотняющихся пород позволяет говорить о возрастании коэффициента бокового распора с увеличением вертикального напряжения, при этом состоянию гидростатики должно соответствовать полное закрытие порового пространства пород. Следовательно, механизм формирования напряжений бокового распора связан с уменьшением возможности деформирования горных пород внутри порового пространства, что способствует увеличению передачи вертикального напряжения в боковых направлениях.

Анализируя зависимости на рис. 1б между вертикальным напряжением и напряжением бокового распора  $\sigma_2 = f(\sigma_1)$ , можно заключить, что в области сжатия (рис. 2а, сплошная линия) данная функция проходит через начало координат и асимптотически приближается к прямой линии вида

$$\sigma_2 = K\sigma_1 - nEP, \quad (2)$$

где  $\sigma_2$  — напряжение бокового распора;  $\sigma_1$  — вертикальное напряжение;  $K = 1$  — тангенс угла наклона прямой линии;  $P$  — общая пористость породы;  $E$  — модуль деформации породы при одноосном сжатии, определяемый на начальном участке диаграммы деформирования (см. рис. 2б);  $n$  — коэффициент уплотнения.

При продолжении этой кривой в область растяжения (рис. 2а, штриховая линия), боковое реактивное напряжение  $\sigma_1$  принимает отрицательные значения и обращается в ноль при достижении вертикальной составляющей  $\sigma_2$  прочности породы на одноосное растяжение  $\sigma_{1s}$  (в области растягивающих усилий наибольшим главным напряжением становится боковое реактивное напряжение, а наименьшим — вертикальное).

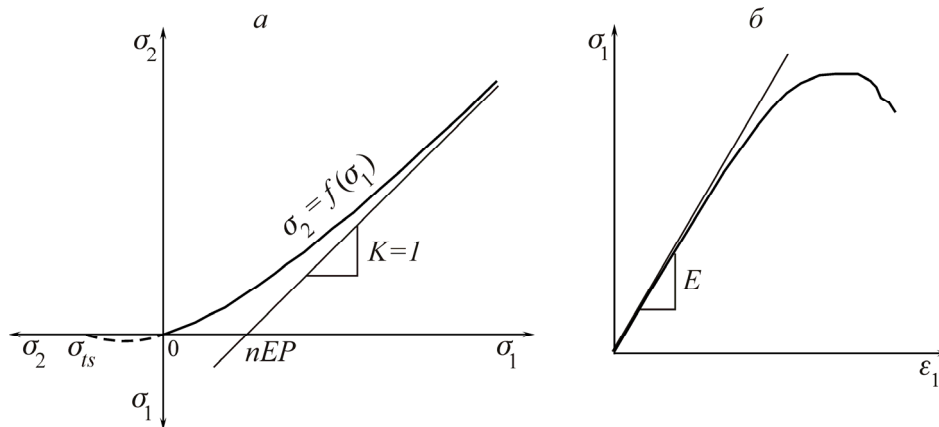


Рис 2. К построению зависимостей изменения напряжения бокового распора уплотняющихся горных пород: а — общий характер зависимости; б — определение модуля деформации при одноосном сжатии

Приведенные выше рассуждения можно применить к нетронутому массиву, считая  $\sigma_1 = \gamma H$ , где  $\gamma$  — объемный вес породы,  $H$  — глубина. Исходя из выявленного характера начального напряженного состояния пород нетронутого массива, соотношение между вертикальным напряжением и напряжением бокового распора можно выразить эмпирическими зависимостями двух типов, имеющих обратно пропорциональную и экспоненциальную часть:

$$\sigma_2 = \sigma_1 - nEP + \frac{B}{\sigma_1 + C}, \quad (3)$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 - nEP(1 - e^{-D\sigma_1}). \quad (4)$$

Для конкретизации параметров  $B$ ,  $C$  и  $D$ , входящих в уравнения (3) и (4), используем начальные условия:  $\sigma_2|_{\sigma_1=0} = 0$  и  $\sigma_1|_{\sigma_2=\sigma_{1s}} = 0$ . В итоге эмпирические выражения для определения напряжения бокового распора в нетронутом массиве приобретают следующий вид:

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_1(\sigma_1 - \sigma_{1s})}{\sigma_1 - \sigma_{1s} + nEP}, \quad (5)$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 - nEP \left( 1 - e^{\frac{\sigma_1 \ln \frac{nEP - \sigma_{1s}}{nEP}}{\sigma_{1s}}} \right). \quad (6)$$

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ “ТЕОРЕТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЯ БОКОВОГО РАСПОРА” В УПЛОТНЯЮЩИХСЯ ГОРНЫХ ПОРОДАХ

Получим аналогичную зависимость, учитывая общую пористость и модуль деформации при определении “теоретического напряжения бокового распора” в уплотняющихся породах. Для этого примем следующие допущения: исходное поле напряжений массива имеет гравитационный характер, геосреда представляет собой изотропную уплотняющуюся твердофазную пористую горную породу, в которой отсутствуют процессы ползучести и релаксации.

