



**МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОЧНОСТИ НА РАСТЯЖЕНИЕ И ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ
ГОРНЫХ ПОРОД ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ КЕРНОВ С ОСЕВЫМ ОТВЕРСТИЕМ**

В. П. Ефимов

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: efimov-pedan@mail.ru,
Красный проспект 54, г. Новосибирск 630091, Россия*

Апробирован метод определения характеристик прочности горных пород в условиях растяжения, основанный на испытаниях образцов с осевыми отверстиями разного диаметра, нагруженных по диаметру. Приведены результаты испытаний образцов горных пород и имитирующих их сред в виде кернов с осевым отверстием, разрушенных по диаметру. Обработке результатов испытаний проведена с применением градиентного и интегрального критерия прочности. Выполнено сравнение значений трещиностойкости и прочности на растяжение, полученных на основе данного подхода, с измеренными стандартным способом.

Растяжение, “бразильский метод”, разрушение, прочность, трещиностойкость, интегральный критерий прочности

**METHOD FOR DETERMINING ROCK TENSILE STRENGTH AND FRACTURE RESISTANCE
USING THE RESULTS OF TESTING DISC-SHAPED HOLLOW SAMPLES**

V. P. Efimov

*Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,
E-mail: efimov-pedan@mail.ru, Krasny pr. 54, Novosibirsk 630091, Russia*

A method for determining the strength characteristics of rocks under tensile conditions has been tested. It is based on testing samples with axial holes of different diameters loaded diametrically. The test results of rock samples and simulating media in the form of hollow cores broken diametrically are presented. The test results were processed using gradient and integral strength criteria. The values of fracture resistance and tensile strength obtained on the basis of this approach are compared with those measured in a standard way.

Tension, “Brazilian method”, failure, strength, fracture resistance, integral strength criterion

Лабораторные испытания образцов горных пород — неотъемлемая часть изучения массива горных пород. Изготовленные образцы из отобранных проб испытываются в условиях разного напряженного состояния для получения необходимой информации о механических характеристиках породы. Одной из важных характеристик является прочность на растяжение, потому что для горных пород, находящихся при тотальных сжимающих напряжениях, в случае неравноосного их сжатия вокруг подземной конструкции будут наблюдаться области, подвергнутые растяжению. При прогнозировании поведения подземной конструкции и проведении мониторинга ее состояния, например выработки или целика, на наличие таких областей обращают особое внимание.

Для определения прочности горных пород по стандарту в условиях прямого одноосного растяжения требуется однородное поле напряжений. Это приводит к трудоемкой работе по изготовлению и креплению образцов. Поэтому прямой метод оказался непригодным для массовых испытаний горных пород и был заменен косвенными. Наибольшее распространение среди косвенных способов получил метод разрушения цилиндрического образца по диаметру, известный как “бразильская проба”, впервые предложенный в 1947 г. бразильским инженером Ф. Карнейро [1]. Метод основан на упругом решении задачи о сдавливании керна по образующей сосредоточенными силами. Для горных пород максимальные растягивающие напряжения, возникающие в центральной части керна на линии приложения силы, близки к прочности испытываемой породы на одноосный разрыв [2–4], при том, что поле в центре диска двуосное. С начала появления этого способа испытаний предпринимались различные усилия для его более эффективного использования [5, 6], поскольку образцы, разрушение которых началось под нагрузочными пуансонами, не берутся в зачет.

Поиск способов улучшения испытаний бразильским методом и способов обработки полученных данных привел исследователей к испытаниям кернов с отверстием. Испытания образцов в виде колец описаны в [7, 8]. Их применение дает возможность существенно снизить разрушающее усилие и гарантировать разрушение образцов из центральной части. Уменьшение прикладываемых разрушающих нагрузок, связанное с введением концентратора напряжений, позволяет расширить рамки применения метода к слабым породам, проявляющим пластические свойства, таким как гипс, известняк. Величины разрушающих напряжений, полученные на основе упругого решения и применения традиционного локального критерия разрушения в опасных точках, существенно превосходят прочность среды, измеренную при одноосном растяжении. Авторы упомянутых работ, отмечая значительные преимущества таких испытаний перед стандартным бразильским методом, не смогли объяснить высокие значения вычисляемой прочности горных пород в опасных точках, где наблюдается концентрация напряжений, полученных с использованием упругого решения и локального критерия разрушения. Концентрация напряжений в опасных точках на контуре отверстия приводит к существенно неоднородному полю напряжений, и в этом случае применение локальных критериев разрушения, не учитывающих структуру среды, неправомерно.

