

УДК 539.3 : 622.831

**МЕТОД ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА
ЗАТУХАНИЯ В ОБРАЗЦАХ ГОРНЫХ ПОРОД РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ И ГЕНЕЗИСА**

В. С. Салюков, Я. О. Куткин, А. С. Вознесенский

Университет науки и технологий МИСИС,

E-mail: asvoznenski@misis.ru, Ленинский проспект, 4, стр. 1, 119049, г. Москва, Россия

Внутренние механические потери (диссипацию энергии) в горных породах необходимо учитывать при анализе динамических явлений, происходящих в земной коре. Зачастую такие события имеют частоту ниже 1 Гц. Внутренние механические потери оцениваются коэффициентом потерь Q^{-1} . Рэлеевская модель характеризует коэффициент потерь с учетом прямой и обратной зависимости от частоты. Проведены циклические испытания образцов горных пород различных типов и генезиса при изгибе по трехточечной схеме. Рассчитаны коэффициенты потерь для различных частот деформирования. Получены эмпирические зависимости коэффициента потерь от частоты в диапазоне 0.003–0.100 Гц, аппроксимированные рэлеевской моделью. Рассчитаны коэффициенты вариации и детерминации, характеризующие степень соответствия опытных данных и модели друг другу, сделан вывод об удовлетворительном соответствии рэлеевской модели потерь, указаны причины различий экспериментальных данных и теоретической модели.

Лабораторная система, горные породы, циклические испытания, механический гистерезис, внутренние механические потери, коэффициент потерь, рэлеевская модель потерь

DOI: 10.15372/FTPRPI20250302

EDN: CHNRXO

Внутренние механические потери (ВМП) — важнейшие физические свойства материалов. Их величина оценивается добротностью Q или коэффициентом потерь Q^{-1} (обратной добротностью), характеризующих переход части механической энергии в тепловую при упругих колебаниях. ВМП изучаются в металлах и сплавах, композитах, геополимерах и других материалах [1–5]. Коэффициент потерь исследовался с помощью механических воздействий при разных видах нагружения (сжатии–растяжении, изгибе, кручении) и температурах [6–11]. ВМП в материалах изучался посредством свободного затухания колебаний, вынужденных колебаний, резонансных колебаний, рассеивания энергии за цикл колебаний при квазистатическом нагружении [12]. Методы оценки коэффициента потерь при механических воздействиях на полимерные материалы приведены в [13]. Под действием ВМП материалы, подвергнутые циклическим нагрузкам, поглощают и рассеивают энергию. На диаграмме “напряжения–деформации” возникает петля механического гистерезиса, площадь которой характеризует энергию, затраченную на деформирование [14–17]. В программном пакете ANSYS [18] описаны

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-27-00103, <https://rscf.ru/project/24-27-00103>.

механизмы демпфирования вибраций, основанные на ВМП: вязкое, кулоновское, гистерезисное демпфирование. Соответствующие численные модели используют целый набор математических соотношений и входящих в них коэффициентов. В [19] приведены некоторые модели и особенности моделирования ВМП. Для моделирования частотной зависимости используется рэлеевская модель, описывающая вязкоупругие потери как одну из составляющих ВМП. В нее заложены коэффициенты, определяющие прямую и обратную зависимости механических потерь от частоты [20].

В горных породах источники упругих волн, при которых проявляются ВМП в массивах горных пород, — землетрясения, горные удары, сдвигения по разломам, явления stick-slip, взрывные работы, а также работа различных механизмов [21–25]. ВМП исследуются методами акустической спектроскопии [26, 27]. Многие исследования ВМП в горных породах проводятся в диапазонах высоких частот 0.1–30 кГц [28], а также при меньших частотах. В [29] изучены камчатские землетрясения в диапазоне 0.2–30 Гц, в [30] — сейсмические волны частотой выше 0.39 Гц в регионах Байкальской рифтовой зоны. В [31] получена минимальная частота собственных колебаний зданий (0.12 Гц) при моделировании воздействия на них сейсмических волн и исследована применимость расширенной рэлеевской модели потерь. В [32] землетрясения делятся на несколько групп. Для нормальных землетрясений основные периоды колебаний изменяются в диапазоне от долей секунды в группе объемных волн до первых десятков секунд в группе поверхностных волн от крупных землетрясений. Если оценивать спектры таких землетрясений обратными величинами, то это диапазон от единиц до долей герц. Для низкочастотных и очень низкочастотных землетрясений частоты спектра еще меньше. В [33] при изучении движения ледников по скальным массивам Антарктики отмечены процессы с частотами ниже 0.1 Гц. Разработаны сейсмоприемники с минимальной частотой регистрации 0.01 Гц и ниже [34]. Можно сделать вывод об актуальности исследования ВМП в горных породах в низкочастотных областях ниже 1 Гц.

