

УДК 532.526

## **Устойчивость высокоскоростного пограничного слоя на пластине с сублимацией графитового покрытия\***

**С.А. Гапонов, Б.В. Смородский**

*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: gaponov@itam.nsc.ru

В статье представлены результаты теоретического исследования характеристик сжимаемого пограничного слоя в условиях полета в атмосфере возвращаемых космических аппаратов при числах Маха набегающего потока  $6 \leq M \leq 10$  при сублимации материала поверхности плоской пластины. В качестве вещества сублимирующего покрытия принят углерод в виде графита. В силу того, что увеличение скорости полета приводит к повышению температуры поверхности, возрастает скорость уноса массы углерода, а температура стенки в результате испарения материала снижается в сравнении со случаем обтекания пластины без сублимации. Это приводит к повышению плотности газовой смеси в облаке паров сублимирующего вещества вблизи стенки, благодаря чему устойчивость высокоскоростного пограничного слоя по отношению к возмущениям первой моды повышается. Что касается второй моды, то уменьшение скорости ее пространственного нарастания при увеличении числа Маха набегающего потока замедляется за счет сублимации материала поверхности. Для оценки положения ламинарно-турбулентного перехода проводились расчеты по методу  $e^N$ . Расчеты показали, что при числе Маха  $M = 6$  сублимация поверхности не влияет на переход, который определяется ростом трехмерных возмущений первой моды. Повышение числа Маха до  $M = 8$  и выше приводит к тому, что темп роста возмущений вниз по потоку уменьшается, доминировать в переходе начинает двумерная вторая мода неустойчивости. Сублимация графитового покрытия оказывает дестабилизирующее влияние относительно возмущений второй моды, ускоряя тем самым переход пограничного слоя в турбулентное состояние.

**Ключевые слова:** высокоскоростной пограничный слой, гидродинамическая устойчивость, ламинарно-турбулентный переход, бинарная газовая смесь, сублимация.

### **Введение**

Необходимость исследования пограничного слоя в условиях уноса массы с обтекаемой поверхности стимулируется практическим требованием тепловой защиты элементов конструкции летательных аппаратов путем использования разрушаемых покрытий. Важность таких исследований, в частности, подчеркивалась в монографии [1], где отмечалось, что тепловая защита первых космических аппаратов была существенно

---

\* Работа выполнена в рамках государственного задания ИТПМ СО РАН.

преувеличена из-за недостаточности знаний ряда проблем аэротермодинамики. Одной из таких проблем является ламинарно-турбулентный переход пограничного слоя (ПС).

Вопросам ламинарно-турбулентного перехода уделяется большое внимание во всем мире. Общепринятым считается, что, по крайней мере, при малых внешних возмущениях ламинарно-турбулентный переход определяется неустойчивостью пограничного слоя. Основы теории устойчивости сверхзвуковых пограничных слоев были заложены еще в конце 40-х – начале 50-х годов прошлого столетия [2]. Последующие исследования устойчивости сверхзвуковых пограничных слоев подробно анализировались в работах [3–5]. Все эти исследования касались пограничных слоев однокомпонентного газа. Однако устойчивость и ламинарно-турбулентный переход в условиях абляции почти не изучались. На сегодняшний день по устойчивости высокоскоростного пограничного слоя конуса в условиях уноса массы с обтекаемой поверхности авторам известны только работы [6, 7]. В них рассматривался случай двумерных возмущений при числах Маха  $M = 16$  и  $20$ .

Многочисленные аналитические и численные исследования указывают на возможность качественного предсказания устойчивости и ламинарно-турбулентного перехода на основе простых свойств о распределении скорости и температуры в пограничном слое. Поэтому в качестве первого шага в настоящей работе проводятся исследования по влиянию сублимации материала пластины на параметры среднего течения в высокоскоростном пограничном слое. Полученные при этом результаты используются в расчетах характеристик устойчивости.

В результате абляции в ПС обтекаемой потоком воздуха модели впрыскиваются пары вещества поверхности в результате его испарения. В силу этого ПС уже не является однокомпонентным. Следовательно, необходимо рассматривать течение многокомпонентной смеси газов, в простейшем случае — бинарную смесь двух газов с различными теплофизическими свойствами. Уравнения ПС такой бинарной смеси в приближении локальной автомодельности были получены в работе [8] (см. также [9]) в рамках решения задачи о распределенной инжекции в ПС инородных газов через проницаемую поверхность. Эта система уравнений учитывает эффекты диффузии и термодиффузии примеси. В дальнейшем система была обобщена для учета испарения вещества поверхности в результате его сублимации [10]. При этом учитывались потери энергии потока на испарение.

Уравнения линейной устойчивости пограничного слоя бинарной газовой смеси были получены в работе [11] (см. также [9, 10]) в рамках решения задач о влиянии на устойчивость сверхзвуковых ПС распределенной инжекции тяжелых и легких газов и сублимации нафталинового покрытия. В представленной работе эти уравнения используются для исследования влияния испарения графитового теплозащитного покрытия на устойчивость и переход ПС в условиях высокоскоростного полета в атмосфере. Можно отметить, что рассматриваемая в настоящей работе задача является частью более общей проблемы о влиянии распределенного теплообмена на обтекаемой поверхности на устойчивость и переход пограничных слоев на возвращаемых космических аппаратах. В работе исследуется диапазон чисел Маха  $6 \leq M \leq 10$ , соответствующих стандартной траектории спуска [12].

### Основные уравнения пограничного слоя

Рассматривается пограничный слой на плоской пластине, поверхность которой покрыта сублимирующим материалом. Пластина обтекается сверхзвуковым потоком

воздуха. С учетом сублимации в пограничном слое образуется бинарная смесь (воздух + пары сублимирующего вещества), течение которой при пренебрежении влиянием термодиффузии описывается системой уравнений [13]:

$$\frac{\partial(U\rho)}{\partial s} + \frac{\partial(V\rho)}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left( U \frac{\partial U}{\partial s} + V \frac{\partial U}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P_e}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial y} \right), \quad (2)$$

$$\rho \left( U \frac{\partial h}{\partial s} + V \frac{\partial h}{\partial y} \right) = U \frac{\partial P_e}{\partial s} - \frac{\partial q}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2, \quad (3)$$

$$\rho \left( U \frac{\partial c_1}{\partial s} + V \frac{\partial c_1}{\partial y} \right) = -\frac{\partial j_1}{\partial y}, \quad (4)$$

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + (m_2 - m_1) c_1}, \quad P = \frac{\rho R T}{m} = \rho \tilde{R} T, \quad (5)$$

где

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + (h_1 - h_2) j, \quad j_1 = -\rho D_{12} \frac{\partial c_1}{\partial y}. \quad (6)$$

Здесь  $U, V$  — скорости смеси в  $s$ - и  $y$ -направлениях,  $\rho$  — плотность,  $h$  — удельная энтальпия на единицу массы,  $P$  — давление,  $T$  — температура,  $q$  и  $j_1$  — тепловой и массовый потоки примеси в  $y$ -направлении,  $c_1$  — массовая концентрация примеси,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $\mu, \lambda, D_{12}$  — коэффициенты динамической вязкости, теплопроводности и диффузии, индексом  $e$  здесь и далее обозначаются значения соответствующей переменной, взятые на внешней границе пограничного слоя.

Предполагая процесс сублимирования достаточно медленным, будем считать форму поверхности, обтекаемой модели неизменной. В отсутствии теплового потока к твердому телу, с учетом уравнения Кнудсена–Ленгмюра [14] и теплового баланса [15] на поверхности, система (1)–(6) решается при следующих граничных условиях на стенке:

$$U(0) = 0, \quad (7)$$

$$G_w = G(0) = a_1 \frac{P_1^{\text{sat}} - P_1}{\sqrt{2\pi R T(0)/m_1}}, \quad (8)$$

$$-Q + G_w (h_1 - h)_w - \left[ -\lambda \left( \frac{dT}{dy} \right) + (h_1 - h_2) j_1 \right]_w = 0, \quad (9)$$

$$\rho_w V_w (1 - c_{1,w}) = \rho_w D_{12,w} \left( \frac{\partial c_1}{\partial y} \right)_w, \quad (10)$$

где  $G_w$  — массовый поток сублимирующего вещества с поверхности, а нижний индекс  $w$  указывает, что значение соответствующей величины берется на стенке при  $y = 0$ . Из (8) видно, что величина  $G_w$  определяется разностью давления насыщенных паров сублиманта  $P_1^{\text{sat}}$  при температуре стенки  $T_w$  и парциального давления паров вещества

в пограничном слое непосредственно над поверхностью  $P_1$ ;  $a_1$  — безразмерный коэффициент аккомодации сублиманта,  $m_1$  — молекулярный вес сублимирующего вещества,  $Q = H_{sg} G_w$  — количество тепла, затрачиваемого на испарение вещества покрытия,  $H_{sg}$  — энтальпия сублимации.

Граничные условия на внешней границе пограничного слоя имеют вид:

$$(U, T) \rightarrow (U_e, T_e), \quad c_1 \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad y \rightarrow \infty. \quad (11)$$

Зависимость давления насыщенных паров от температуры сублимирующего покрытия  $P_1^s = P_1^s(T_w)$  определяется уравнением Клапейрона – Клаузиуса [14]:

$$\ln \left( \frac{P_1^s}{P_{TP,1}} \right) = \frac{H_{sg} m_1}{R} \left( \frac{1}{T_{TP,1}} - \frac{1}{T_w} \right), \quad (12)$$

где  $P_{TP,1}$ ,  $T_{TP,1}$  — давление и температура паров сублиманта в тройной точке. Парциальное давление испаряющегося материала определяется по формуле:

$$P_1 = \frac{c_1 m}{m_1} P = \frac{c_1 m_2}{m_1 + (m_2 - m_1) c_1} P, \quad (13)$$

где  $P$  — давление вне пограничного слоя.