Использование критериев нелокальной прочности, развиваемых в ряде работ [10–16], открыло возможность корректно рассчитать разрушающие напряжения. Проведенное сопоставление величин прочности для искусственных сред, полученных при испытаниях в однородных и неоднородных полях напряжений, подтвердило правильность данного подхода. В [17] автором предпринята попытка на основе градиентного критерия прочности построить метод определения прочности на растяжение и трещиностойкости с использованием испытаний керновых образцов с осевым отверстием разного диаметра. Применение такого подхода позволило существенно сблизить расчетную прочность сургуча и гипса с измеренной при одноосном растяжении. В более поздних работах [18–20] подход, основанный на использовании двух критериев нелокальной прочности, применен для определения прочности на растяжение. Поэтому представленный в данной работе метод определения характеристик прочности горных пород проведен на основе применения градиентного и интегрального критерия разрушения с последующим их сравнением.

Методика испытаний. Образцы мрамора Уфалейского, долерита, гранита и габбро-диорита, сплошные и имеющие центральное отверстие, были разрушены бразильским способом. Образцы мрамора крупнозернистого, мраморизованного известняка, а также модельных сред: гипса, сургуча и органического стекла, разрушенные сжатием по образующей, имели внутреннее отверстие нескольких размеров, не превышающих 20 % от диаметра диска. Прочность на растяжение определялась бразильским методом всех пород и модельных сред. Прочность на рас-

тяжение органического стекла определена прямым растяжением. С целью минимизации разброса механических характеристик все образцы были изготовлены в одних и тех же условиях, выдерживались после обработки длительный срок и разрушались вдоль выделенного направления. Характеристики прочности и трещиностойкости испытанных сред и размеры образцов представлены в табл. 1. Прочности образцов с отверстием σ_{ci} определены в брутто сечении, т. е. $\sigma_c = F / (\pi R t)$, где F — разрушающее усилие, R, t — радиус и толщина образца соответственно. Значения критического коэффициента интенсивности напряжений K_{Ic} для испытанных горных пород были получены с помощью метода [21].

ТАБЛИЦА 1. Измеренная прочность образцов σ_{ci} с осевым отверстием

Порода или среда	D , мм	a_1 , мм	σ_{c1} , МПа	a_2 , мм	σ_{c2} , МПа	a_3 , мм	σ_{c3} , МПа	k_t	σ_0 , МПа	K_{Ic} , МПа·м ^{1/2}	δ , мм
Долерит	37.6	1.7	16.9	—	—	—	—	6.05	25	2.06	4.35
Габбро-диорит	37.6	3.25	7.8	—	—	—	—	6.96	13.4	1.25	5.5
Гранит	37.6	3.25	7.0	—	—	—	—	6.96	11.2	1.14	6.6
Мрамор Уфалейский	37.6	3.25	5.11	—	—	—	—	6.96	6.9	0.9	10.8
Мрамор крупнозернистый	37.6	2	4.7	3	4.05	—	—	6.13	5.93	0.86	13.4
Мраморизованный известняк	57	3	3.11	5	2.46	—	—	6.05	5.58	—	—
Гипс искусственный	40	2	1.27	4	0.9	—	—	6.13	2.5	0.2	4.0
Сургуч	40	2	1.135	3	0.945	4	0.83	6.13	2.2	0.16	3.4
Оргстекло	40	1	19.8	3	15.7	4	14.3	6.0	75	1.4	0.22

Примечание. σ_0 — прочность на растяжение в однородном поле; K_{Ic} — критический коэффициент интенсивности напряжений; D — диаметр зерна; k_t — коэффициент концентрации напряжений; δ — структурный параметр; средняя прочность $\sigma_{c1}, \sigma_{c2}, \sigma_{c3}$ соответствует образцам с центральным отверстием радиуса a_1, a_2, a_3 .