Цель настоящей работы — установление частотных зависимостей коэффициента потерь Q^{-1} в диапазоне 0.003–0.100 Гц для горных пород различных типов и происхождения. Получены коэффициенты рэлеевской модели для дальнейшей оценки ее применимости при компьютерном моделировании деформирования горных пород и массивов, а также распространения в них упругих волн.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

По трехточечной схеме испытывались образцы пород размерами 40 × 40 × 150 мм различного происхождения: осадочные (известняк, доломит); метаморфические (мрамор); изверженные (габбро). Коэффициент потерь оценивался при циклических изгибных деформациях по методу гистерезисной петли в соответствии с ГОСТ Р 56801-2015:

$$Q^{-1} = \frac{M''}{M'}, \quad (1)$$

где M' — модуль упругости; M'' — модуль потерь.

Связь усилия изгиба F' при максимальном прогибе балки y_{\max} с модулем упругости и связь усилия изгиба F'' в точке пересечения гистерезисным эллипсом вертикальной оси с модулем потерь рассчитывались по формулам: $F' = M'y_{\max}$, $F'' = M''y_{\max}$, что позволило преобразовать (1) в следующее выражение

$$Q^{-1} = \frac{F''}{F'}$$

Рэлеевская модель потерь учитывает две составляющие: одна характеризует рост потерь при уменьшении частоты воздействия, вторая — их рост при увеличении частоты воздействия. Ее выразим как

$$Q^{-1} = 2\xi = \frac{1}{2\pi f}\alpha + 2\pi f\beta, \quad (2)$$

где Q^{-1} — коэффициент потерь (обратная добротность); ξ — степень демпфирования; f — частота воздействия; α — коэффициент, характеризующий обратно пропорциональную зависимость потерь от частоты, Гц; β — коэффициент, характеризующий прямо пропорциональную зависимость потерь от частоты, с.

Образцы испытывались по трехточечной схеме [35] со специально разработанным приспособлением для циклических нагружений по рекомендациям ISRM [36], позволяющего минимизировать трение в опорах и измерять прогиб y непосредственно на образцах. Для этого использовалась установка, показанная на рис. 1. Ее основа — испытательный комплекс АСИС (ООО НПО «Геотек», Россия). Программное обеспечение АСИС настроило алгоритм циклических испытаний с указанием количества циклов, максимального и минимального перемещения рамы испытательной машины и скорости ее перемещений. Нагрузка измерялась тензометрическим динамометром с диапазоном до 30 кН. Два преобразователя линейных перемещений LVDT с диапазоном до 10 мм регистрировали прогиб на образце. Они подключались к 18-битному АЦП измерительной системы QMBox (R-Technology, Россия), который регистрировал нагрузку и прогиб образца на диске компьютера.

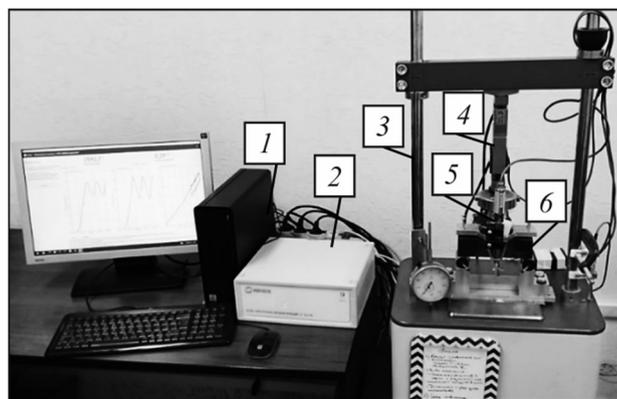


Рис. 1. Экспериментальная установка: 1 — персональный компьютер; 2 — блок управления пресса; 3 — пресс; 4 — тензометрический динамометр; 5 — преобразователи линейных перемещений LVDT; 6 — образец горной породы