Зависимость коэффициентов переноса — вязкости, теплопроводности — и диффузия рассчитывались на основании кинетической теории в рамках потенциала Леннард – Джонса [16].

### Локально-автомодельные уравнения двумерного пограничного слоя

Уравнения пограничного слоя (1)–(4) приводились к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием автомодельной координаты  $\bar{y} = y/\delta$  [8, 17], где  $\delta = \sqrt{\mu_e x / \rho_e U_e}$  — масштаб Блазиуса сжимаемого пограничного слоя:

$$\begin{aligned} \frac{dz_1}{d\bar{y}} &= \frac{\bar{\rho} z_3}{2}, \quad \frac{dz_2}{d\bar{y}} = -\frac{z_1 z_2}{\bar{\mu}}, \quad \frac{dz_3}{d\bar{y}} = \frac{z_2}{\bar{\mu}}, \\ \frac{dz_4}{d\bar{y}} &= z_1 \frac{d\bar{h}}{d\bar{y}} + (\gamma - 1) M_e^2 \bar{\mu} z_2^2, \\ \frac{dz_5}{d\bar{y}} &= \frac{1}{\bar{\lambda}} \left\{ -z_4 + (c_{p1}/c_{p2} - 1) z_5 z_6 \right\}, \\ \frac{dz_6}{d\bar{y}} &= -\frac{z_1 z_6}{\bar{\rho} \bar{D}_{12}}, \quad \frac{dz_7}{d\bar{y}} = -\frac{z_6}{\bar{\rho} \bar{D}_{12}}, \end{aligned} \quad (14)$$

здесь  $z_1 = F$ ,  $z_2 = \bar{\mu}(d\bar{U}/d\bar{y})$ ,  $z_3 = \bar{U}$ ,  $z_4 = \bar{q}$ ,  $z_5 = \bar{T}$ ,  $z_6 = \bar{j}$ ,  $z_7 = c_1$ ,  $\bar{q}(\bar{y}) = \text{Re} \frac{1}{\rho_e U_e h_e} q$ ,

$\bar{j}_1 = \text{Re} \frac{j_1}{\rho_e u_e}$ ,  $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\mu_e C_{pe}}$ ,  $\bar{D}_{12} = \frac{\rho_e D_{12}}{\mu_e}$ ,  $\text{Re} = \sqrt{\frac{\rho_e U_e}{\mu_e} x} = \sqrt{\text{Re}_1 x}$ , а скорость  $\bar{U}$ , плот-

ность  $\bar{\rho}$ , вязкость  $\bar{\mu}$ , энтальпия  $\bar{h}$  — безразмерные величины, отнесенные к соответствующим значениям вне пограничного слоя,  $M_e$  — число Маха потока на внешней границе пограничного слоя.

Граничные условия на поверхности (7)–(10) записываются в виде:

$$\bar{U}(0) = 0, \quad (15)$$

$$-F_w = \frac{G_w}{\rho_e U_e} \text{Re}, \quad (16)$$

$$\text{Re} \left( \bar{Q} + \bar{G}(\bar{h} - \bar{h}_1) \right)_w - \left( \bar{\lambda} \frac{d\bar{T}}{dy} + (\bar{h}_1 - \bar{h}_2) \bar{j}_1 \right)_w = 0, \quad (17)$$

$$\bar{G} \text{Re}(1 - c_1(0)) = \left( \bar{\rho} \bar{D}_{12} \frac{\partial c_1}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (18)$$

Можно видеть, что в граничных условиях (15)–(18) балансы массы и энергии на поверхности оказываются связанными, поскольку массовый расход паров сублиманта по нормали к стенке  $G_w$  зависит от температуры, а сам он включен в условие теплового баланса (17) и входит в выражение, связывающее концентрацию примеси  $c_1$  с диффузионным массовым потоком сублиманта (18).

В настоящей работе уравнения (14) интегрировались численно с помощью метода Рунге–Кутты четвертого порядка точности. Для нахождения решения, удовлетворяющего граничным условиям (11, 15–18), применялись метод стрельбы и итерационный алгоритм Ньютона.

### Линейная теория устойчивости

Линейная теория устойчивости пограничного слоя бинарной смеси газов была разработана ранее и представлена в работе [11] (см. также [9, 10]). Линеаризуя безразмерные уравнения движения вязкой теплопроводной бинарной газовой смеси для возмущений в виде бегущих гармонических волн вида  $q'(x, y, z, t) = \tilde{q}(y) \exp(i(\alpha x + \beta z - \alpha C t))$  в приближении локальной параллельности среднего течения (пренебрегая изменениями среднего движения в продольном направлении), получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ):

$$\begin{aligned} i\alpha(U - C)\tilde{\rho} + \frac{d\rho}{dy}\tilde{v} + \rho \left( i(\alpha\tilde{u} + \beta\tilde{w}) + \frac{d\tilde{v}}{dy} \right) &= 0, \\ \rho \left( i\alpha(U - C)\tilde{u} + \frac{dU}{dy}\tilde{v} \right) &= -\frac{i\alpha\tilde{p}}{\gamma_e M_e^2} + \frac{\mu}{\text{Re}} \frac{d^2\tilde{u}}{dy^2}, \quad \rho i\alpha(U - C)\tilde{v} = -\frac{1}{\gamma_e M_e^2} \frac{d\tilde{p}}{dy}, \\ \rho i\alpha(U - C)\tilde{w} &= -\frac{i\beta\tilde{p}}{\gamma_e M_e^2} + \frac{\mu}{\text{Re}} \frac{d^2\tilde{w}}{dy^2}, \quad i\alpha(U - C)\tilde{c} + \frac{dc}{dy}\tilde{v} = \frac{\mu}{\text{Re Sm}} \frac{d^2\tilde{c}}{dy^2}, \\ \rho \left( i\alpha(U - C)\tilde{h} + \frac{dH}{dy}\tilde{v} \right) &= \frac{\gamma_e - 1}{\gamma_e} i\alpha(U - C)\tilde{p} + \frac{\mu}{\text{Re Pr}} \frac{d^2\tilde{h}}{dy^2} + \frac{\mu}{\text{Re}} (h_1 - h_2) \left( \frac{1}{\text{Sm}} - \frac{1}{\text{Pr}} \right) \frac{d^2\tilde{c}}{dy^2}, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — продольное и трансверсальное (в  $x$ - и  $z$ -направлениях) волновые числа,  $\omega = \alpha C = \omega^* \delta / U_e = 2\pi f \delta / U_e$  — безразмерная частота возмущения,  $f$  — размерная частота в герцах, связанная с безразмерным частотным параметром  $F$  посредством формулы  $F = 10^6 2\pi f \mu_e / \rho_e U_e^2$ ;  $\text{Pr} = \mu C_p / \lambda$  — число Прандтля,  $C_p$  — теплоемкость при постоянном давлении,  $\text{Sm} = \mu / \rho D_{12}$  — число Шмидта. Искомый вектор возмущения  $\tilde{q}(y) = (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{p}, \tilde{h}, \tilde{c})^T$  составлен из амплитуд пульсаций трех компонент скорости, давления, энтальпии и концентрации примеси (паров сублимирующего вещества).

Система (19) редуцировалась затем к системе десяти однородных ОДУ первого порядка для вектора  $\tilde{\varphi} = (\tilde{\varphi}_1, \dots, \tilde{\varphi}_{10})^T = (\tilde{u}, \tilde{u}', \tilde{v}, \tilde{p}, \tilde{w}, \tilde{w}', \tilde{h}, \tilde{h}', \tilde{c}_1, \tilde{j})^T$ , где  $\tilde{j}$  — возмущение диффузионного потока массы примеси, а штрихом обозначена производная по нормальной к поверхности координаты  $y$ . Полученная таким образом система ОДУ дополняется следующим набором из десяти однородных граничных условий на обтекаемой поверхности и на внешней границе пограничного слоя:

$$\begin{aligned} \left( \tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{h}, f_w \tilde{c} + \rho_w D_{12} \frac{d\tilde{c}}{dy} \right) &= 0, \quad (y=0), \\ (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{h}, \tilde{c}) &\rightarrow 0, \quad (y \rightarrow \infty). \end{aligned} \quad (20)$$

Последнее условие для  $\tilde{c}_1(0)$  в (20) выводится из (10) для флуктуации концентрации примеси.

В настоящей работе исследуется пространственная задача устойчивости, поэтому  $\omega$  и  $\beta$  предполагаются вещественными, а  $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$  — комплексными числами. При этом мнимая часть продольного волнового числа определяет скорость пространственного изменения амплитуды волнового возмущения. При  $-\alpha_i > 0$  амплитуда растет вниз по потоку (течение неустойчиво), тогда как при  $-\alpha_i \leq 0$  волны затухают с ростом  $x$  (течение устойчиво).

Уравнения (19) в совокупности с граничными условиями (20) описывают развитие волновых нарастающих возмущений вниз по потоку в пограничном слое. Система (19) является по сути расширением известной системы уравнений устойчивости Дана–Линя [4], которая используется для однокомпонентных течений, и разработана для случая пограничного слоя бинарной смеси на сублимирующей поверхности. При этом система (19) отличается от системы Дана–Линя наличием дополнительного уравнения для концентрации испаряющегося материала (предпоследнее уравнение в (19)). Система (19)–(20) представляет собой задачу на собственные значения, которая в настоящей работе интегрировалась численно с помощью метода ортогонализаций [13]. При этом продольное волновое число  $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$  определялось как собственное значение задачи (19)–(20).