На рис. 1а представлена фотография разрушенного образца долерита, на рис. 1б схематично изображено поле растягивающих напряжений возле опасных точек A , а также размер параметра структуры δ , характерный для горных пород. Эксперименты проводились при комнатной температуре на испытательном стенде УМЭ-10ГМ при скорости подачи траверсы 0.5 мм/мин, что соответствовало примерно скорости нагружения 1 МПа/с.

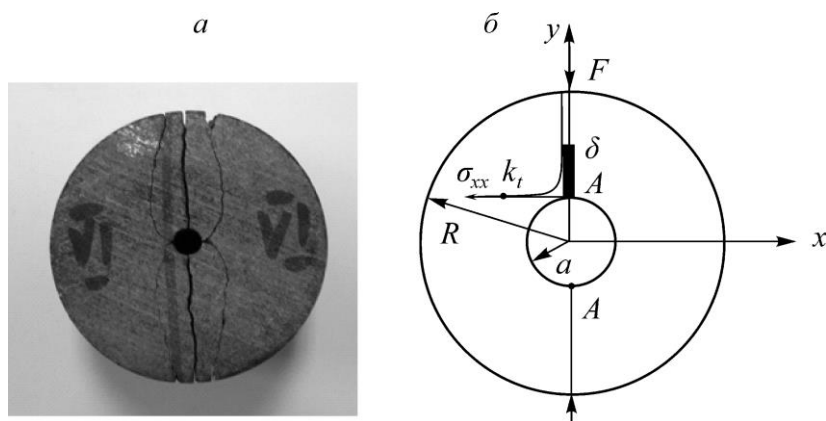


Рис. 1. Диск с центральным отверстием, разрушенный “бразильским способом”

Применение нелокального подхода к расчету разрушающих напряжений при сжатии дисковых образцов с центральным отверстием. Для расчета разрушающих напряжений образцов горных пород воспользуемся приведенным в [17] распределением растягивающего напряжения вдоль оси y по направлению движения возникающей трещины возле опасной точки A :

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{2} \left[2 - \frac{2a^2}{r^2} + \frac{12a^4}{r^4} \right], \quad (1)$$

где напряжение $\sigma = F / (\pi R t)$ в момент разрушения достигает максимального значения σ_c .

Ниже рассматривается использование градиентного и интегрального критериев прочности. Градиентный критерий [13]: $\sigma_e = \sigma_0(1 + \sqrt{\delta/L_e})$ для прочности образцов σ_c данной геометрии дает следующее выражение:

$$\sigma_c^{\text{гп}} = \sigma_0 \left(\frac{1 + \sqrt{\delta/L_e}}{k_t} \right), \quad (2)$$

где L_e — характеристика неоднородности поля напряжений, определенная следующим соотношением:

$$L_e = \left| \frac{\text{grad} \sigma_x}{\sigma_x} \right|_{r=a}^{-1} = \frac{3}{11} a.$$

Интегральный критерий В. В. Новожилова [10]: $\sigma_0 = \frac{1}{\delta} \int_a^{a+\delta} \sigma_x(r) dr$ для рассматриваемого случая приводит к следующему выражению вычисляемой прочности образца с отверстием σ_c :

$$\sigma_c^{\text{инт}} = \sigma_0 \left(1 + \frac{5a^3 + 4a^2\delta + a\delta^2}{(a+\delta)^3} \right)^{-1}, \quad (3)$$

где δ — площадка осреднения (структурный параметр), найденная соотношением [14]:

$$\delta = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{1c}}{\sigma_0} \right)^2. \quad (4)$$

Отношения вычисленных значений разрушающих напряжений к измеренным для образцов с центральным отверстием приведены на рис. 2. Расчетные значения на основе градиентного критерия прочности (2) обозначены черными кружками, на основе интегрального критерия разрушения (3) — полыми квадратиками. Значения, полученные с помощью локального традиционного критерия разрушения и отмеченные черными треугольниками, найдены по формуле $\sigma_c^{\text{л}} = \sigma_0 / k_t(a)$, где $k_t(a)$ — коэффициент концентрации напряжений. Для вычисления этих значений использованы величины прочности на растяжение и трещиностойкости этих сред, определенные по стандарту. Как видно из рисунка, разрушающие напряжения, соответствующие нелокальным моделям разрушения, гораздо более адекватно описывают этот процесс, чем традиционный локальный подход. Кроме того, из рис. 2 следует, что применение интегрального критерия Новожилова дает наилучший результат.