Запишем выражение для объемной деформации горной породы в нетронутом массиве, возникающей от действия главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3 = \sigma_2$ , используя обобщенный закон Гука:

$$\varepsilon_V = \frac{1}{E}(\sigma_1 + 2\sigma_2)(1 - 2\nu), \quad (7)$$

где  $\nu$  — коэффициент Пуассона.

В условиях всестороннего сжатия уплотняющейся породы при  $(\sigma_1 + 2\sigma_2) \rightarrow \infty$  величина объемной деформации будет стремиться к общей пористости горной породы  $\varepsilon_V \rightarrow P$ , а выражение (7) запишется так:

$$EP = (\sigma_1 + 2\sigma_2)(1 - 2\nu). \quad (8)$$

Из формулы (8) следует

$$2\nu = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_2 - EP}{\sigma_1 + 2\sigma_2}. \quad (9)$$

Для описания уплотнения горных пород при высоких значениях суммы сжимающих напряжений, действующих в массиве ( $\sigma_1 + 2\sigma_2 \gg EP$ ), правую часть уравнения (9) преобразуем, опираясь на следующее приближительное равенство:

$$\frac{\sigma_1 + 2\sigma_2 - EP}{\sigma_1 + 2\sigma_2} \approx \frac{\sigma_1 + 2\sigma_2}{\sigma_1 + 2\sigma_2 + EP}. \quad (10)$$

В этом случае выражение для коэффициента Пуассона пород массива, находящихся в поле действия гравитационных сил, запишется в виде

$$\nu = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_2}{2(\sigma_1 + 2\sigma_2 + EP)}. \quad (11)$$

Выражая объемную деформацию (7) через формулу (11), а также пользуясь соотношением коэффициентов бокового распора и Пуассона ( $\lambda = \nu / (1 - \nu)$ ) [6], получаем выражение связи коэффициента бокового распора и степени уплотнения ( $\varepsilon_V / P$ ) породы в нетронутом массиве:

$$\lambda = \frac{\varepsilon_V / P}{2 - (\varepsilon_V / P)}. \quad (12)$$

Формула (12) отражает механизм формирования бокового распора, заключающийся в увеличении передачи вертикального напряжения в боковых направлениях при закрытии порового пространства горных пород в условиях всестороннего сжатия.

Учитывая, что для коэффициента бокового распора  $\lambda = \sigma_2 / \sigma_1$ , формулу (12) можно переписать:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_2}{\sigma_1 + 2\sigma_2 + 2EP}. \quad (13)$$

Из выражения (13) получаем квадратное уравнение, которое разрешаем относительно напряжения бокового распора:

$$2\sigma_2^2 - (\sigma_1 - 2EP)\sigma_2 - \sigma_1^2 = 0. \quad (14)$$

Таким образом, из (14) следует, что теоретическая величина напряжения бокового распора определяется формулой

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_1 - 2EP + \sqrt{(\sigma_1 - 2EP)^2 + 8\sigma_1^2}}{4}. \quad (15)$$

Несмотря на то, что выражение для теоретической величины напряжения бокового распора получено из допущения о действующих в массиве высоких сжимающих напряжениях, позволяющих использовать оценку (10), формулу (15) можно применять практически во всем интервале действующих вертикальных напряжений — от нуля до “бесконечности”. Для сопоставления на рис. 3 приведены зависимости изменения напряжения бокового распора от вертикальной составляющей, полученные по формулам (5), (6) и (15). За исходные физико-механические характеристики породы брались следующие значения:  $E = 2.0$  ГПа,  $\sigma_{ts} = -1.0$  МПа,  $P = 0.01$ . Как видно из рис. 3, в интервале действующих вертикальных напряжений от 0 до 50 МПа теоретическая величина напряжения бокового распора, полученная при использовании выражения (15), фактически совпадает с напряжением, определенным по эмпирической зависимости экспоненциального вида (6). Увеличение вертикального напряжения приводит к уменьшению различия в напряжениях бокового распора, полученных с помощью формул (5), (6) и (15). По результатам сопоставительного анализа установлено, что коэффициент уплотнения, входящий в выражения (2)–(6), равен  $n = 2/3$ .