### Сублимация графита

В настоящей работе предполагается, что поверхность модели покрыта слоем вещества, способного к чистой сублимации (фазовому переходу от состояния твердого тела в газообразное, минуя жидкую фазу) в отсутствие других осложняющих анализ явлений, таких как химические реакции, диссоциация и ионизация. А в качестве материала

теплозащитного покрытия был выбран поликристаллический графит [18]. Графит как материал для аблирующего теплозащитного покрытия используется в течение многих лет, и его теплофизические характеристики хорошо известны и задокументированы [19]. Углерод обладает наивысшей температурой плавления среди известных тугоплавких элементов, что в сочетании с хорошими термopочностными характеристиками, малой плотностью и другими свойствами делает его весьма перспективным для использования в высокотемпературных устройствах современной техники [20].

При сублимации графита в пограничный слой инжектируются полимерные молекулы углерода от  $C_1$  до  $C_{16}$  [21, 22] и даже выше, в зависимости от температуры. В работе [23] отмечалось, что при давлении порядка  $10^{-6}$  атм основными в этом процессе являются атомы углерода  $C_1$ . С ростом давления вдоль линии сублимации последовательно увеличиваются вклады молекул  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$ ,  $C_5$ ,  $C_6$ , и  $C_7$  [24]. Для практических приложений важными являются только  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$  [18], среди которых молекула  $C_3$  доминирует в составе инжектируемых паров при  $T > 2000$  К [24]. Поэтому в настоящей работе в качестве первого приближения будем ограничиваться предположением о том, что облако паров углерода над сублимирующей поверхностью целиком состоит только из молекул  $C_3$ . В этом случае газ углерода будет представлять собой вещество с молекулярным весом  $m_1 = 3 \cdot 12 = 36$ , что немного больше, чем у воздуха.

Необходимые для аэродинамических расчетов параметры атмосферы задаются таблицей стандартной атмосферы. В этой таблице содержатся значения плотности, давления, температуры и некоторых других параметров в зависимости от высоты над поверхностью Земли. При решении задач, связанных с возвращением космического корабля на Землю, важны уточненные данные о параметрах атмосферы до 300 км. Такие данные приводились, например, в исследовании [25].

В работе [12] была представлена высотная карта траекторий движения возвращаемых с орбиты аппаратов при их спуске в атмосфере Земли. На этой карте показано, что на высоте  $h = 40$  км спускаемые аппараты движутся со скоростями, соответствующими диапазону чисел Маха  $6 < M_\infty < 10$ . Поэтому в настоящей работе расчеты проводились для пограничного слоя на плоской пластине, обтекаемой потоком воздуха с числами Маха  $6 \leq M_\infty \leq 10$ , при значениях статических температуры и давления потока, определяемых по таблицам из публикации [25] для высоты  $h = 40$  км.

Табличные данные зависимостей теплоемкости, энтропии, энтальпии графита и компоненты паров углерода  $C_3$  от температуры можно найти в исследовании [26]. Аппроксимирующие аналитические зависимости для них, которые использовались в настоящей работе, были представлены в публикации [27].

Силовые параметры потенциала Леннард–Джонса для молекул  $C_3$ , необходимые для вычисления коэффициентов переноса, определялись на основании подхода [28]. В результате было получено, что диаметр столкновения молекул  $C_3$  составляет  $\sigma_1 \approx 4,43$  ангстрем, и  $\varepsilon/k_1 \approx 88,7$  К. Величина энтальпии сублимации молекул  $C_3$   $H_{sg} = 201$  ккал/моль, а коэффициент аккомодации в (8)  $a_1 = 0,023$  [21]. В настоящей работе давление пара  $C_3$  определялось не только по уравнению Клапейрона–Клаузиуса (12), а также при помощи приближенных формул, аппроксимирующих экспериментальные зависимости  $P_1^s(T)$  [29].

### Результаты. Средний поток

Результаты расчетов представлены ниже в безразмерном виде: различные физические величины отнесены к своим значениям на внешней границе пограничного слоя, а расстояние от стенки — к масштабу Блазиуса  $\delta$ .

На рис. 1а–1е показано распределение основных параметров пограничного слоя — продольной скорости  $U$ , температуры  $T$ , концентрации примеси  $c_1$ , плотности  $\bar{\rho}$ , теплового потока  $\bar{q}$  и величины  $\bar{\rho} d\bar{U}/d\bar{y}$  поперек слоя (в зависимости от нормальной координаты  $\bar{y} = y/\delta$ ) — рассчитанных для различных чисел Маха  $M_\infty$  набегающего потока

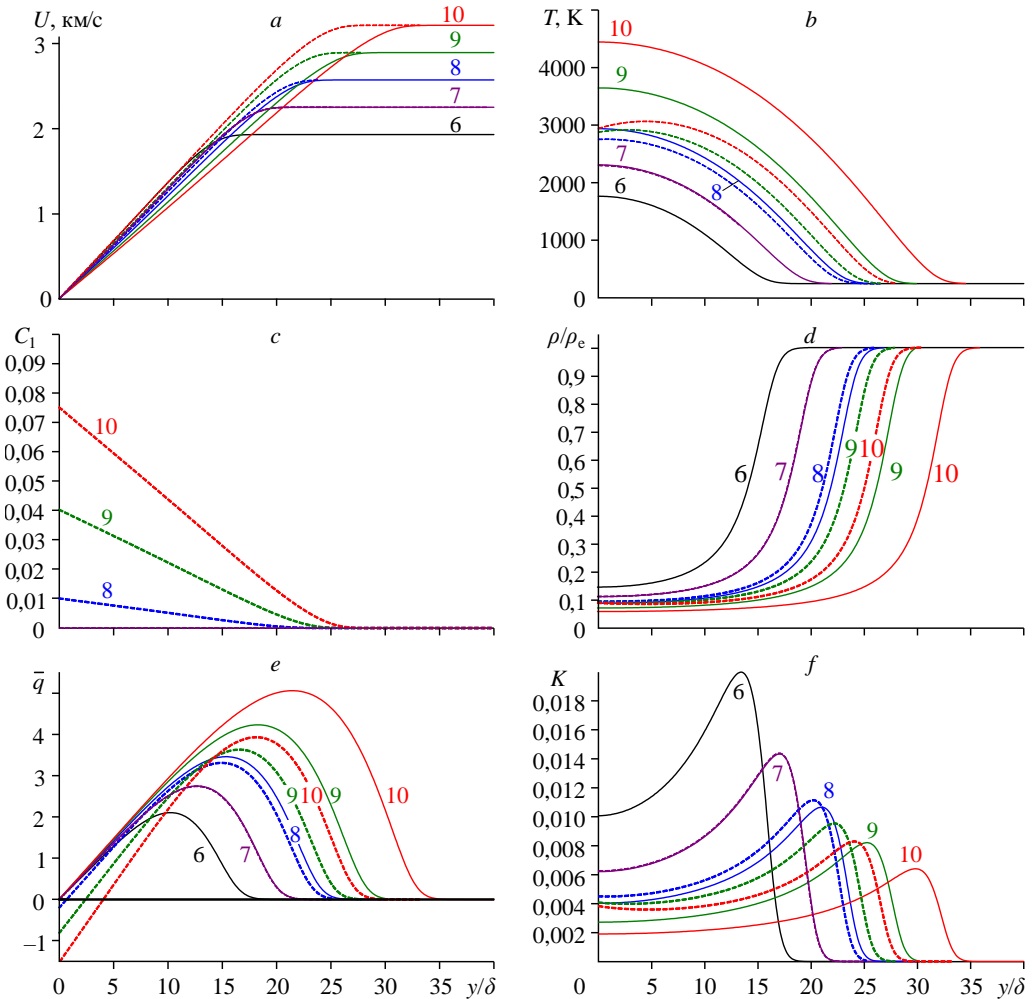


Рис. 1. Пограничный слой на адиабатической стенке при различных значениях числа Маха  $M_\infty$

и температуры торможения  $T_0$ : профили продольной скорости  $U = U(\bar{y})$  [м/с] (а), температуры  $T = T(\bar{y})$  [К] (b), концентрации примеси (паров углерода  $C_3$ )  $c_1 = c_1(\bar{y})$  (c), плотности  $\rho = \rho(\bar{y})$  (d), теплового потока  $\bar{q} = \bar{q}(\bar{y})$  (e), величины  $\kappa = \bar{\rho} d\bar{U}/d\bar{y}$  (f).

На графиках в качестве обозначений отдельных кривых приводятся соответствующие значения числа Маха  $M_\infty$ ; сплошные линии — теплоизолированная поверхность, штриховые — адиабатическая пластина с сублимацией графитового покрытия.

для условий полета на высоте  $h = 40$  км. Сплошными линиями показаны результаты расчетов на несублимирующей поверхности, тогда как штриховые линии показывают рассчитанный пограничный слой на плоской пластине с графитовым покрытием. Обозначения кривых соответствуют числам Маха  $M_\infty = 6, 7, 8, 9, 10$ .

На рис. 1а приведены распределения размерной продольной скорости поперек пограничного слоя  $U = U(\bar{y})$  [км/с]. Видно, что увеличение скорости полета (числа  $M_\infty$ ) в отсутствие сублимации поверхности приводит к увеличению температуры торможения потока и толщины пограничного слоя в безразмерных координатах. Сравнивая сплошные и штриховые линии одного цвета на рис. 1а, можно видеть, что сублимация графитовой поверхности приводит к некоторому уменьшению толщины пограничного слоя.

