

5. Спивак А. А., Кондратьев Ю. В. Влияние плотности заряжания ВВ на параметры взрывного воздействия в твердой среде // ФТПРПИ.— 1979.— № 1.
6. Вовк А. А., Черный Г. И., Михалюк А. В. Основные закономерности взрывов зарядов с воздушными оболочками в грунтах // Использование взрыва в народном хозяйстве.— Киев: Наук. думка, 1970.
7. Волохин Н. И., Масленников А. М. Численное моделирование развития взрыва химического ВВ с использованием воздушной оболочки вокруг заряда // Теоретические вопросы физики взрыва.— М.: Энергоатомиздат, 1985.
8. Физика взрыва/Под ред. К. П. Станюковича.— М.: Наука, 1976.
9. Поведение грунтов под действием импульсных нагрузок/Под ред. А. А. Вовка.— Киев: Наук. думка, 1984.
10. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики.— М.: Наука, 1980.
11. Ловецкий Е. Е., Масленников А. М., Фетисов В. С. Механический эффект и диссипативные процессы при взрыве в пористой среде // ПМТФ.— 1981.— № 2.
12. Дунин С. З., Масленников А. М. и др. Излучение упругих волн при взрыве в пористой упругопластической среде // ПМТФ.— 1983.— № 1.

Поступила 6/IV 1987 г.

УДК 539.3

## ОБ ОСОБЕННОСТЯХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН В СИСТЕМЕ ПЛАСТИНА — СЛОЙ — ПОЛУПРОСТРАНСТВО

Т. К. Кадыров, М. В. Степаненко

(Новосибирск)

При решении вопросов защиты сетевых инженерных сооружений от действия движущихся нагрузок может оказаться полезной информация об особенностях распространения гармонических волн в системах, моделирующих реальные объекты с учетом их взаимодействия с фундаментами и основаниями. Одной из моделей, позволяющих выявить особенности динамического взаимодействия структурных элементов, является система пластина — слой — полупространство. Последнее (его называют иногда основанием) рассматривают жестким или деформируемым. Приближенные способы учета податливости оснований в статических задачах приведены в [1].

Ниже исследуются волноводные свойства упругих систем пластина — полупространство, пластина — слой и пластина — слой — полупространство. Между пластиной и слоем (полупространством) осуществляется скользящий контакт, слой и полупространство соединены жестко. Рассматриваются две модели основания — точная (в рамках теории упругости) и приближенная — модель упругой среды с одним вертикальным перемещением. По-видимому, впервые эту модель использовал Х. А. Рахматулин [2] в задаче, не связанной с вопросами взаимодействия конструкций со средой. В [3] приближенные уравнения использованы для расчета статических и ряда динамических задач. В [4—6] при помощи этой модели и близких ее модификаций исследовалась динамика кусочно-однородных сред. Информация о дисперсии гармонических волн в составных системах, полученная в [7—9], имеет непосредственное приложение к задачам геофизики, акустодиагностики, но оставляет в стороне вопросы прочности и несущей способности конструкций, подверженных действию волн, распространяющихся в окружающей среде. Это объясняется тем, что не было выявлено соответствие между характером распространения свободных волн и нестационарными процессами при движущихся нагрузках. Основная заслуга в установлении такой связи принадлежит Л. И. Слепяну, который проанализировал формирование квазистационарных и резонансных режимов и увязал их параметры с параметрами дисперсии в выделенных областях спектра [10]. Резонансные явления в пластинах и оболочках, окруженных акустической средой, исследованы в [10—13], а в плоском слое, контактирующем с упругой средой, — в [14, 15]. Результаты, приведенные ниже, делают возможным качественный анализ формирования резонансных волн в структурно-неоднородных системах без решения нестационарной задачи.

Рассмотрим деформацию сред, входящих в систему. Введем обозначения:  $x$  — продольная координата,  $y$  — нормальная,  $u$  и  $v$  — продольные и нормальные смещения,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_{xy}$  — напряжения. Параметры пластины, слоя и полупространства пометим индексами 0, 1 и 2 соответственно.