При испытании задавались пределы и скорости перемещения рамы. Полученные длительности циклов пересчитывались в частоты как обратные величины. Отметим, что деформации изгиба непосредственно на образцах существенно ниже перемещений рамы. Образцы пород имели размеры $150 \times 40 \times 40$ мм (рис. 2): LM — известняк; DLM — доломит; MRB — мрамор; G — габбро. Для образца G1 при подборе режимов испытаний на каждом пике перемещения рамы проведено по три цикла нагрузки–разгрузки, для остальных образцов на каждом пике перемещения рамы — по шесть циклов.



Рис. 2. Образцы известняка (а), доломита (б), мрамора (в) и габбро (з)

В табл. 1 приведены границы деформирования образцов. Испытания проводились при двух диапазонах изгиба, задаваемых соответствующим перемещением рамы. Подбор диапазонов представлял определенные трудности, так как большие прогибы приводили к разрушению образцов еще до запланированного окончания испытаний. Перемещения в диапазонах с различными скоростями позволяли получать разные периоды циклов, которые затем пересчитывались в частоты.

ТАБЛИЦА 1. Режимы нагружения образцов

Порода	Образец	Границы перемещения рамы, мм	Скорость перемещения рамы, мм/мин	Частота, Гц
Известняк	LM001	0.05 – 0.15	от 0.15 до 4.0	от 0.0053 до 0.083
	LM001	0.0750 – 0.0175	от 0.15 до 4.0	от 0.0053 до 0.083
	LM002	0.05 – 0.15	от 0.15 до 4.0	от 0.0057 до 0.094
	LM002	0.0750 – 0.0175	от 0.15 до 4.0	от 0.0057 до 0.094
	LM003	0.05 – 0.15	от 0.15 до 4.0	от 0.0055 до 0.104
	LM003	0.0750 – 0.0175	от 0.15 до 4.0	от 0.0055 до 0.104
Доломит	DLM001	0.025 – 0.10	от 0.15 до 4.0	от 0.0058 до 0.909
	DLM002	0.025 – 0.10	от 0.15 до 4.0	от 0.0057 до 0.092
	DLM003	0.025 – 0.10	от 0.075 до 2.0	от 0.0031 до 0.067
	DLM004	0.025 – 0.10	от 0.075 до 2.0	от 0.0031 до 0.077
Мрамор	MRB001	0.10 – 0.20	от 0.10 до 2.5	от 0.0031 до 0.045
	MRB002	0.10 – 0.20	от 0.05 до 1.5	от 0.0024 до 0.062
	MRB003	0.05 – 0.15	от 0.25 до 1.5	от 0.0071 до 0.045
	MRB003	0.10 – 0.20	от 0.15 до 1.5	от 0.0051 до 0.045
	MRB004	0.05 – 0.15	от 0.15 до 1.0	от 0.0057 до 0.036
	MRB004	0.10 – 0.2	от 0.15 до 1.0	от 0.0057 до 0.036
Габбро	G1	0.2 – 0.3	от 0.1 до 1.0	от 0.0038 до 0.044
	G2	0.2 – 0.3	от 0.1 до 1.0	от 0.0038 до 0.044
	G2	0.3 – 0.4	от 0.1 до 1.0	от 0.0038 до 0.044
	G3	0.2 – 0.3	от 0.1 до 1.0	от 0.0038 до 0.044
	G3	0.3 – 0.4	от 0.1 до 1.0	от 0.0038 до 0.044

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Полные результаты испытаний приведены в наборе данных [37]. На рис. 3 представлен пример зависимости нагрузки F и прогиба y от времени t на одной скорости деформирования образца мрамора MRB003. Для расчета коэффициента потерь не использовались первые два цикла нагрузки–разгрузки каждого пика перемещения рамы, так как на них устанавливался стационарный режим для дальнейших циклов [38], а также последний цикл нагрузки–разгрузки для каждого пика перемещения рамы, на котором происходил переход на другие границы деформирования. Отмечались значительно меньшие перемещения, измеренные непосредственно на образце, по сравнению с задаваемыми перемещениями рамы, приведенными в табл. 1.