Рисунок 1б демонстрирует рассчитанные профили размерной температуры  $T = T(\bar{y})$  [К]. Видно, что в отсутствие сублимации (сплошные линии) рост числа  $M_\infty$  от 6 до 10 приводит к значительному увеличению температуры адиабатической стенки  $T_w = T(y=0)$ : от 1800 до 4500 К. На графитовой пластине это повышение  $T_w$  оказывается не таким большим, т.к. испарение углерода с поверхности приводит к ее заметному охлаждению. Если при  $M_\infty = 6$  и 7 сплошные и штриховые линии  $T = T(\bar{y})$  на рис. 1б сливаются, что свидетельствует о том, что при этих скоростях полета ( $U_\infty < 2,3$  км/с, рис. 1а) влияние сублимации несущественно, то уже при  $M_\infty = 8$  ( $U_\infty \approx 2,6$  км/с, рис. 1а) охлаждение поверхности за счет ее испарения становится заметным. А при  $M_\infty = 10$  ( $U_\infty \approx 3,2$  км/с, рис. 1а) сублимация графита приводит к существенному снижению температуры адиабатической стенки: с  $T_w \approx 4500$  К до  $T_w \approx 3000$  К (см. для сравнения красные сплошную и штриховую кривые). При этом также заметно уменьшение толщины пограничного слоя на графитовой поверхности по сравнению с несублимирующей поверхностью.

Рисунок 1с показывает, что увеличение скорости полета от  $M_\infty = 6$  до 10 последовательно приводит к увеличению интенсивности испарения вещества поверхности (в соответствии с (8), (12)). В результате этого концентрация паров примеси в пограничном слое повышается от значений, близких к нулю (при  $M_\infty \leq 7$  испарения почти нет), до значений  $c_{1w} \approx 7,5\%$  при  $M_\infty = 10$ . Можно отметить, что даже такой сравнительно небольшой выход атомов углерода с обтекаемой поверхности в газовую фазу существенно влияет на пограничный слой, приводя к заметному охлаждению пограничного слоя бинарной смеси газов (рис. 1б). Причиной этого является высокое значение энтальпии сублимации  $H_{sg}$  молекул  $C_3$ .

Поперечные профили  $\bar{\rho} = \bar{\rho}(\bar{y})$  (рис. 1д) демонстрируют уменьшение плотности при движении от внешней границы пограничного слоя к стенке. Рост числа  $M_\infty$  от 6 до 10 в отсутствие сублимации приводит к уменьшению плотности на стенке  $\bar{\rho}_w = \frac{\rho}{\rho_e}(y=0)$  от величины 0,15 до 0,06, (сплошные кривые на рис. 1д). Включение сублимации поверхности, напротив, приводит к повышению плотности в полтора раза: от  $\bar{\rho}_w \approx 0,06$  до 0,09 при  $M_\infty = 10$ . Это происходит за счет того, что испаряющееся вещество уносит значительную энергию, вследствие чего имеет место сильное охлаждение поверхности (красные сплошная и штриховая линии на рис. 1б).

На рис. 1е показано распределение поперек слоя полного безразмерного теплового потока  $\bar{q} = \bar{q}(\bar{y})$  (6). Видно, что в отсутствие сублимации на адиабатической стенке  $\bar{q}_w = \bar{q}(0) = 0$ . Тепловой поток  $\bar{q} = \bar{q}(\bar{y})$  достигает максимума внутри пограничного слоя при значениях координаты  $10 < \bar{y} < 22$  в слое максимального градиента температуры (сплошные линии рис. 1б). На графитовой поверхности (штриховые линии рис. 1е)  $\bar{q}_w < 0$ , т.е. тепловой поток направлен к стенке, которая, однако, при этом не нагревается, поскольку все приходящее тепло  $\bar{q}_w$  расходуется на испарение материала поверхности (тепловые граничные условия (10), (17)). При этом  $|\bar{q}_w|$  растет с увеличением  $M_\infty$ .

Величина  $\bar{\rho} d\bar{U}/d\bar{y}$ , графики которой изображены на рис. 1г, демонстрирует наличие в профилях среднего течения обобщенной точки перегиба (экстремумы указанной функции). Это свидетельствует о возможной невязкой неустойчивости рассматриваемого течения. Видно, что с увеличением числа Маха положение обобщенной точки перегиба удаляется от обтекаемой поверхности.

На рис. 2 верхняя линия 1 представляет собой зависимость температуры торможения потока  $T_0$  от числа Маха. Линия 2 отвечает температуре адиабатической стенки в отсутствие сублимации  $T_{aw}$ . Наконец, кривая 3 показывает температуру сублимирующего графитового покрытия поверхности модели  $T_{w,s}$ , рассчитанную на основании численного решения краевой задачи (11, 14, 15 – 18). Видно, что полет на высоте  $h = 40$  км при числах Маха  $6 \leq M_\infty \leq 10$  происходит при температурах торможения потока  $2000 \leq T_0 \leq 5500$  К. Рис. 2 позволяет оценить величину охлаждения поверхности модели за счет сублимации графитового покрытия. Видно, что  $T_{w,s} < T_{aw}$  при  $M_\infty \approx 7,5$  ( $T_0 = 3200$ ,  $T_w = 2600$  К). Дальнейший рост  $M_\infty$  приводит к тому, что температура графитовой поверхности становится заметно ниже температуры восстановления пластины в отсутствие сублимации. Так, при  $M_\infty = 9$   $T_{aw} - T_{w,s} > 1000$  К (вертикальная стрелка), а при  $M_\infty = 10$  разница температуры восстановления теплоизолированной пластины и температуры адиабатической сублимирующей поверхности превышает 1500 К. Таким образом, охлаждение поверхности за счет сублимации углерода становится достаточно сильным, а это, согласно выводам [10], способствует стабилизации пограничного слоя по отношению к возмущениям первой моды.

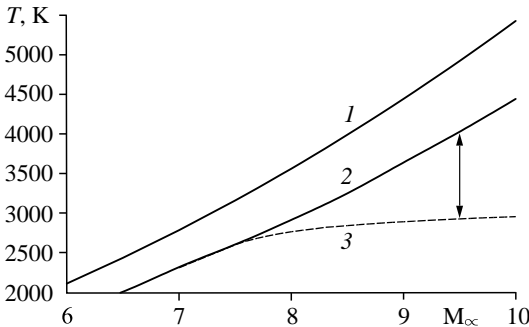


Рис. 2. Температура торможения  $T_0$ , температура восстановления теплоизолированной пластины в отсутствие сублимации  $T_{aw}$  и температура сублимирующего графитового покрытия  $T_{w,s}$  (кривые 1 – 3 соответственно) в зависимости от числа Маха  $M_\infty$ .

**Таблица 1**  
**Параметры рассчитанных вариантов**

$M_\infty$	6	7	8	9	10
$U_\infty$ , км/с	1,9	2,25	2,6	2,9	3,2
$T_0$ , К	2100	2790	3560	4440	5400
$P_0$ , бар	4,7	12,2	29	62,4	125
$Re_1 \cdot 10^{-6}$ , м <sup>-1</sup>	0,47	0,55	0,63	0,70	0,78

### Результаты. Устойчивость сублимирующего пограничного слоя

Расчеты устойчивости пограничного слоя проводились для плоской пластины, обтекаемой потоком воздуха с различными числами Маха. Было рассчитано несколько вариантов, основные параметры которых сведены в табл. 1. В строках этой таблицы приводятся значения числа Маха набегающего потока  $M_\infty$ , продольной скорости  $U_\infty$ , температуры торможения  $T_0$ , давления торможения  $P_0$  (два последних параметра определены по обычным формулам сжимаемого изэнтропического течения совершенного газа без учета явлений реального газа на основании таблиц стандартной атмосферы [25]), и единичного числа Рейнольдса  $Re_1$ . Рассмотренный диапазон полетных чисел Маха  $6 \leq M_\infty \leq 10$  перекрывает по ширине скоростной коридор для спускаемых космических аппаратов на  $h = 40$  км [12].

Перейдем к изложению результатов по устойчивости пограничного слоя. На рис. 3а приведены зависимости скоростей пространственного нарастания двумерных ( $\beta = 0$ ) возмущений от частотного параметра  $-\alpha_i(F)$ , (где  $F = 10^6 \cdot 2\pi f \mu_e / \rho_e U_e^2$ ,  $f$  — размерная частота [Гц]), рассчитанные при  $6 \leq M_\infty \leq 10$ ,  $Re = 1500$ . Кривые пронумерованы в соответствии со значением числа Маха набегающего потока, и также соответствуют данным табл. 1. Сплошными линиями показаны инкременты возмущений пограничного слоя на несублимирующей теплоизолированной поверхности, а штриховыми — на адиабатической плоской пластине с сублимацией графитового покрытия. Наибольшие скорости

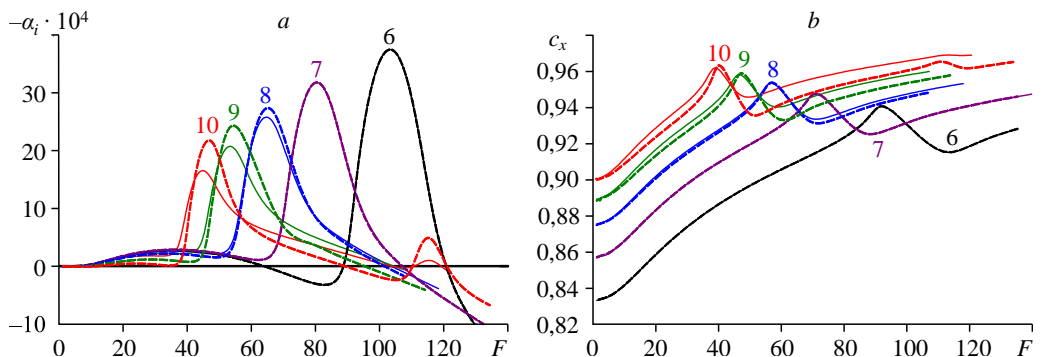


Рис. 3. Зависимость скоростей пространственного роста  $-\alpha_i = -\alpha_i(F)$  (а)

и фазовых скоростей  $c_x = c_x(F)$  (б) двумерных возмущений от частотного параметра  $F$ .