Уравнение динамического изгиба пластины на основе классической модели имеет вид

$$(1) \quad \ddot{v}_0 = (\rho_0 h_0)^{-1} R(x, t) - \kappa^2 c_0^2 v_{0,xxxx}^{(IV)}$$

где  $\rho_0$ ,  $h_0$ ,  $c_0 = \sqrt{E_0/\rho_0(1 - \nu_0^2)}$  — плотность, толщина и скорость звука

в пластине;  $\kappa^2 = h_0^2/12$ ;  $R$  — реакция основания:

$$(2) \quad R(x, t) = \sigma_{yy}^{(1)}(x, 0, t).$$

Уравнения движения слоя и полупространства запишем в потенциалах

$$(3) \quad c_{1k}^2 \Delta \varphi_k = \ddot{\varphi}_k, \quad c_{2k}^2 \Delta \Psi_k = \ddot{\Psi}_k \quad (k = 1, 2)$$

( $c_{1k}$  и  $c_{2k}$  — скорости волн расширения и сдвига).

Перемещения  $u_k$  и  $v_k$  и интересующие нас напряжения выражаются через потенциалы известным образом:

$$(4) \quad u_k = \varphi_{k,x} + \Psi'_{k,yx}, \quad v_k = \varphi_{k,y} - \Psi'_{k,x};$$

$$(5) \quad \sigma_{yy}^{(2)} = \rho_k c_{1k}^2 [\varphi_{k,yy} + (1 - c_{2k}^2/c_{1k}^2) \varphi_{k,xx} - 2(c_{2k}^2/c_{1k}^2) \Psi'_{k,yx}];$$

$$(6) \quad \sigma_{xy}^{(k)} = \rho_k c_{2k}^2 [\Psi''_{k,yy} - \Psi''_{k,xx} + 2\varphi_{k,xy}].$$

Граничными условиями для (3) являются условия скользящего контакта пластины и слоя

$$(7) \quad y = 0: \quad v_0 = v_1, \quad \sigma_{xy}^{(1)} = 0;$$

жесткого контакта слоя и полупространства

$$(8) \quad y = h_1: \quad u_1 = u_2, \quad v_1 = v_2, \quad \sigma_{yy}^{(1)} = \sigma_{yy}^{(2)}, \quad \sigma_{xy}^{(1)} = \sigma_{xy}^{(2)},$$

затухания на бесконечности

$$(9) \quad \varphi_2 = \Psi_2 = 0 \quad (y \rightarrow \infty).$$

Уравнения (1) — (9) содержат постановку задачи. Искомые функции представим в виде бегущих вдоль оси  $x$  синусоидальных волн ( $\sim \exp(iq \times \times (x - ct))$ ), где  $c$  — фазовая скорость,  $q = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны). После подстановки в (3) и удовлетворения граничным условиям (1), (2), (7) — (9) с учетом зависимостей (4) — (6) имеем дисперсионное уравнение в результате приравнивания нулю определителя системы шести линейных алгебраических уравнений. Ввиду громоздкости представим схематичную запись этого уравнения, указав на зависимость от параметров задачи:

$$(10) \quad L(c, q; h_0, \rho_0, c_0, h_1, \rho_1, c_{11}, c_{21}, \rho_2, c_{12}, c_{22}) = 0.$$

Уравнение это трансцендентно, и интересующую нас явную зависимость  $c = c(q, \dots)$  получить из него не удастся. В случае длинных ( $q \rightarrow 0$ ) и коротких ( $q \rightarrow \infty$ ) волн уравнение (10) можно существенно упростить и найти асимптотику скоростей. Никаких принципиальных трудностей не вызывает численный расчет дисперсионных кривых на ЭВМ. Ниже представлены результаты таких расчетов и в зависимости от параметров проведен анализ волноводных свойств систем пластина — полупространство, пластина — слой — полупространство и пластина — слой. Во всех вариантах расчета принято  $v_0 = v_1 = v_2 = 0,25$ .