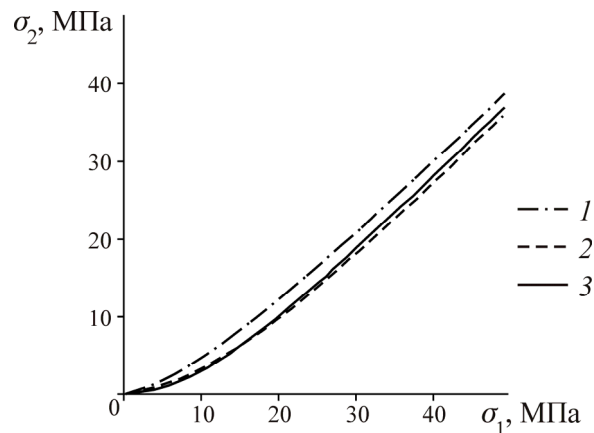


Рис. 3. Изменения напряжений бокового распора, определяемые по экспериментальным и теоретическим зависимостям: 1 — обратно пропорциональная; 2 — экспоненциальная; 3 — теоретическая

Выражение (15) не учитывает влияние прочности пород при растяжении. С целью приведения выводимой зависимости к виду, показанному на рис. 2а, в выражении (11) можно заменить переменную  $(\sigma_1 + 2\sigma_2)$  на  $(\sigma_1 + 2\sigma_2 - \sigma_{ts})$  и произвести преобразования, аналогичные при получении формул (12), (13). Тогда, с учетом прочности на растяжение, напряжение бокового распора запишется в виде

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_{ts} - 2EP + \sqrt{(\sigma_1 + \sigma_{ts} - 2EP)^2 + 8(\sigma_1^2 - \sigma_{ts}\sigma_1)}}{4}. \quad (16)$$

На рис. 4 представлены зависимости изменения теоретической величины напряжения и коэффициента бокового распора для горных пород с различной пористостью, построенные по формуле (15). При построении зависимостей модуль деформации принимался равным  $E = 2.0$  ГПа, значения общей пористости составляли:  $P = 0.002$ ,  $P = 0.01$ ,  $P = 0.05$ . Видно, что с уменьшением произведения модуля деформации на пористость напряжение бокового распора увеличивается, приближая состояние массива к гидростатическому. Этот вывод согласуется с данными по определению коэффициента бокового распора работы [11], в которой указывается, что при осевых нагрузках от 70 до 75 МПа соляные породы могут перейти в гидростатическое состояние. Результаты расчета по формуле (15) показывают (рис. 4б, кривая 1), что для приведенных значений вертикальной нагрузки, а также пористости и модуля деформации соляных пород, составляющих соответственно  $P = 0.002$  и  $E = 2.0$  ГПа, коэффициент бокового распора равен  $\lambda = 0.96$ , что фактически соответствует гидростатическому состоянию пород.

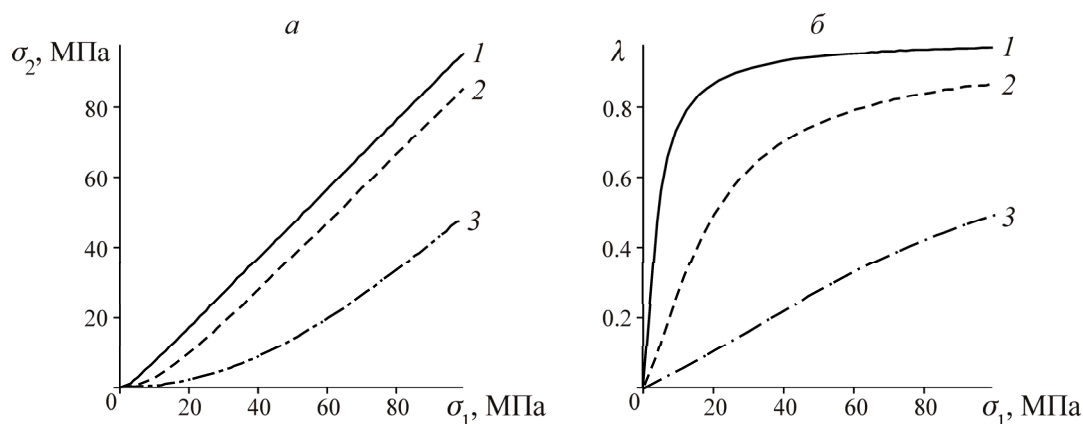


Рис. 4. Зависимости теоретического напряжения (а) и коэффициента бокового распора (б) от вертикального напряжения для горных пород с различной пористостью: 1 —  $P = 0.002$ ; 2 —  $P = 0.01$ ; 3 —  $P = 0.05$