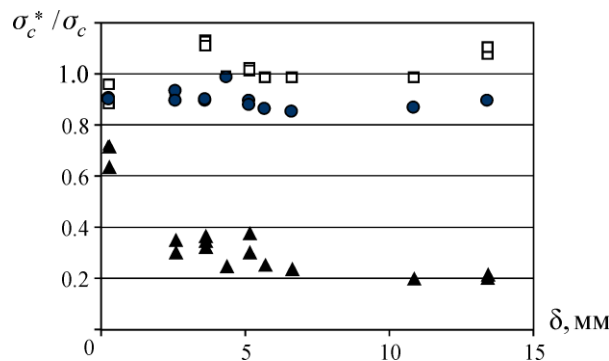


Рис. 2. Отношение расчетных разрушающих напряжений σ_c^* к измеренным σ_c при разрушении образцов с центральным отверстием для испытанных сред: ● — градиентный критерий разрушения; □ — интегральный, ▲ — локальный

Расчет прочности на растяжение и трещиностойкости по результатам испытаний.

Чувствительность сопротивления разрушению материала к неравномерности поля напряжений, которая учитывается в нелокальном походе, открывает возможность определения механических свойств (прочности на растяжение и трещиностойкости) испытываемого материала из двух серий испытаний образцов, отличающихся геометрией. Таким образом, для определения трещиностойкости и прочности на растяжение достаточно провести серию испытаний образцов с отверстиями двух диаметров. Формула распределения напряжения возле отверстия (1) эффективно работает в области $a/R < 0.2$, поэтому следует внимательно относиться к выбору диаметра внутреннего отверстия.

Серии экспериментов, проведенных на образцах мрамора крупнозернистого, мраморизованного известняка, гипса искусственного, сургуча и органического стекла, содержали образцы с внутренними отверстиями двух и более размеров. Результаты этих испытаний обработаны по следующей процедуре. Решение системы двух уравнений для образцов с разными внутренними отверстиями в случае применения градиентного критерия прочности позволяет сразу найти искомые величины σ_0 и K_{1c} :

$$\sigma_0 = k_{11}\sigma_{c1} - \sqrt{2/(\pi L_{e1})}K_{1c} \text{ и } \sigma_0 = k_{12}\sigma_{c2} - \sqrt{2/(\pi L_{e2})}K_{1c}. \quad (5)$$

Решение системы также из двух уравнений в случае использования интегрального критерия:

$$\sigma_0 = \sigma_{c1} \left(1 + \frac{5a_1^3 + 4a_1^2\delta + a_1\delta^2}{(a_1 + \delta)^3} \right) \text{ и } \sigma_0 = \sigma_{c2} \left(1 + \frac{5a_2^3 + 4a_2^2\delta + a_2\delta^2}{(a_2 + \delta)^3} \right) \quad (6)$$

позволяет определить параметр структуры δ . Из-за разброса экспериментальных данных здесь имеется специфическая трудность, которую предлагается обойти следующим способом. Параметр δ определяется из условия $d(\sigma_{01}^* - \sigma_{02}^*)/d\delta = 0$. Расчетное значение σ_0^* определяется как среднее арифметическое σ_{0i}^* для определенного δ . Затем определяется критический коэффициент интенсивности напряжений K_{1c} . Расчетные значения прочности на растяжение и критического коэффициента интенсивности напряжений представлены в табл. 2, а также на рис. 3 в виде отношения вычисленных характеристик прочности к измеренным по стандарту.

ТАБЛИЦА 2. Вычисленные значения прочности на растяжение и критического коэффициента интенсивности напряжений испытанных сред

Порода или среда	σ_0 , МПа	K_{1c} , МПа·м ^{1/2}	δ , мм	$\sigma_0^{*инт}$, МПа	$K_{1c}^{*инт}$, МПа·м ^{1/2}	$\delta^{*инт}$, мм	$\sigma_0^{*гр}$, МПа	$K_{1c}^{*гр}$, МПа·м ^{1/2}	$\delta^{*гр}$, мм
Мрамор крупнозернистый	5.93	0.86	13.0	5.94	0.71	9	17.7	0.65	0.85
Мраморизованный известняк	5.58	—	—	5.06	0.49	5	4.7	0.95	25.7
Гипс искусственный	2.5	0.2	4.0	2.35	0.16	3	3.9	0.22	2.05
Сургуч	2.2	0.16	3.4	2.14	0.144	2.88	3	0.22	3.4
Оргстекло	75	1.4	0.22	77	1.67	0.3	83	1.46	0.2