**Пластина — полупространство.** Дисперсионное уравнение, соответствующее (10), при условии, что параметры слоя и полупространства одинаковы ( $c_{11} = c_{12} = c_1$ ,  $c_{21} = c_{22} = c_2$  и  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ ), имеет следующий вид ( $c_1$ ,  $\rho$  и  $h_0$  служат единицами измерения):

$$(11) \quad \rho_0 q \sqrt{1 - c^2} (c^2 - \kappa^2 c_0^2 q^2) c^2 + c_2^4 L_R = 0, \quad L_R = (2 - c^2/c_2^2)^2 - 4 \sqrt{1 - c^2} \sqrt{1 - c^2/c_2^2}$$

( $L_R = 0$  — уравнение Рэлея).

При  $q = 0$  (бесконечно длинные волны)  $c = c_R$  — скорость волн Рэлея для свободного полупространства, т. е. наличие пластины конечной жесткости и массы не влияет на скорость распространяющейся вдоль поверхности длинной волны, которая является рэлеевской и пластину «не замечает». В коротковолновом спектре ( $q \rightarrow \infty$ ) из (11) находим

$c \sim c_0 q / \sqrt{12}$  — зависимость, определяющую дисперсию изгибных волн в пластине при отсутствии основания. Этот результат связан с тем, что жесткость поверхностного слоя основания с толщиной порядка длины волны стремится к нулю с ростом  $q$  (в то время как жесткость пластины постоянна), и влияние основания при  $q \rightarrow \infty$  исчезает. Отметим, однако, что классическая модель динамического изгиба пластин неприемлема для описания коротковолнового ( $\lambda \leq h_0$ ) спектра, и в дальнейшем случай  $q \rightarrow \infty$  специально не рассматривается.

Следующее за  $q = 0$  длинноволновое приближение получим из (11) при условии, что  $q$  мало, но конечно:  $L_R + \rho_0 q (c/c_2)^4 \sqrt{1 - c^2} + O(q^2) = 0$ , откуда имеем явное выражение

$$(12) \quad c = c_R (1 - \alpha \rho_0 q + O(q^2)), \quad \alpha = \sqrt{1 - c_R^2} (c_R/2c_2)^2 \{ (1 + c_2^2 - 2c_R^2) \times \\ \times [(1 - c_R^2)(1 - c_R^2/c_2^2)]^{-1/2} - 2 + c_R^2/c_2^2 \}^{-1}.$$

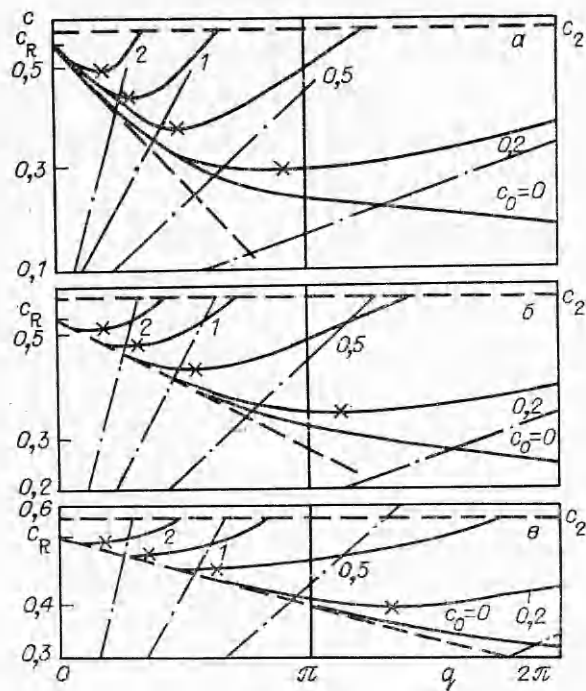
Как показал анализ,  $\alpha > 0$  при  $0 \leq v \leq 0,5$ , поэтому с ростом  $\rho_0 q$  фазовая скорость длинных волн линейно убывает от своего предельного значения  $c_R$ . Жесткость пластины не оказывает влияния на дисперсию длинной волны ( $\alpha$  от параметров пластины не зависит), асимптотика (12) совпадает с таковой в системе, где пластина заменена инерционным слоем нулевой жесткости ( $c_0 = 0$ ).