Номер кривой соответствует значению числа  $M_\infty$  (см. также табл. 1);  $Re = 1500$ ;  
сплошные линии — результаты расчетов на несублимирующей теплоизолированной поверхности,  
штриховые — данные расчетов на адиабатической плоской пластине с сублимацией графитового покрытия.

роста показывает вторая акустическая мода неустойчивости (пики при  $40 < F < 110$ ). В то же время низкочастотная вихревая первая мода ( $F < 50$ ) имеет намного меньшие инкременты роста. При  $M_\infty = 10$  происходит дестабилизация третьей моды ( $F \approx 115$ ), однако последняя имеет малые скорости нарастания, вследствие чего она не будет вносить существенного вклада в процесс турбулизации течения. Графики на рис. 3 наглядно демонстрируют, что рост числа Маха приводит к уменьшению наиболее неустойчивых частот и стабилизации пограничного слоя, поскольку скорости роста возмущений второй моды уменьшаются. Вместе с тем сублимация, происходящая главным образом за счет охлаждения поверхности (рис. 1b) приводит к дестабилизации возмущений второй (и третьей) моды (это видно при сравнении сплошных и штриховых линий одного цвета) и к уменьшению скоростей роста первой моды. При  $M_\infty = 6$  и 7 сплошные и штриховые линии с графической точностью совпадают. Это означает, что при таких скоростях полета влияние сублимации пренебрежимо мало. Такой вывод совпадает с расчетами среднего течения в пограничном слое (рис. 1). На рис. 3b приводятся графики зависимости фазовых скоростей возмущений от частотного параметра  $c_x = c_x(F)$ . Видно, что сублимация графитового покрытия приводит к некоторому уменьшению фазовых скоростей возмущений. При этом общий тренд — увеличение фазовой скорости возмущения с ростом частоты — сменяется в частотном диапазоне неустойчивости второй моды (рис. 3a) на противоположный, когда  $c_x$  уменьшается с ростом  $F$ .

На рис. 4 представлены рассчитанные диаграммы устойчивости пограничного слоя в виде изолиний безразмерных скоростей пространственного нарастания возмущений  $-\alpha_i = -\alpha_i(F, \chi)$  на плоскости (частотный параметр  $F$  — угол ориентации волнового вектора возмущения  $\chi = \arctan(\beta/\alpha_r)$ ). Расчеты проводились для значения числа Рейнольдса  $Re = \sqrt{Re_1} x = 1500$  и значений числа Маха (см. табл. 1)  $M_\infty = 6, 8$  и 10 (рис. 4a, 4b, рис. 4c, 4d и рис. 4e, 4f соответственно). Рис. 4a, 4c, 4e соответствуют случаям без сублимации, 4a, 4b, 4d, 4f — случаям с учетом сублимации.

На приведенных диаграммах заполненная цветом область представляет собой диапазон неустойчивых параметров ( $-\alpha_i > 0$ ), внутри которого амплитуда возмущений нарастает при движении вниз по потоку. Цветовая схема, расположенная в правом верхнем углу каждого фрагмента рис. 4, позволяет оценить максимальные скорости роста возмущений  $-\alpha_{i,\max}$ . Отметим, что при числе Маха  $M_\infty = 6$  (рис. 4a, 4b) диаграммы устойчивости идентичны. Это означает, что при таких условиях влияние сублимации обтекаемой поверхности на устойчивость течения в пограничном слое пренебрежимо мало. Видно, что здесь имеются две отдельные области неустойчивости, соответствующие первой и второй модам. Эти области на плоскости  $(F, \chi)$  расположены в зонах ( $3 < F < 70, 0 \leq \chi < 75^\circ$ ) и ( $85 < F < 120, 0 \leq \chi < 40^\circ$ ) соответственно. При этом максимальные скорости роста первой и второй мод —  $-\alpha_{i,1,\max} = 12,7 \cdot 10^{-4}$  и  $-\alpha_{i,2,\max} = 37,4 \cdot 10^{-4}$  соответственно — имеют возмущения с  $F_{1,\max} \approx 18,3$ ,  $\chi_{1,\max} \approx 65^\circ$  и  $F_{2,\max} \approx 102,5$ ,  $\chi_{2,\max} = 0$ . Положения  $-\alpha_{i,\max}$  отмечены черными точками на диаграммах устойчивости. Таким образом, локальные скорости роста более высокочастотных возмущений второй моды более чем в три раза превосходят инкременты первой моды неустойчивости.

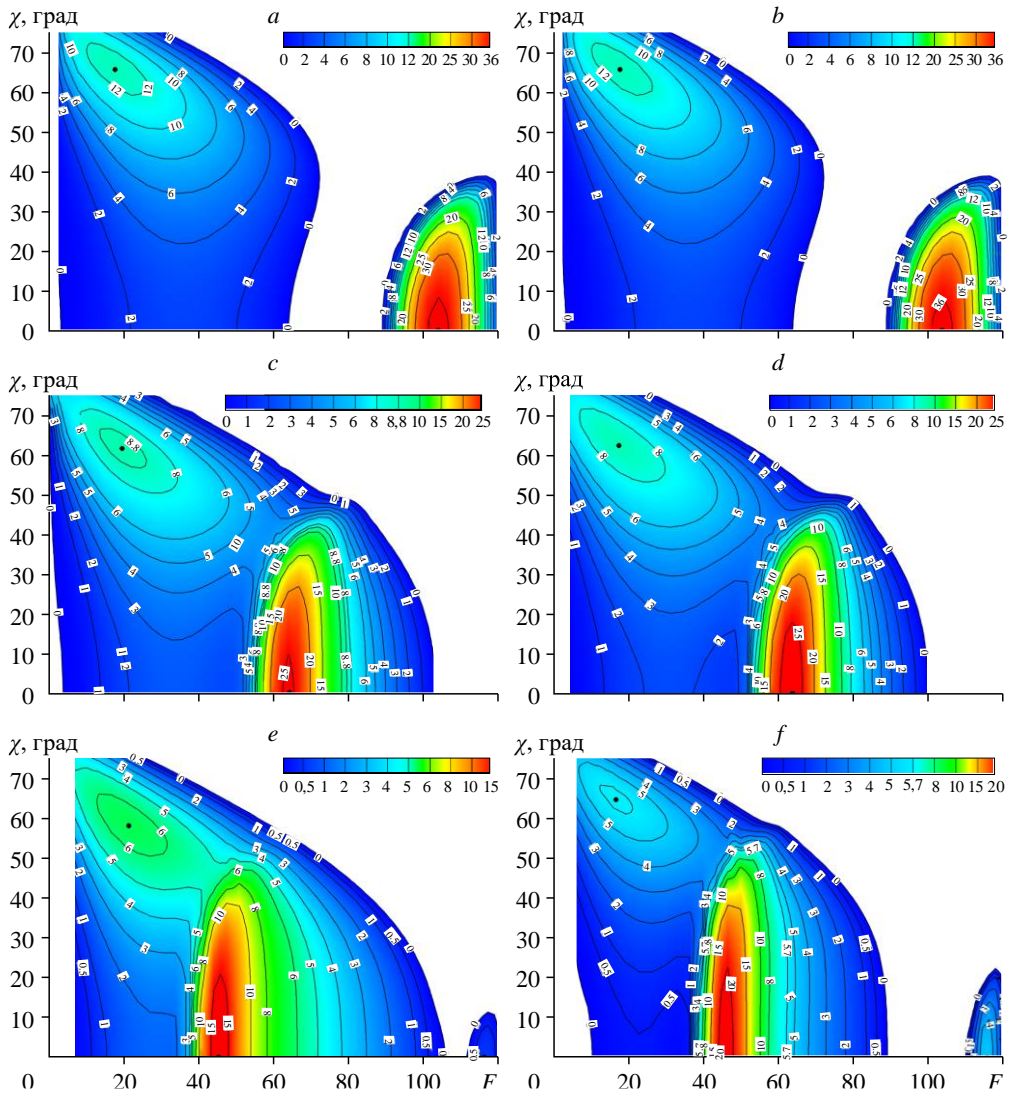


Рис. 4. Изолинии скоростей пространственного роста возмущений  $-\alpha_i = -\alpha_i(F, \chi) \cdot 10^4$ ,

рассчитанные для чисел Маха  $M_\infty = 6$  (a, b), 8 (c, d) и 10 (e, f)

в отсутствие сублимации (a, c, e) и с сублимацией графитового покрытия (b, d, f).

Увеличение числа Маха до  $M_\infty = 8$  в отсутствие сублимации (рис. 4c) и далее до  $M_\infty = 10$  (рис. 4e) приводит к тому, что две отдельные области неустойчивости первой и второй мод сливаются в одну за счет того, что вторая мода смещается в область более низких частот. Причем при  $M_\infty = 10$  дестабилизируется третья мода неустойчивости. Максимальные инкременты всех трех мод и их положение на диаграмме устойчивости для удобства сравнения сведены в табл. 2, где через косую черту приводятся результаты в отсутствие сублимации (рис. 4a, 4c, 4e) и с сублимацией графитового покрытия (рис. 4b, 4d, 4f). Видно, что увеличение скорости полета (числа Маха) приводит к уменьшению локальных скоростей пространственного роста первой и второй мод  $-\alpha_{i,\max}$ , а также заметному уменьшению частоты наиболее усиливающихся волн второй моды  $F_{2,\max}$ .