По результатам расчетов наблюдается существенное отклонение от гидростатического состояния для пород, имеющих пористость  $P = 0.05$ , даже при значительном вертикальном напряжении. Так, при вертикальном напряжении 100 МПа (соответствует глубине залегания пород более 4000 м) коэффициент бокового распора составляет  $\lambda = 0.5$  (рис. 4б, кривая 3). В то же время для пород, пористость которых не превышает значений  $P = 0.002 - 0.003$  (например, каменная соль или сильвинит), коэффициент бокового распора составляет  $\lambda = 0.97$  (рис. 4б, кривая 1). Это говорит о том, что на границах перехода пород с различной величиной произведения пористости и модуля деформации будут возникать высокие градиенты напряжений бокового распора, которые могут способствовать активизации геодинамических процессов земной коры.

#### ВЫВОДЫ

С помощью стабилометра в виде податливого металлического цилиндра установлен характер зависимости бокового давления от осевого сжатия. Показано, что механизм формирования напряжения бокового распора связан с возможностью деформирования горных пород в поровое пространство. При всестороннем сжатии, вызывающем закрытие пор, эта возможность исчезает, что способствует увеличению передачи вертикального напряжения в боковых направлениях. Отсутствие пор (или их полное закрытие) соответствует гидростатическому состоянию гравитаци-

онного поля напряжений. Получены эмпирические выражения напряжений бокового распора, а также предложен подход к учету пористости и модуля деформации горных пород при определении теоретической величины напряжений бокового распора нетронутого массива, находящегося под действием гравитационного поля напряжений.

Выдвинуто предположение, что одним из факторов активизации геодинамических процессов в земной коре могут являться высокие градиенты напряжений бокового распора, возникающие на границах контакта пород с различным строением и физико-механическими свойствами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Баклашов И. В., Картозия Б. А.** Механика горных пород. — М.: Недра, 1975. — 271 с.
2. **Геомеханика:** учеб. пособие / Э. В. Каспарьян, А. А. Козырев, М. А. Иофис, А. Б. Макаров. — М.: Высш. шк., 2006. — 503 с.
3. **Борщ-Компонице В. И.** Практическая механика горных пород. — М.: Горная книга, 2013. — 322 с.
4. **Макаров А. Б.** Практическая геомеханика: пособие для горных инженеров. — М.: Горная книга, 2006. — 391 с.
5. **Heim A.** Untersuchungen uber den mechanismus der gebirgsbildung, Bd. 1–2, Atlas, Basel, 1878.
6. **Динник А. Н.** О давлении горных пород и расчет крепи круглой шахты // Инж. работник. — 1925. — № 7. — С. 1–12.
7. **Каспарьян Э. В.** Устойчивость горных выработок в скальных массивах. — Л.: Наука, 1985. — 184 с.
8. **Васильев Л. М.** Механизм формирования горизонтальных нормальных напряжений в массивах горных пород // ГИАБ. — 2008. — № 5. — С. 190–195.
9. **Оловянный А. Г.** Боковой распор в массиве горных пород // Зап. горного института. — 2010. — Т. 185. — С. 141–147.
10. **Сиидов В. Н., Пупков В. С.** Модуль деформации и коэффициент бокового распора разрушенных горных пород // Сборник науч. трудов ДонГТУ. — 2011. — № 34. — С. 81–88.
11. **Прочность и деформируемость горных пород** / Ю. М. Карташов, Б. В. Матвеев, Г. В. Михеев, А. Б. Фадеев. — М.: Недра, 1979. — 269 с.
12. **Попов А. Н., Головкина Н. Н., Исмаков Р. А.** Определение коэффициента бокового распора пористых горных пород по промысловым данным // Нефтегазовое дело. — 2005. — № 2. URL: [http://ogbus.ru/authors/Popov/Popov\\_1.pdf](http://ogbus.ru/authors/Popov/Popov_1.pdf).
13. **Паньков И. Л., Новоселова И. Г.** Экспериментальное изучение энергетического механизма stick-slip эффекта при контакте породы и металла // Научные исследования и инновации. — Пермь: Изд. ПГТУ. — 2011. — Т. 5. — № 1. — С. 153–155.
14. **Практические расчеты на прочность конструктивных элементов:** учеб. пособие. Ч. I. / А. Г. Дибир, О. В. Макаров, Н. И. Пекельный, Г. И. Юдин, М. Н. Гребенников. — Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 2007. — 102 с.
15. **Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С.** Пластинки и оболочки. — 2-е изд. — М.: Наука, 1966. — 536 с.

*Поступила в редакцию 3/II 2016*