На рис. 1,  $a - v$  (соответственно  $\rho_0 = 0,5; 1; 2$ ) сплошные линии — фазовые кривые  $c = c(q, \dots)$ , рассчитанные при различных  $c_0$  (асимптотика при  $\rho_0 q \rightarrow \infty$  в случае  $c_0 = 0$  имеет вид  $c \sim (\rho_0 q)^{-1/4}$ ), штриховые — асимптотика (12), штрихпунктирные — коротковолновая асимптотика  $c = c_0 q / \sqrt{12}$ . С уменьшением  $\rho_0$  и  $c_0$  расширяется область длинноволнового спектра, где дисперсия приемлемо описывается приближением (12). С увеличением  $q$  (при постоянных  $\rho_0$  и  $c_0$ ) роль жесткости пластины в формировании дисперсии средневолнового спектра усиливается, фазовая кривая выполаживается, достигает минимума в точке  $q_*$ ,  $c_*$  (на кривых эти точки обозначены крестиками) и далее монотонно возрастает (тем быстрее, чем больше  $\rho_0$  и  $c_0$ ) вплоть до пересечения с  $c = c_2$  (этой прямой ограничены ординаты действительных фазовых скоростей, так как дисперсионное уравнение при  $c > c_2$  имеет лишь комплексные корни). Наличие точек минимума указывает на существование для данной системы критических скоростей движения нагрузки (равных  $c_*$ ), возбуждающей изгибные резонансные волны с частотой формы  $q_*$  в средневолновой части спектра.

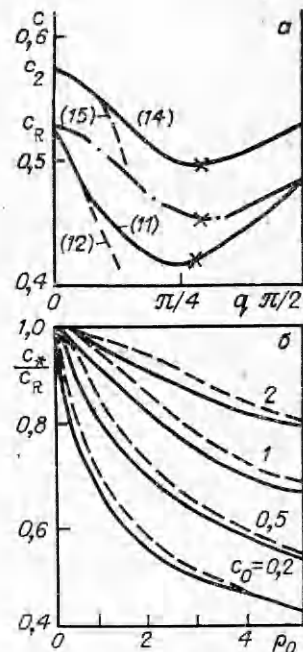
Чем меньше изменяемость фазовой кривой в окрестности  $q_*$  (что соответствует, например, росту показателя  $n$  в аппроксимирующей зависимости  $c \simeq (q - q_*)^n$ ,  $n$  — четно), тем шире спектр длин волн, формирующих резонансные возмущения, интенсивнее их рост со временем (асимптотически пропорционален  $t^{1-1/n}$  [10]) и быстрее достигается асимптотика. Поэтому резонансные режимы в средневолновом спектре более опасны в случае относительно легкой и податливой пластины. С другой стороны, с ростом  $c_0$  значение  $c_*$  приближается к  $c_R$ , а  $q_*$  смещается в длинноволновую область. Это указывает на возможность наложения поверхностных ( $c = c_R$ ,  $q = 0$ ) и изгибных ( $c = c_*$ ,  $q = q_*$ ) растущих волн и тем самым существенного усиления резонансных возмущений при движении вдоль поверхности нормальной нагрузки со скоростью, попадающей в интервал ( $c_*$ ,  $c_R$ ). Вопрос о том, какой из этих двух механизмов формирования растущих со временем возмущений будет преобладать в каждом конкретном случае, может быть решен при анализе нестационарных задач на основе численных расчетов (например, по схеме, использованной в [15]).

Как говорилось выше, одновременно с моделью (3) рассматривалась также упрощенная модель основания с одним перемещением [2, 3], которой соответствует одно уравнение движения для  $v$ :

$$(13) \quad \ddot{v} = c_1^2 v''_{,yy} + c_2^2 v''_{,xx}, \quad \sigma_{yy} = \rho c_1^2 v'_{,y}.$$



Р и с. 1



Р и с. 2

Использование (13) совместно с уравнением (1) и условием (7) приводит к дисперсионному уравнению