Таблица 2

Параметры мод с максимальными инкрементами

$M_\infty$	$-\alpha_{i,1,\max}10^4$	$F_{1,\max}$	$\chi_{1,\max}$	$-\alpha_{i,2,\max}10^4$	$F_{2,\max}$	$-\alpha_{i,3,\max}10^4$	$F_{3,\max}$
6	12,7	18,3	65	37,4	102,5	—	—
8	9/8,9	20,5	61,3	25,6/27,2	64,2	—	—
10	6,4/5,8	21,1	57,7	16,4/21,7	44,6	0,95/4,7	114

При этом вследствие сублимации материала обтекаемой поверхности наблюдается дополнительное уменьшение  $-\alpha_{i,1,\max}$  первой моды и дестабилизация второй моды (увеличение  $-\alpha_{i,1,\max}$ ), усиливающихся с ростом числа Маха.

На рис. 5 показаны диаграммы устойчивости пограничного слоя в виде изолиний безразмерных скоростей пространственного нарастания двумерных возмущений  $-\alpha_i = -\alpha_i(\text{Re}, F)$  на плоскости, где число Рейнольдса  $\text{Re}$  — частотный параметр  $F$ . Как и

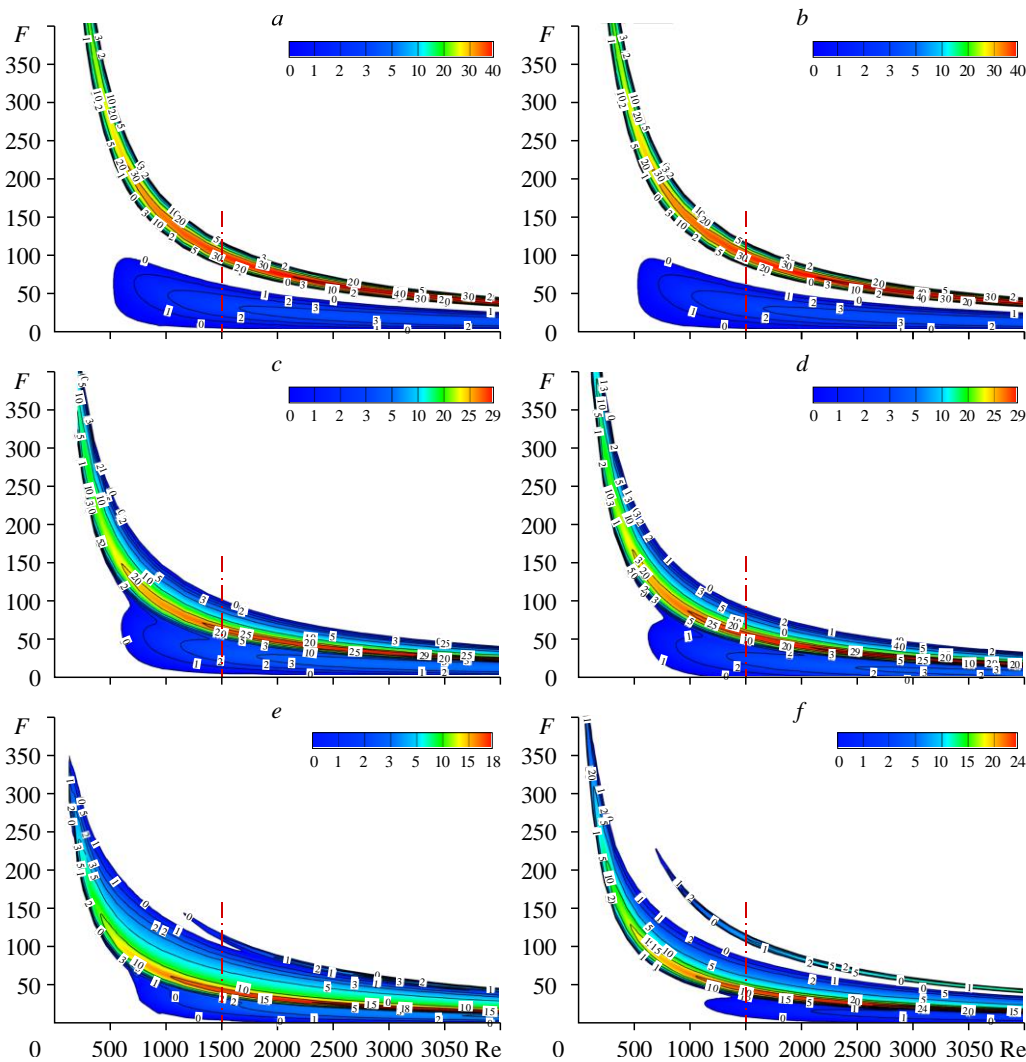


Рис. 5. Изолинии скоростей пространственного роста двумерных возмущений  $-\alpha_i = -\alpha_i(\text{Re}, F) \cdot 10^4$ , рассчитанные для чисел Маха  $M_\infty = 6$  (a, b), 8 (c, d), 10 (e, f) в отсутствие сублимации (a, c, e) и с сублимацией графитового покрытия (b, d, f).

ранее (см. рис. 4), расчеты проводились для чисел Маха (см. табл. 1)  $M_\infty = 6, 8$  и  $10$  (рис. 5a, 5b, рис. 5c, 5d и рис. 5e, 5f соответственно). При  $M_\infty = 6$  (рис. 5a, 5b) влияние сублимации материала обтекаемой поверхности мало, а диаграммы устойчивости идентичны. Наблюдаются две области неустойчивости. Нижняя и верхняя цветные полосы соответствуют первой и второй модам неустойчивости. Видно, что область неустойчивости второй моды составляет довольно узкую полосу, в результате чего каждая индивидуальная частота  $F$  будет усиливаться в очень ограниченном диапазоне  $Re$  или продольной координаты  $x$ . Возмущения более низкочастотной первой моды, напротив, могут усиливаться в гораздо большем диапазоне числе  $Re$ , однако имея при этом намного меньшие скорости пространственного нарастания в сравнении с пульсациями второй моды. Какая из двух представленных мод неустойчивости станет доминирующей в процессе линейно-турбулентного перехода высокоскоростного пограничного слоя, будет показано ниже.

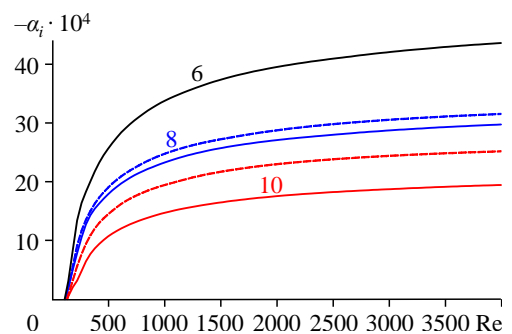
При увеличении числа Маха в отсутствие сублимации до  $8$  (рис. 5c) и  $10$  (рис. 5e) две отдельных области неустойчивости первой и второй мод сливаются в одну. При  $M_\infty = 10$  дестабилизируется третья мода, область неустойчивости которой при  $1200 < Re < 1700$  отделена от второй моды, а при  $Re > 1700$  сливается с последней. Цветовые схемы, приводимые в правом верхнем углу диаграмм устойчивости на рис. 5, позволяют видеть, что максимальные скорости роста возмущений  $-\alpha_{i,\max}$  уменьшаются с ростом  $M_\infty$  и увеличиваются вниз по потоку (рост числа Рейнольдса  $Re$ ). Скорости роста второй и третьей мод  $-\alpha_{i,2(3),\max}$  увеличиваются, а первой моды  $-\alpha_{i,1,\max}$  — уменьшаются вследствие сублимации поверхности. Сравнение диаграмм устойчивости при  $M_\infty = 10$  (рис. 5e, 5f) показывает, что сублимация графитового покрытия приводит к тому, что область неустойчивости третьей моды отщепляется от диапазона неустойчивости второй моды (по крайней мере, в рассматриваемом и приводимом на диаграммах устойчивости диапазоне  $Re$ ).

На рис. 6 показаны скорости пространственного нарастания возмущений второй моды вдоль линий максимальных инкрементов —  $-\alpha_{i,2,\max}(Re) = \max_{F, (\chi=0)} (-\alpha_{i,2}(F, \chi, Re))$ .

Обращает на себя внимание тот факт, что в условиях настоящей работы точка потери устойчивости наиболее неустойчивой второй моды при всех  $M_\infty$  приблизительно одинакова и ей соответствует  $Re_0 \approx 120$ . Видно, что рост числа Маха от  $6$  до  $10$  приводит к уменьшению скоростей нарастания второй моды, которые увеличиваются вниз по потоку с ростом числа  $Re$ . Также видно, что сублимация графитового покрытия приводит к дестабилизации второй моды, проявляющейся в увеличении инкрементов  $-\alpha_{i,2,\max}$  с ростом числа  $Re$ .

Рис. 6. Зависимость максимальных скоростей пространственного роста второй моды от числа Рейнольдса  $-\alpha_{i,\max}(Re)$ .

Обозначения кривых соответствует значениям числа  $M_\infty$  (см. также табл. 1); сплошные линии — для несублимирующей теплоизолированной поверхности, штриховые — для адиабатической плоской пластины с сублимацией графитового покрытия.



Таким образом, полученные на основе линейной теории устойчивости диаграммы устойчивости (рис. 5, 6) демонстрируют дестабилизирующее влияние сублимирующего графитового покрытия на устойчивость высокоскоростного пограничного слоя. Подтвердим этот вывод также расчетами кривых нарастания возмущений.