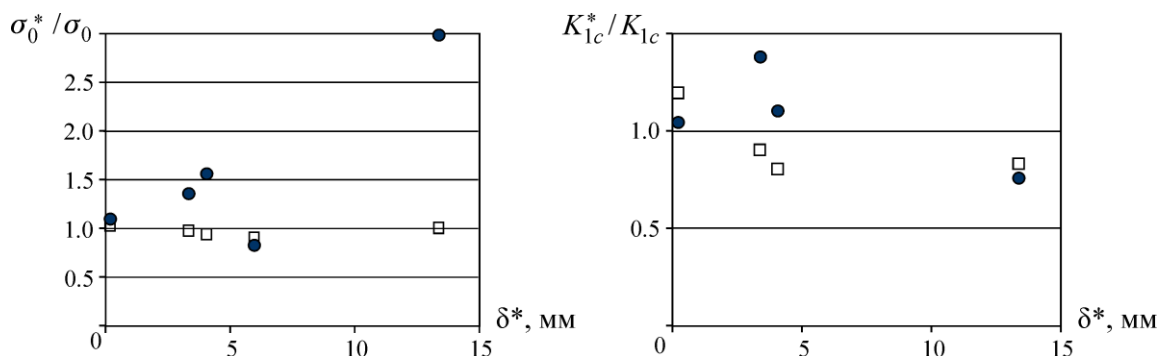


Рис. 3. Отношение вычисленных (со звездочкой) и измеренных прочностных характеристик

Как видно из рис. 3, отношение вычисленных значений прочности на растяжение и критического коэффициента интенсивности напряжений к измеренным по стандарту в случае использования интегрального критерия прочности группируются значительно более тесно возле 1, чем при применении градиентного критерия. Из представленных данных можно заключить, что предложенный способ одновременного определения прочности на растяжение и трещиностойкости исследованных сред на основе использования интегрального критерия разрушения позволяет определить эти характеристики с точностью порядка 20 % в широком диапазоне изменений структурного параметра δ .

ВЫВОДЫ

Использование локальных традиционных критериев разрушения для широкого класса твердых материалов, в том числе и горных пород, при испытаниях в неоднородных полях напряжений приводит к ошибочным результатам, особенно в случае концентрации напряжений. Методика расчета прочности на растяжение и трещиностойкости горных пород по результатам испытаний дисков с осевым отверстием разного диаметра на основе нелокального подхода апробирована на ряде твердых сред. Использование интегрального критерия разрушения показало значительные преимущества перед применением градиентного критерия. Метод, основанный на применении интегрального критерия прочности, позволил вычислить искомые параметры с точностью не менее 20 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. **Rodriguez T., Navarro C., and Sanchez-Galvez V.** Splitting tests: an alternative to determine the dynamic tensile strength of ceramic materials, *Journal de Physique*, 1994, vol. IV, pp. 101–106.
2. **Addinal E. and Hackett P.** The effect of platen conditions on the tensile strengths of rock-like materials, *Civ. Eng. Publ Works Review*, 1964, vol. 59, pp. 1250–1253.
3. **Hondros G.** The evaluation of poisson's ratio and the modulus of materials of a low tensile resistance by the brazilian (indirect tensile) test with particular reference to concrete, *Aust. J. Appl. Sci.*, 1959, vol. 10(3), pp. 243–268.
4. **Fairhurst C.** On the validity of the Brazilian test for brittle materials, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 1964, vol. 1, pp. 535–546.
5. **Brawn E. T. and D. H. Trollope.** The failure of linear brittle materials under effective tensile stress, *Rock Mech. Eng. Geol.*, 1967, vol. 5, pp. 229–241.
6. **An Introduction to hard rock mechanics**, North Queensland, 1978 [**Введение в механику скальных пород** / под ред. Х. Бока. — М.: Мир, 1983. — 276 с.]
7. **Hudson J. A.** Tensile strength and the ring test, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 1969, vol. 6, issue 1, pp. 91–97.
8. **Hudson J. A., Brown E. T., and Rummel F.** The controlled failure of rock discs and rings loaded in diametral compression, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 1972, vol. 9, pp. 241–248.
8. **Mellor M. and Hawkes I.** Measurement of tensile strength by diametral compression of disks and annuli, *Eng. Geol.*, 1971, vol. 5, pp. 173–222.
10. **Novozhilov V. V.** Necessary and sufficient criterion of brittle strength, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1969, vol. 33, issue 2, pp. 212–222 [**Новожилов В. В.** О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // ПММ. — 1969. — Т. 33. — Вып. 2. — С. 212–222.]
11. **Lajtai E. Z.** Effect of tensile stress gradient on brittle fracture initiation, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 1972, vol. 9, pp. 569–578.
12. **Novopashin M. D., Bochkarev L. I., and Suknev S. V.** Determination of the stress of the local flow of material in the zone of stress concentration, *Problems of strength*, 1988, issue 1, pp 75–76 [**Новопашин М. Д., Бочкарев Л. И., Сукнев С. В.** Определение напряжения локального течения материала в зоне концентрации напряжений // Проблемы прочности. — 1988. — № 1. — С. 75–76.]