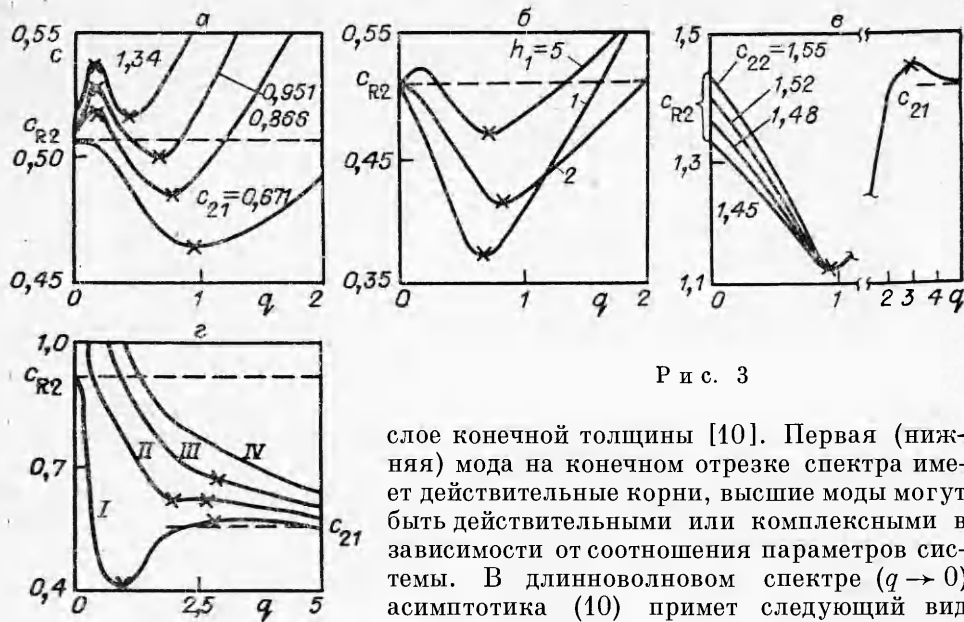
$$(14) \quad c_2 \sqrt{1 - c^2/c_2^2} - \rho_0 q (c^2 - \kappa^2 c_0^2 q^2) = 0.$$

Так же как и в точной модели, волны, бегущие со скоростью  $c > c_2$ , излучаются в среду, однако в отличие от (12) асимптотические значения скоростей длинных волн здесь иные:

$$(15) \quad c = c_2 \quad (q = 0), \quad c \sim c_2 (1 - \rho_0 c_0^2 q^2) \quad (|q| \ll \varepsilon).$$

Поверхностная волна, как видно из (15), движется не с рэлеевской, а со сдвиговой скоростью, убывание скорости длинных волн с ростом  $\rho_0$  имеет тот же (линейный) характер, однако с увеличением  $q$  оно слабее, чем для точной модели (не линейная, а параболическая зависимость). Эти особенности определяют различия двух исследуемых моделей в длинноволновом спектре. На рис. 2, а приведено сопоставление фазовых кривых, рассчитанных при  $c_0 = 1$ ,  $\rho_0 = 2,5$ ; штриховые линии — асимптотики (12) и (15), штрихпунктиром проведена кривая, рассчитанная по приближенной модели (13) и отвечающая (14), причем в этих уравнениях  $c_2$  заменено на  $c_R$  ( $c_R \approx 0,92c_2$  при  $\nu = 0,25$ .) Видно, что такая замена позволяет заметно сблизить кривые, а соответственно и координаты особых точек. На рис. 2, б представлена зависимость  $c_*$  от  $\rho_0$  и  $c_0$ , сплошные кривые — точная модель, штриховые — приближенная с заменой  $c_2$  на  $c_R$ . По поводу используемых моделей отметим следующее: отличие кривых в окрестности точки  $q = 0$  должно привести к различной степени роста поверхностных резонансных волн [10, 15], амплитуды которых в приближенной модели будут завышены, поведение же кривых в окрестности минимума качественно одно и то же, значения  $c_*$  отличаются несущественно, а отсюда и описание изгибных резонансных волн в пластине не должно иметь существенных различий.