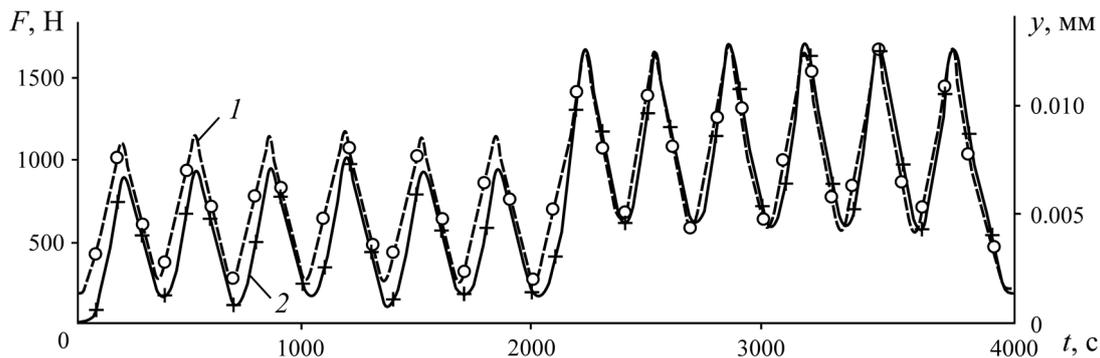


Рис. 3. Зависимость нагрузки F (1) и прогиба y (2) образца MRB003 от времени t на скорости перемещения рамы 0.5 мм/мин

Для каждого цикла нагрузки–разгрузки на каждой частоте воздействий строились петли гистерезиса. Затем проводилась центровка петли гистерезиса относительно средних перемещений y и нагрузки F , необходимая для снятия корректных приращений усилий изгиба F' при y_{\max} и F'' в точке пересечения гистерезисным эллипсом вертикальной оси. Одна из центрированных петель гистерезиса показана на рис. 4.

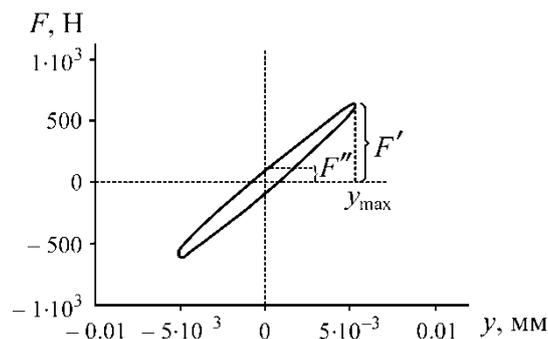


Рис. 4. Центрированная петля гистерезиса для одного цикла деформирования образца

В табл. 2 приведены коэффициенты рэлеевской модели α и β , полученные из аппроксимированных зависимостей, а также коэффициенты детерминации R^2 и вариации v . Отмечаются различные R^2 и v , характеризующие соответствие полученных данных уравнению (2). Максимальные R^2 и минимальные v , соответствующие лучшей аппроксимации, наблюдаются у известняка LM. Для доломита DLM отмечаются минимальные R^2 и максимальные v . Это соответствует худшей аппроксимации и объясняется большей трещиноватостью и меньшей прочно-

стью образцов доломита. Меньшее соответствие определяется наличием других видов механических потерь, не учитываемых рэлеевской моделью (2). Остальные породы демонстрируют большее соответствие рэлеевской модели потерь. Рэлеевская модель отвечает линейному режиму деформаций, а минимальная деформация ε образцов горных пород составила 10^{-5} , что на порядок больше принятых деформаций для использования линейного описания отклика горных пород [39].