Линейная теория устойчивости позволяет оценивать положение ламинарно-турбулентного перехода с помощью известного метода  $e^N$  [30]. В этом подходе положение перехода определяется величиной коэффициента усиления возмущения, при котором первый достигает некоторого порогового значения  $e^N$ , где коэффициент  $N$  рассчитывается как интеграл от локальных скоростей пространственного нарастания воз-

мущений выбранных частот  $N_t = - \int_{Re_0}^{Re_t} 2 \operatorname{Im}(\alpha) d \operatorname{Re}$ . Здесь интегрирование проводится

от точки потери устойчивости  $Re_0$  для каждой конкретной частоты. Первоначально этот метод был разработан для двумерных пограничных слоев несжимаемой жидкости. После сравнения значений  $N$ , рассчитанных с использованием линейной теории устойчивости, и экспериментальных данных по переходу, было установлено, что переход происходит при  $N_t \approx 10$ . Удобство использования метода  $e^N$  для теоретических оценок положения перехода основано на предположении о постоянстве  $N_t$  ( $N_t = \text{const}$ ). Многочисленные попытки применения этого метода для пограничного слоя в различных условиях показали, что при малом уровне внешних возмущений этот метод оказывается весьма эффективным для оценки положения перехода. Однако значения  $N$ -фактора перехода варьировались в зависимости от различных условий (отражающих различную природу неустойчивости) и они имели различные значения в пределах  $7 < N_t < 11$ . Как показывает опыт, для высокоскоростных пограничных слоев  $N$ -фактор зависит от амплитуды возмущений свободного потока в рабочей части аэродинамической трубы. Так, величина  $N$ -фактора уменьшается с 8,1 до 2,6 при увеличении уровня внешних возмущений с 0,1 до 1 % [31]. Далее приводятся результаты расчетов, проведенных на основе метода  $e^N$ , в которых не задавались какие-то определенные значения  $N_t$ .

На рис. 7 изображены кривые нарастания амплитуд возмущений трехмерной первой и двумерной второй мод неустойчивости (синие штриховые и черные сплошные линии соответственно) различных частот в зависимости от числа Рейнольдса ( $N = \ln(A(\operatorname{Re})/A_0)$ ). При  $M_\infty = 6$  (рис. 7а) влияние сублимации пренебрежимо мало. Видно, что при выбранных в данной работе условиях темп роста вниз по потоку амплитуд возмущений первой и второй мод различен. Несмотря на то, что локальные скорости роста двумерных возмущений второй моды заметно выше в сравнении с трехмерными возмущениями первой моды (рис. 4, 5), первая мода опережает вторую по темпам роста амплитуды в силу того, что ее возмущения нарастают на гораздо более протяженных по  $Re$  отрезках. В результате, при числе Маха 6 трехмерные возмущения первой моды имеют опережающий рост по сравнению с двумерными возмущениями второй моды. Таким образом, рис. 7а наглядно показывает, что локальные характеристики устойчивости не всегда однозначно определяют доминирование в спектре поля возмущений тех или иных частот.

Повышение числа Маха до  $M_\infty = 8$  (рис. 7b) приводит к тому, что рассмотренная выше ситуация меняется на противоположную, когда несколько более быстрый рост показывают возмущения второй моды. Этот эффект становится еще более заметным при дальнейшем увеличении скорости до  $M_\infty = 10$  (рис. 7c).

Собственно  $N$ -факторы, т.е. огибающие кривых нарастания амплитуд возмущений различных частот (рис. 7), сгруппированы на рис. 8 отдельно для трехмерной первой и двумерной второй мод неустойчивости для всех рассмотренных чисел Маха. Видно, что с увеличением  $Re$  указанные  $N$ -факторы монотонно нарастают вниз по потоку с увеличением числа  $Re$ . Наибольший темп роста  $N$ -фактора показывают трехмерные возмущения первой моды при  $M_\infty = 6$  (кривая 6(1)). Увеличение числа Маха набегающего потока приводит к последовательному уменьшению темпов роста  $N$ -фактора. Сублимация

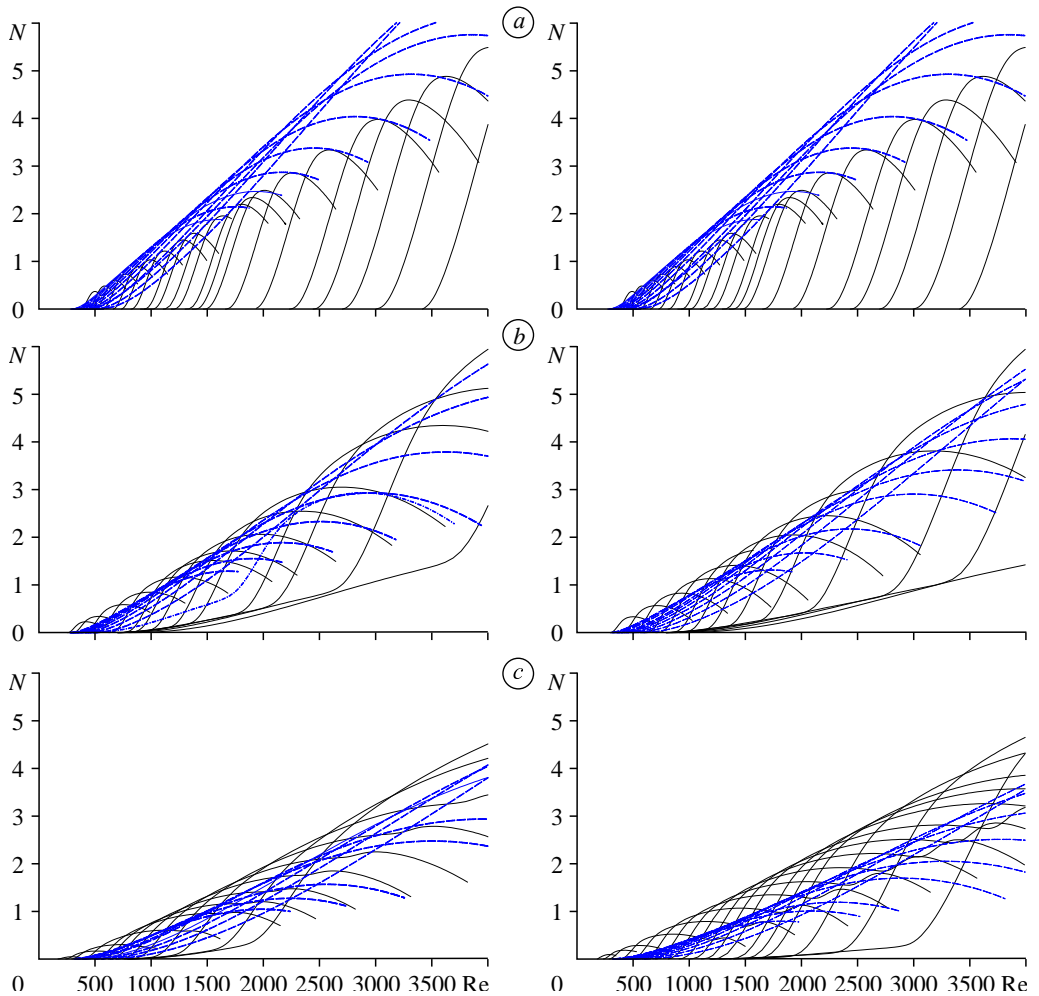


Рис. 7. Кривые нарастания амплитуд возмущений трехмерной первой и двумерной второй мод (синие штриховые и черные сплошные линии соответственно)

различных частот в зависимости от числа Рейнольдса ( $N = \ln(A(Re)/A_0)$ ).

Кривые рассчитаны по методу  $e^N$  в отсутствие сублимации и при сублимации графитового покрытия (левая и правая колонки соответственно);  $M_\infty = 6$  (a), 8 (b), 10 (c).

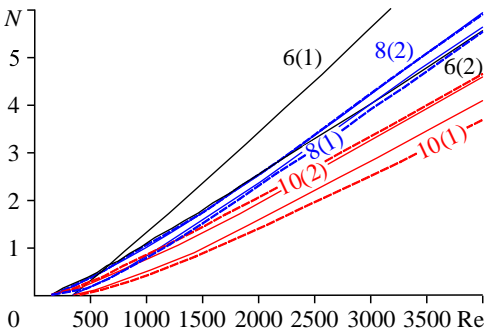


Рис. 8.  $N$ -факторы в зависимости от числа Рейнольдса  $N = \ln(A(\text{Re})/A_0)$ ,

рассчитанные по методу  $e^N$ .

Обозначения кривых: число Маха (номер моды); сплошные линии — теплоизолированная поверхность в отсутствие сублимации, штриховые линии — для адиабатической плоской пластины с сублимацией графитового покрытия.

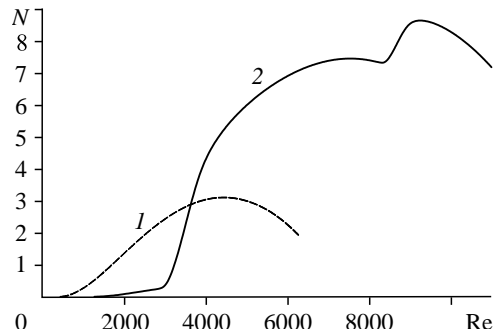


Рис. 9. Кривые нарастания амплитуд возмущений трехмерной первой ( $\chi \approx 60^\circ$ ) (1) и двумерной второй (2) мод на сублимирующем покрытии в зависимости от числа Рейнольдса ( $N = \ln(A(\text{Re})/A_0)$ );

$F = 10, M_\infty = 10$ .