**Пластина — слой — полупространство.** Здесь в отличие от предыдущего случая существует бесконечное число корней дисперсионного уравнения — аналогов мод свободных волн, распространяющихся в плоском



Р и с. 3

слое конечной толщины [10]. Первая (нижняя) мода на конечном отрезке спектра имеет действительные корни, высшие моды могут быть действительными или комплексными в зависимости от соотношения параметров системы. В длинноволновом спектре ( $q \rightarrow 0$ ) асимптотика (10) примет следующий вид ( $c_{12}$ ,  $\rho_2$  и  $h_0$  служат единицами измерения):

$$(16) \quad c_{22}L_R + q \{ \rho_0 c^4 \sqrt{1 - c^2} + \rho_1 h_1 [(1 + \beta_{21}^2)(\beta_{12} + \beta_{22}) - 4(\beta_{21}^2 \beta_{12} + \beta_{11}^2 \beta_{22})] \}, \quad \beta_{jk} = \sqrt{1 - c^2/c_{jk}^2} \quad (j, k = 1, 2).$$

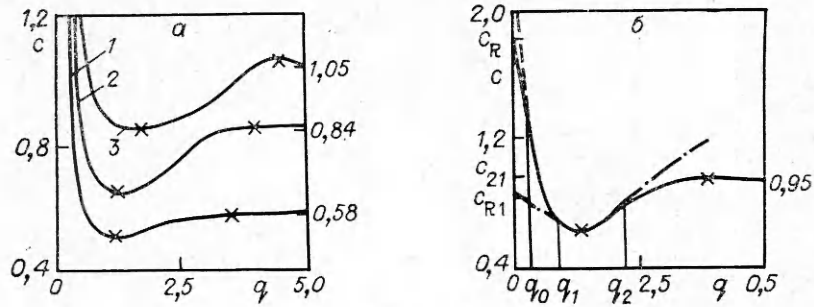
Первое слагаемое в фигурных скобках определяет влияние пластины (на дисперсию длинных волн), второе — слоя. У асимптотики скорости та же структура, что и в (12), однако коэффициент  $\alpha$  зависит теперь от параметров слоя и в отличие от (12), где  $\alpha > 0$ , может менять знак.

Для относительно жесткого и тяжелого слоя при  $c_{21} \geq c_{22}$  (или  $c_{11} \geq c_{12}$ , поскольку  $v_1 = v_2$ ) значение  $\alpha$  отрицательно и скорости в окрестности  $q \leq \epsilon$  превышают асимптотическое значение в точке  $q = 0$ , равное  $c_{R2}$ . При перемене знака  $\alpha$  слагаемое в фигурных скобках равно нулю, при этом зависимость  $c(q)$  в окрестности  $q = 0$  становится параболической. Этот случай наиболее благоприятен для интенсивного развития поверхностных резонансных волн, так как дисперсия длинноволнового спектра проявляется существенно слабее, чем при  $\alpha \neq 0$  (аналогичные выводы сделаны в [7] для системы слой — полупространство). При  $\alpha < 0$  у первой моды есть две особые точки в средневолновой части спектра (максимум и минимум), при  $\alpha \geq 0$  — одна (минимум).

На рис. 3 представлены фазовые кривые, рассчитанные при различных значениях параметров задачи: а —  $c_{22} = 0,55$ ,  $\rho_1 = 0,4$ ,  $\rho_2 = 0,2$ ,  $h_1 = 10$ ; б —  $c_{21} = 0,95$ ,  $\rho_1 = 0,4$ ,  $c_{22} = 0,55$ ,  $\rho_2 = 0,2$ ; в —  $c_{21} = 1,41$ ,  $\rho_1 = 0,75$ ,  $\rho_2 = 1$ ,  $h_1 = 5$ ; г —  $c_{21} = 0,55$ ,  $\rho_1 = 0,4$ ,  $c_{22} = 1$ ,  $\rho_2 = 0,5$ ,  $h_1 = 5$ .

При  $c_{21} = 0,67$  и  $0,95$ ,  $h_1 = 10$  и  $2$  коэффициент  $\alpha$  из (12) равен нулю и асимптотика фазовой скорости  $c(q)$  в окрестности  $q = 0$  параболическая, в остальных случаях она линейная. Как видно из рис. 3, б, с приближением изгибной жесткости слоя к жесткости пластины ( $h_1 = 1$ ) дисперсия аналогична таковой в системе пластина — полупространство.