ТАБЛИЦА 2. Параметры аналитических зависимостей коэффициента потерь от частоты

Образец	Границы перемещения рамы, мм	α , Гц	β , с	R^2	ν
LM001	0.05–0.15	0.002262	0.118	0.906	0.125
LM001	0.0750–0.0175	0.002544	0.092	0.968	0.080
LM002	0.05–0.15	0.002055	0.119	0.878	0.201
LM002	0.0750–0.0175	0.002298	0.015	0.788	0.205
LM003	0.05–0.15	0.000545	0.067	0.816	0.285
LM003	0.0750–0.0175	0.000448	0.102	0.912	0.236
DLM001	0.025–0.1	0.003941	0.133	0.323	0.351
DLM002	0.025–0.1	0.001747	0.026	0.323	0.458
DLM003	0.025–0.1	0.003968	0.283	0.549	0.291
DLM004	0.025–0.1	0.001733	0.372	0.479	0.415
MRB001	0.1–0.2	0.006733	0.607	0.941	0.101
MRB002	0.1–0.2	0.001806	0.277	0.521	0.262
MRB003	0.05–0.15	0.007743	1.783	0.912	0.100
MRB003	0.1–0.2	0.004550	1.513	0.920	0.117
MRB004	0.05–0.15	0.008465	1.458	0.717	0.102
MRB004	0.1–0.2	0.006672	1.273	0.593	0.136
G1	0.2–0.3	0.004210	0.324	0.839	0.376
G2	0.2–0.3	0.001817	0.159	0.646	0.210
G2	0.3–0.4	0.001211	0.095	0.928	0.109
G3	0.2–0.3	0.001546	0.053	0.790	0.240
G3	0.3–0.4	0.001372	0.515	0.859	0.164

На рис. 5 приведены примеры эмпирической и аналитической зависимости коэффициента потерь Q^{-1} от частоты f нагружения образцов известняка LM002, доломита DLM002, мрамора MRB001 и габбро G2 при разных перемещениях рамы.

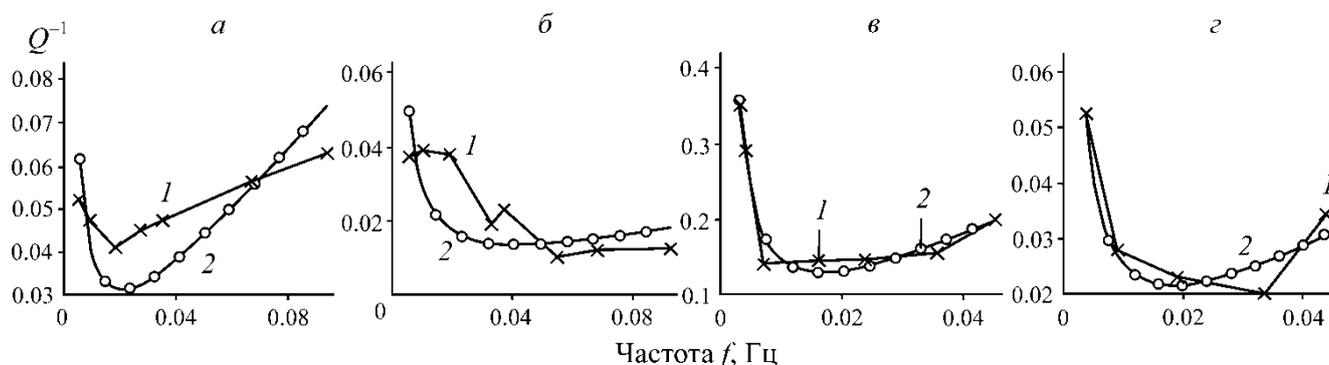


Рис. 5. Эмпирическая (1) и аналитическая (2) зависимости коэффициента потерь Q^{-1} от частоты f нагружения образца: а — известняк LM002 при перемещении рамы от 0.05 до 0.15 мм; б — доломит DLM002 при перемещении рамы от 0.025 до 0.100 мм; в — мрамор MRB001 при перемещении рамы от 0.1 до 0.2 мм; з — габбро G2 при перемещении рамы от 0.3 до 0.4 мм

Как следует из рис. 5б, в, для них характерна значительная горизонтальная или близкая к горизонтали протяженность участков, наблюдаемая выше 0.05 Гц для первого и выше 0.08 Гц для второго образца. Такая особенность отмечается в [40], где проанализирована частотная зависимость коэффициента потерь рэлеевской модели. Запишем с незначительными изменениями уравнение движения:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + \{D(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{P(t)\}, \quad (3)$$

где $[M]$, $[K]$ — матрица массы и жесткости; $\{u(t)\}$ — вектор перемещения конструкции; $\{D(t)\} = (\alpha[M] + \beta[K])\{\dot{u}(t)\}$ — вектор демпфирования; $\{P(t)\}$ — вектор силового внешнего воздействия.