графитового покрытия в принятых в настоящей работе условиях способствует уменьшению темпов роста трехмерной первой моды неустойчивости и увеличению скорости нарастания двумерной второй моды, имеющей максимальные локальные пространственные инкременты. В табл. 3 собраны рассчитанные значения  $N$ , достигнутые к  $\text{Re} = 4000$ . Так, например, мода 6(1) к  $\text{Re} = 4000$  дорастает до значения  $N \approx 7,8$ . Все отмеченные выше особенности линейного развития первой и второй мод при различных числах Маха набегающего потока отражены в этой таблице. Вывод по данной части работы состоит в том, что при высоких числах Маха сублимация графитового покрытия способствует дестабилизации пограничного слоя на плоской пластине.

На рис. 9 приведены для сравнения кривые нарастания двух возмущений низкой частоты ( $F = 10$ ). Одно из них является трехмерной наклонной ( $\chi \approx 60^\circ$ ), а второе — двумерной плоской волной (кривые 1 и 2 на графике соответственно). Обе волны начинают свой рост как возмущения первой моды неустойчивости. Причем точка потери устойчивости трехмерной волны расположена заметно выше по течению, чем эта же точка для двумерной волны. Видно, что трехмерное ( $\chi \approx 60^\circ$ ) возмущение вначале ( $\text{Re} < 3500$ ) доминирует по амплитуде, демонстрируя более быстрый рост по сравнению с двумерной модой. Однако последняя ниже по течению ( $3000 < \text{Re} < 7000$ ) входит в область неустойчивости второй моды с высокими локальными скоростями пространственного роста. Еще ниже по течению ( $8000 < \text{Re} < 9200$ ) наблюдается дополнительный прирост амплитуды указанной волны, уже как возмущения третьей моды неустойчивости. В результате число  $N$  для выбранной частоты получает дополнительный прирост еще

Таблица 3

$N$ -факторы первой и второй мод при  $\text{Re} = 4000$

$M_\infty$ (мода)	6(1)	6(2)	8(1)	8(2)	10(1)	10(2)
$N(\text{Re} = 4000)$ без сублимации / с сублимацией	7,8	5,5	5,6/5,5	5,92/5,88	4,1/3,7	4,57/4,63

на величину порядка  $\Delta N \approx 1,5$ . Указанные особенности роста амплитуд двух волн находятся в полном соответствии с приведенными выше диаграммами устойчивости (рис. 4f, 5f). На графиках рис. 9 видно, что коэффициент роста (максимальный  $N$ -фактор) первого из двух возмущений одинаковой частоты не превосходит 3, тогда как для второго  $N$  приближается к 9, хотя и достигается при гораздо больших числах Рейнольдса.

## Выводы

Проведены расчеты характеристик среднего течения в высокоскоростных пограничных слоях на плоской пластине на основе полученных ранее локально-автомодельных уравнений для сжимаемого пограничного слоя в условиях сублимации материала поверхности. Расчеты выполнены для различных скоростей полета для адиабатической плоской пластины, покрытой слоем графита. Показано, что увеличение числа Маха набегающего потока в диапазоне  $6 \leq M_\infty \leq 10$  приводит к интенсификации испарения углерода с поверхности. Испаряющееся вещество уносит значительную энергию и приводит к сильному охлаждению поверхности, что, в свою очередь, вызывает увеличение плотности бинарной газовой смеси в пристенном подслое. Это повышает устойчивость пограничного слоя по отношению к возмущениям первой моды, тогда как пульсации второй и более высоких мод неустойчивости дестабилизируются. Определен диапазон параметров, при котором сублимация графита начинает существенно влиять на характеристики пограничного слоя ( $M_\infty > 7,5$  при  $h = 40$  км).

Проведены расчеты линейной устойчивости пограничного слоя плоской пластины в условиях сублимации графитового покрытия. Обнаружено, что сублимация графитового покрытия приводит к увеличению скоростей пространственного роста возмущений второй моды, тем самым способствуя более быстрому переходу высокоскоростного пограничного слоя в турбулентное состояние. При этом скорости пространственного роста возмущений первой моды уменьшаются на сублимирующем покрытии в сравнении с теплоизолированной поверхностью в отсутствие сублимации. Показано, что дестабилизирующее влияние сублимации проявляется при скоростях полета на высоте  $h = 40$  км, соответствующих числам Маха  $M_\infty \geq 8$ .

## Список литературы

1. Тирский Г.А. Гиперзвуковая аэродинамика и тепломассообмен спускаемых космических аппаратов и планетных зондов. М.: Физматлит, 2011. 548 с.
2. Линь Ц.Ц. Теория гидродинамической устойчивости. М.: Изд. иностр. лит., 1958. 194 с.
3. Mack L.M. Boundary layer stability theory // Document 900-277, Rev.A., Pasadena. 1969. 388 p.
4. Гапонов С.А., Маслов А.А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 144 с.
5. Жигулев В.Н., Тумин А.М. Возникновение турбулентности. Динамическая теория возбуждения развития неустойчивостей в пограничных слоях. Новосибирск. Наука, 1987. 282 с.
6. Mortensen C., Zhong X. Simulation of second-mode instability in a real-gas hypersonic flow with graphite ablation // AIAA J. 2014. Vol. 52, No. 8. P. 1632–1652.
7. Mortensen C., Zhong X. Real gas and surface-ablation effects on hypersonic boundary-layer instability over a blunt cone // AIAA J. 2016. Vol. 52, No. 3. P. 976–994.
8. Гапонов С.А., Смородский Б.В. Ламинарный сверхзвуковой пограничный слой бинарной смеси газов // Вестник НГУ. Сер. Физика. 2016. Т. 11, № 1. С. 5–15.
9. Lysenko V.I., Gaponov S.A., Smorodsky B.V., Yermolaev Yu.G., Kosinov A.D. Influence of distributed heavy-gas injection on stability and transition of supersonic boundary-layer flow // Phys. Fluids. 2019. Vol. 31, No. 10. P. 104103-1–104103-16.

10. Lysenko V.I., Gaponov S.A., Smorodsky B.V., Kosinov A.D., Yaroslavtsev M.I. Influence of surface sublimation on the stability of the supersonic boundary layer and the laminar-turbulent transition // *Phys. Fluids*. 2021. Vol. 33, No. 2. P. 024101-1–024101-21.
11. Gaponov S.A., Smorodsky B.V. Supersonic boundary layer of binary mixture and its stability // *Intern. J. Mechanics*. 2016. Vol. 10. P. 312–319.
12. Anderson J.D. Hypersonic and high temperature gas dynamics. McGraw-Hill, 2006. 811 p.
13. Гапонов С.А., Петров Г.В. Устойчивость пограничного слоя неравновесно диссоциирующего газа. Новосибирск: Наука, 2013. 95 с.
14. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Тепловая защита. М.: Энергия, 1976. 392 с.
15. Дорренс У.Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М.: Мир, 1966. 439 с.
16. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд. иностр. лит., 1961, 930 с.
17. Gaponov S.A., Smorodsky B.V. On stability of the supersonic boundary layer with a foreign gas injection // 18th Intern. Conf. on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR-2016) (Russia, Perm, 27 Jun. –3 Jul., 2016): AIP Conf. Proceedings. 2016. Vol. 1770. P. 030047-1–030047-9.
18. Keenan J.A., Candler G.V. Simulation of graphite sublimation and oxidation under re-entry conditions // AIAA Paper. 1994. No. 1994-2083.
19. Havstad M., Carter P. Thermo-chemical ablation during reentrant and high altitude skipping flight // AIAA Paper. 2001. No. 2001-979.
20. Кириллин А.В., Коваленко М.Д., Шейндлин М.А., Живописцев В.С. Экспериментальное исследование давления пара углерода в области температур 5000-7000 К с использованием стационарного лазерного нагрева // *Теплофизика высоких температур*. 1985. Т. 23, № 4. С. 699–706.
21. Dolton T., Maurer R., Goldstein H. Thermodynamic performance of carbon in hyperthermal environments // AIAA Paper. 1968. No. 1968-754.
22. Kratsch K., Martinez M., Clayton F., Greene R., Wuerer J. Graphite ablation in high-pressure environments // AIAA Paper. 1968. No. 1968-1153.
23. Асиновский Э.И., Кириллин А.В. Нетрадиционные методы исследования термодинамических свойств веществ при высоких температурах. М.: Янус-К, 1997. 152 с.
24. Leider H.R., Krikorian O.H., Young D.A. Thermodynamic properties of carbon up to the critical point // *Carbon*. 1973. Vol. 11, No. 5. P. 555–563.
25. Феодосьев В.И. Основы техники ракетного полета. 1979. 496 с.
26. Глушко В.П. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочное издание. Т. 2. Книга 2. М.: Наука, 1979. 344 с.
27. McBride B.J., Zehe M.J., Gordon S. NASA Glenn coefficients for calculating thermodynamic properties of individual species // NASA Technical Report 2002-211556. 2002. 287 p.
28. Andre P., Brunet L., Bussiere W., Caillard J., Lombard J.M., Picard J.P. Transport coefficients of plasmas consisting of insulator vapours. Application to PE, POM, PMMA PA66 and PC // *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* 2004. Vol. 25, No. 3. P. 169–182.
29. Baker R.L. Graphite sublimation chemistry nonequilibrium effects // AIAA J. 1977. Vol. 15, No. 10. P. 1391–1397.
30. Van Ingen J.L. A suggested semiempirical method for the calculation of the boundary layer transition region // Delft University of Technology. Report VTH-74. 1956. 17 p.
31. Malik M.R. Prediction and control of transition in supersonic and hypersonic boundary layers // AIAA J. 1989. Vol. 27, No. 11. P. 1487–1493.

*Статья поступила в редакцию 30 июня 2023 г.,  
после доработки — 10 ноября 2023 г.,  
принята к публикации 21 ноября 2023 г.*