13. **Suknev S. V. and Novopashin M. D.** Gradient approach to rock strength estimation, *Journal of Mining Science*, 1999, vol. 35, no. 4, pp. 381–386 [Сукнев С. В., Новопашин М. Д. Применение градиентного подхода для оценки прочности горных пород // ФТПРПИ. — 1999. — № 4. — С. 54–60.]
14. **Legan M. A.** Correlation of local strength gradient criteria in a Stress Concentration zone with linear fracture mechanics, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 1993, vol. 34, no. 4, pp. 585–592 [Леган М. А. О взаимосвязи градиентных критериев локальной прочности в зоне концентрации напряжений с линейной механикой разрушения // ПМТФ. — 1993. — Т. 34. — № 4. — С. 146–154.]
15. **Kornev V. M.** Generalized sufficient strength criterion. Description of the pre-fracture zone, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2002, vol. 43, no. 5, pp. 763–769 [Корнев В. М. Обобщенный достаточный критерий прочности. Описание зоны предразрушения // ПМТФ. — 2002. — Т. 43. — № 5. — С. 153–161.]
16. **Yao W., Xia K., and Li X.** Non-local failure theory and two-parameter tensile strength model for semi-circular bending tests of granitic rocks, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2018, vol. 110, pp. 9–18.
17. **Efimov V. P.** Express-method of evaluating the tensile strength of brittle media, *J. Min. Sci.*, 2003, vol. 39, no. 4, pp. 381–386 [Ефимов В. П. Экспресс-метод оценки прочности на растяжение и трещиностойкости хрупких сред // ФТПРПИ. — 2003. — № 4. — С. 79–82.]
18. **Efimov V. P.** Rock tests in non-uniform fields of tensile stresses, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2013, vol. 54, no. 5, pp. 857–865 [Ефимов В. П. Испытания горных пород в неоднородных полях растягивающих напряжений // ПМТФ. — 2013. — Т. 54. — № 5. — С. 199–209.]
19. **Efimov V. P.** Tensile strength of rocks by test data on disc-shaped specimens with a hole drilled through the disc center, *Journal of Mining Science*, 2016, vol. 52, no. 5, pp. 878–884 [Ефимов В. П. Определение прочности горных пород на растяжение по результатам испытаний дисковых образцов с центральным отверстием // ФТПРПИ. — 2016. — № 5. — С. 54–61.]
20. **Legan M. A. and Blinov V. A.** Stress analysis for perforated cylinders with combined use of the boundary element method and nonlocal fracture criteria, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2018, vol. 59, no. 7, pp. 1227–1234.
21. **Brown W. F. and Srawley J. E.** Plain strain crack toughness testing of high strength metallic materials, *American Society for Testing and Materials*, 1966 [Браун В. Ф., Сроули Дж. Е. Вязкость разрушения при плоской деформации. Разрушение. — Т. 4. — М.: Машиностроение, 1977. — С. 47–67.]