Рэлеевская модель потерь для системы с сосредоточенными параметрами имеет пропорциональную массе часть $\alpha[M]$ и пропорциональную жесткости $\beta[K]$ часть. В случае системы с распределенными параметрами они соответствуют плотности и модулю упругости. Коэффициенты α и β рассчитаны по экспериментальным данным (табл. 2). Поскольку сумма этих частей входит в качестве сомножителя в дифференциальное уравнение (3) при первой производной от перемещения, она характеризует вязкие потери. В то же время потери в материале при его деформировании не ограничиваются этим типом. Рэлеевская модель не учитывает наличие трения между поверхностями на микро- и макроуровнях, а также отвечает линейному режиму деформаций, что является причиной различий между экспериментальными результатами и теоретической моделью, используемой для аппроксимации.

ВЫВОДЫ

Внутренние механические потери наряду с прочностными и упругими свойствами играют важную роль в анализе воздействия упругих волн на массив горных пород. Они оцениваются коэффициентом потерь Q^{-1} , характеризующим переход части механической энергии в тепловую при упругих колебаниях. Внутренние механические потери в горных породах в низкочастотной области должны учитываться при анализе землетрясений, горных ударов, динамических явлений типа stick-slip и других схожих явлений, когда встречаются сейсмволны в диапазоне частот ниже 1 Гц.

Для зависимостей коэффициента потерь Q^{-1} от частоты в диапазоне 0.003–0.100 Гц, полученных на образцах известняка, доломита, мрамора и габбро, коэффициент детерминации близок к 1. Коэффициент вариации превышал 28.5% для образца G1, у остальных он значительно меньше. Это позволило сделать вывод об удовлетворительном качестве аппроксимации рэлеевской моделью потерь данных, полученных на образцах. В то же время некие отличия эмпирических и аналитических зависимостей друг от друга обусловлены тем, что рэлеевская модель описывает вязкие потери и не учитывает трение между поверхностями трещин и отвечает линейному режиму деформаций. Низкие коэффициенты детерминации зависимостей, полученных на образцах доломита, объясняются высокой степенью поврежденности образцов, нагрузками вблизи предела прочности и процессами разрушения, происходящими при этом. Свою роль в различиях теоретической и экспериментальной моделей играет также относительная деформация, максимальное значение которой по всем образцам составило 10^{-5} , что на порядок больше допустимых деформаций, принятых для использования линейного описания отклика горных пород.