Для более легкого и податливого слоя ( $\alpha > 0$ ,  $c_{21} < c_{22}$ ) у кривых первой моды есть две особые точки в средневолновой части спектра — минимум и максимум. Если различие между  $c_{21}$  и  $c_{22}$  сравнительно невелико (рис. 3, в), то фазовые кривые в области  $c < c_{R2}$  мало отличаются от рассчитанных в системе слой — полупространство и аналогично им имеют особую точку — минимум, однако в области более коротких волн кривизна первой моды меняет знак, обнаруживается еще одна точка — максимум, ордината которой несущественно превышает  $c_{21}$ . Далее, с рос-



Р и с. 4

том  $q$  вновь происходит изменение кривизны и первая мода асимптотически стремится к  $c_{21}$  сверху. Существование максимума связано со взаимодействием мод  $I - IV$  (рис. 3,  $\varepsilon$ ).

Как показали расчеты, с уменьшением жесткости слоя особые точки появляются и на кривых высших мод. В представленном на рис. 3,  $\varepsilon$  примере вторая мода имеет две точки — минимум и максимум, а третья — одну (точку перегиба с касательной, параллельной оси  $q$ ). Наличие в узком спектре (в данном случае окрестность  $q = 2,5$ ) нескольких особых точек у разных мод свидетельствует о возможности наложения различных форм колебаний с близкими волновыми числами в опасном (для динамической прочности системы) интервале скоростей нагрузки ( $c_{**} = 0,55 - 0,7$ ). С ростом  $q$  высшие моды стремятся к  $c_{21}$ .

**Пластина — слой и сравнение моделей.** В системе пластина — слой — жесткое основание корни дисперсионного уравнения действительны на всем спектре, число мод бесконечно. Анализ фазовых кривых и задача определения координат особых точек представляют практический интерес, так как в действительности заметно деформируется лишь конечный по толщине слой основания. Поэтому естествен вопрос о возможности использования приближенной схемы при динамическом расчете протяженных конструкций, взаимодействующих как со структурно-неоднородным, так и с однородным основанием. Кроме того, при расчете волновых процессов численными методами, основанными на дискретизации пространственных координат, используется именно эта схема, поскольку размеры сеточной области ограничены объемом машинной памяти.

Кривые 1 — 3 на рис. 4,  $a$  рассчитаны при  $\rho_1 = 1; 0,75; 1,2$  и  $c_{12} = 0,58; 0,84; 1,05$  соответственно. Так же как и в предыдущем случае для легкого и податливого слоя (рис. 3,  $\varepsilon$ ), в средневолновой части спектра существуют две особые точки, причем  $c_{**}$  максимума несущественно превышает скорость  $c_{21}$  (в масштабе графика их ординаты неотличимы), которая является асимптотикой коротких ( $q \rightarrow \infty$ ) волн. В области длинных волн поведение кривых качественно иное, здесь  $c \sim \sqrt{f/q}$  ( $f = c_{11} \sqrt{\rho_1 / (\rho_0 h_0 h_1)}$  — частота вертикальных колебаний инерционного слоя с массой пластины на винклеровском основании с жесткостью слоя). Групповые скорости при  $q \rightarrow 0$  стремятся к нулю, т. е. длинные волны практически не распространяются. В этом основное отличие в поведении волновой картины в сравниваемых системах.

Интерес представляет выделение спектра, в котором наблюдается количественное соответствие фазовых кривых. На рис. 4,  $b$  сплошная линия — фазовая кривая первой моды для системы пластина — слой — полупространство с параметрами, определяющими довольно жесткое и тяжелое основание ( $h_1 = 5, \rho_1 = 1/3, c_{21} = 0,95, \rho_2 = 2, c_{22} = 4$ ), штрихпунктирная — система пластина — полупространство, в которой параметры полупространства совпадают с параметрами слоя, а штриховая — пластина — слой (при этом полупространство считается жестким). В последнем случае отличие от модели с деформируемым основанием наблюдается лишь в области весьма длинных волн ( $q < q_1 \approx 0,25$ , что