Авторы выражают благодарность П. И. Дубинину за помощь в подготовке образцов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Головин И. С.** Неупругость, внутреннее трение и механическая спектроскопия металлических материалов. — М.: Изд. Дом НИТУ “МИСиС”, 2020. — 284 с.
2. **Mochugovskiy A. G., Mikhaylovskaya A. V., Zadorognyy M. Y., and Golovin I. S.** Effect of heat treatment on the grain size control, superplasticity, internal friction, and mechanical properties of zirconium-bearing aluminum-based alloy, *J. Alloys Compounds*, 2021, Vol. 856. — 157455.
3. **Blanter M. S., Golovin I. S., Neuhäuser H., and Sinning H. R.** Internal friction in metallic materials: A handbook, *Springer Ser. Mater. Sci*, 2007. — P. 901–935.
4. **Zhou G., Jiang H., Liu C., Huang H., Wei L., and Meng Z.** Effect of porous particle layer on damping capacity and storage modulus of AlSi30p/5052Al composites, *Mater. Lett.*, 2021, Vol. 300. — 130162.
5. **Zhou S., Yang Z., Zhang R., and Li F.** Preparation, characterization and rheological analysis of eco-friendly road geopolymer grouting materials based on volcanic ash and metakaolin, *J. Clean. Prod.*, 2021, Vol. 312. — 127822.
6. **Yang J., Ishikawa T., Lin T., Tokoro T., Nakamura T., and Momoya Y.** Influence of aging on hydro-mechanical behavior of unsaturated ballast, *Transp. Geotech.*, 2021, Vol. 27. — 100480.
7. **Kosilov A. T.** Dissipative properties of materials with thermoelastic martensite conversion, *Sov. Phys. J.*, 1985, Vol. 28. — P. 380–389.
8. **Krishnan R. V., Delaey L., Tas H., and Warlimont H.** Thermoplasticity, pseudoelasticity and the memory effects associated with martensitic transformations. Part 2. The macroscopic mechanical behaviour, *J. Materials Sci.*, 1974, Vol. 9. — P. 1536–1544.
9. **Schröder E. and Sievi A.** New measurement method for bending loss factor and the bending stiffness: Test method, *Proc. Forum Acusticum*, 2023, <https://doi.org/10.61782/fa.2023.0878>.
10. **Dessi C., Coppol S., and Vlassopoulos D.** Dynamic mechanical analysis with torsional rectangular geometry: A critical assessment of constrained warping models, *J. Rheology*, 2021, Vol. 65, No. 3. — P. 325–335.
11. **Voznesenskii A. S. and Ushakov E. I.** Temperature dependence of internal mechanical losses of gypsum stone with complex composition and structure, *J. Alloys Compounds*, 2022, Vol. 906 (II). — 164194.
12. **Liu Y. and Dai F.** A review of experimental and theoretical research on the deformation and failure behavior of rocks subjected to cyclic loading, *J. Rock Mech. Geotech. Eng.*, 2021, Vol. 13, No. 5. — P. 1203–1230.
13. **ГОСТ Р 56801-2015 (ИСО 6721-1:2011).** Пластмассы. Определение механических свойств при динамическом нагружении. Ч. 1. Общие принципы. — М.: Стандартинформ, 2016. — 23 с.
14. **Tang J., Fang B., and Lan Y.** Analysis of rock nonlinear deformation behavior with loading and unloading hysteresis effect, *Geoph. Prospecting*, 2014, Vol. 49, No. 6. — P. 1131–1137.
15. **Chen Y., Wang S., and Wang E.** Quantitative study on stress-strain hysteretic behaviors in rocks, *J. Rock Mech. Eng.*, 2007, Vol. 26, No. 2. — P. 4066–4073.
16. **Машинский Э. И.** Амплитудно-зависимый гистерезис скорости волны в горных породах в широком диапазоне частот: экспериментальное исследование // *Горн. науки и технологии*. — 2021. — Т. 6. — № 1. — С. 23–30.
17. **Петрушин Г. Д., Петрушина А. Г.** Определение площади петли механического гистерезиса с использованием математических моделей // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. — 2020. — Т. 86. — № 5. — С. 59–64.
18. **Dill E. H.** Method for mechanics of solids with ANSYS applications, London, New York, CRC Press. — 500 p.