соответствует  $\lambda \geq 25 h_0$ ). В средневолновой части спектра ( $q_1 \leq q \leq q_2$ ), включающей особую точку минимума, можно использовать модель пластины — слой, которая позволяет описать изгибные резонансные волны в случае, если скорость движущейся нагрузки меньше скорости волн Рэлея для слоя.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Горбунов-Посадов М. И., Маликов Т. А. Расчет конструкций на упругом основании. — М.: Стройиздат, 1973.
2. Рахматулин Х. А. О распространении упругопластических волн в полупространстве // ПММ.— 1959.— Т. 23, вып. 3.
3. Ормонбеков Т. Взаимодействие конструкций со средой.— Фрунзе: Илим, 1983.
4. Михайлов А. М. Динамика однонаправленного стеклопластика // ПМТФ.— 1974.— № 4.
5. Степаненко М. В. О динамике разрушения однонаправленного стеклопластика // ПМТФ.— 1979.— № 4.
6. Степаненко М. В. Численный эксперимент по динамике разрушения композитного материала // Механика композит. материалов.— 1981.— № 1.
7. Абдукадыров С. А., Степаненко М. В. Об особенностях распространения гармонических волн в плоском слое, контактирующем с упругой средой // ФТПРПИ.— 1979.— № 5.
8. Ахенбах, Кешава. Свободные волны в пластине на упругом полупространстве // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Е. Прикладная механика.— 1967.— № 2.
9. Крауклис П. В., Молотков Л. А. О низкочастотных колебаниях пластины на упругом основании // ПММ.— 1963.— Т. 27, вып. 5.
10. Слепян Л. И. Нестационарные упругие волны.— Л.: Судостроение, 1972.
11. Айзенберг М. В., Слепян Л. И. Резонансные волны в полой цилиндрической оболочке, погруженной в сжимаемую жидкость // Переходные процессы деформации оболочек и пластин: Материалы Всесоюз. симпоз. по переходным процессам деформации оболочек и пластин, Тарту, 1967.— Таллин: Изд-во АН ЭССР, 1967.
12. Айзенберг М. В. О резонансных волнах в полой цилиндрической оболочке // Изв. АН СССР. МТТ.— 1969.— № 1.
13. Айзенберг М. В. О влиянии внешней среды на резонансные волны в полой цилиндрической оболочке // Изв. АН АрмССР. Механика.— 1969.— Т. 22, № 1.
14. Абдукадыров С. А. Одна динамическая задача для плоского слоя, окруженного упругой средой // ЧММСС.— 1980.— Т. 11, № 6.
15. Абдукадыров С. А. Влияние упругой среды на резонансные волны в слое // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Статика и динамика деформируемых систем.— Горький: Изд-во ГГУ, 1980.

Поступила 3/II 1987 г.

УДК 539.375

### РАСЧЕТ ОТКОЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ В ОБРАЗЦАХ, СОДЕРЖАЩИХ ПОРИСТЫЕ ПРОКЛАДКИ

Н. Н. Белов, В. А. Гриднева, И. И. Корнеева, В. Г. Симоненко  
(Томск)

В металлических образцах при взрывном и ударном нагружении может возникнуть откольное разрушение. Его можно уменьшить или предотвратить совсем, используя прокладки из пористых материалов, так как они обладают высокими характеристиками поглощения энергии.

В данной работе на основе численных методов механики сплошной среды проведено исследование влияния пористых прокладок на откольное разрушение в цилиндрических образцах, подвергнутых взрывному и ударному нагружениям.

1. Система уравнений, описывающая в двумерной осесимметричной постановке поведение пористого материала в рамках модели упругопластического тела, имеет вид

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \rho \dot{v} &= \partial \sigma_z / \partial z + \partial s_{rz} / \partial z + s_{rz} / r, \quad \rho \dot{u} = \partial s_{rz} / \partial z + \\ &+ \partial \sigma_r / \partial r + (2s_r + s_z) / r, \quad \dot{V} / V = \partial v / \partial z + \partial u / \partial r + u / r, \\ \dot{E} &= -pV + V[s_z \dot{e}_z + s_r \dot{e}_r + s_{rz} \dot{e}_{rz} - (s_r + s_z) \dot{e}_\varphi], \end{aligned}$$