19. **Morozov I. B., Deng W., and Cao D.** Mechanical analysis of viscoelastic models for Earth media, *Geophysical J. Int.*, 2020, Vol. 220, No. 3. — P. 1762–1773.
20. **Galvez F., Sorrentino L., Dizhur D., and Ingham J. M.** Damping considerations for rocking block dynamics using the discrete element method, *Earthquake Eng. Structural Dynamics*, 2022, Vol. 51, No. 4. — P. 935–957.
21. **Еременко А. А., Марысюк В. П., Конурич А. И., Дарбинян Т. П., Самосенко И. В.** Оценка сейсмической активности массива горных пород при обработке полиметаллического месторождения в сложных горных и гидрогеологических условиях // *ФТПРПИ*. — 2024. — № 4. — С. 52–57.
22. **Rudziński Ł., Mirek K., and Mirek J.** Rapid ground deformation corresponding to a mining-induced seismic event followed by a massive collapse, *Natural Hazards*, 2019, Vol. 96, No. 1. — P. 461–471.
23. **Jiao Y. Y., Wu K., Zou J., Zheng F., Zhang X., Wang C., Li X., and Zhang C.** On the strong earthquakes induced by deep coal mining under thick strata — a case study, *Geomech. Geoph. Geo-Energy Geo-Res.*, 2021, Vol. 7, No. 4.
24. **Yang J., Lu W., Jiang Q., Yao C., Jiang S., and Tian L.** A study on the vibration frequency of blasting excavation in highly stressed rock masses, *Rock Mech. Rock Eng.*, 2016, Vol. 49, No. 7. — P. 2825–2843.
25. **Yari M. and Bagherpour R.** Implementing acoustic frequency analysis for development the novel model of determining geomechanical features of igneous rocks using rotary drilling device, *Geotech. Geol. Eng.*, 2018, Vol. 36, No. 3. — P. 1805–1816.
26. **Лебедев А. В., Островский Л. А., Сутин А. М., Соустова И. А., Джонсон П. А.** Резонансная акустическая спектроскопия при низких добротностях // *Акустич. журн.* — 2003. — Т. 49. — № 1. — С. 81–87.
27. **Вознесенский А. С., Куткин Я. О., Красилов М. Н.** Взаимосвязь акустической добротности с прочностными свойствами известняков // *ФТПРПИ*. — 2015. — № 1. — С. 30–39.
28. **Peselnick L. and Zietz I.** Internal friction of fine-grained limestones at ultrasonic frequencies, *Geophysics*, 1959, Vol. 24, No. 2. — P. 209–369.
29. **Скоркина А. А., Гусев А. А.** Определение набора характерных частот очаговых спектров для субдукционных землетрясений Авачинского залива (Камчатка) // *Геология и геофизика*. — 2017. — Т. 58. — № 7. — С. 1057–1068.
30. **Дреннов А. Ф., Джурик В. И., Серебренников С. П., Брыжак Е. В., Дреннова Н. Н.** Основные параметры спектров ускорений при землетрясениях для байкальской рифтовой зоны // *Геология и геофизика*. — 2015. — Т. 56. — № 5. — С. 984–994.
31. **Mogi Y., Nakamura N., and Ota A.** Application of extended Rayleigh damping model to 3D frame analysis, *J. Structural Construction Eng.*, 2022, Vol. 6, No. 1.
32. **Кочарян Г. Г., Кишкина С. Б., Новиков В. А., Остапчук А. А.** Медленные перемещения по разломам: параметры, условия возникновения, перспективы исследований // *Геодинамика и тектонофизика*. — 2014 — Т. 5. — № 4. — С. 863–891.
33. **Lipovsky V. P. and Dunham E. M.** Tremor during ice-stream stick slip, *The Cryosphere*, 2016, Vol. 10. — P. 385–399.
34. **Черепанцев А. С.** Аппаратурно-методические особенности регистрации сверхмалых сейсмических сигналов в широкой полосе частот // *Вестн. КРАУНЦ. Науки о Земле*. — 2014. — № 1. — Вып. 23. — С. 50–57.
35. **Салюков В. С.** Внутренние механические потери в горных породах в низкочастотном диапазоне // *Проблемы освоения недр в XXI в. глазами молодых. Материалы XVI Междунар. науч. школы молодых ученых и специалистов*. — М.: ИПКОН РАН, 2023. — С. 140–142.

36. Ouchterlony F., Franklin J. A., Zongqi Sun, Atkinson B. K., Meredith P. G., Rummel F., Mfiller W., Nishimatsu Y., Takahashi H., Costin L. S., and Ingraffea A. R. Suggested methods for determining the fracture toughness of rock, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstracts, 1988, Vol. 25, No. 2. — P. 71–96.
37. Salukov V., Kutkin Y., and Voznesenskii A. Internal mechanical losses in rocks of different genesis, Mendeley Data, V1, DOI: 10.17632/83jvs6ynrn.1. URL: <https://data.mendeley.com/datasets/83jvs6ynrn/1>.
38. Салюков В. С., Вознесенский А. С., Куткин Я. О. Внутренние механические потери в габбро при периодических воздействиях в низкочастотном диапазоне // ГИАБ. — 2024. — № 11. — С. 64–74.
39. Руденко О. В. Гигантские нелинейности структурно-неоднородных сред и основы методов нелинейной акустической диагностики // Успехи физических наук. — 2006. — Т. 176. — № 1. — С. 77–95.
40. Nakamura N. Extended Rayleigh damping model, Front. Built Environ, 2016, Vol. 2, No. 14.

Поступила в редакцию 10/IV 2025

После доработки 28/IV 2025

Принята к публикации 16/V 2025