

УДК 622.271.3

**АЛГОРИТМ ПОИСКА ПУТИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРЕДЕЛЬНОЙ ГРАНИЦЫ КАРЬЕРА  
С УЧЕТОМ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ**

**Н. Бабанури, Х. Дехани, М. Ходавеси**

*Хамаданский технологический университет,  
E-mail: babanouri@hut.ac.ir, г. Хамадан, Иран*

Предложен алгоритм установления предельной границы карьера на основе оптимизационного метода Лерча–Гроссмана. В нем за счет последовательных приближений каждая вершина сети случайным образом перемещается в пределах заданной области. При этом исключается образование сегментов сложной неправильной формы. В соответствии с геомеханическим обеспечением безопасности и экономической эффективности горных работ, принятыми за основу в проектировании, в алгоритме не допускаются перемещения, приводящие к сегментам круче допустимого угла наклона борта карьера. В результате для каждого перемещения вершины сети определяется рентабельность формируемого карьера. Новое положение вершины сети принимается из условия недопущения попадания целевой функции оптимизации в локальный максимум. Одним из основных преимуществ предлагаемого алгоритма является независимость угла наклона борта карьера от размера блока. Алгоритм более точно определяет контуры рудной залежи и карьера, обеспечивая эффективность открытых горных работ.

*Карьер, предельная граница карьера, прибыльность, поиск пути, оптимизация, геомеханические ограничения*

DOI: 10.15372/FTPRPI20220106

Перед началом выемочных работ в карьере необходимо определить его предельную границу. Предельной считается та граница карьера, при которой экономические параметры, такие как чистая дисконтированная стоимость, срок эксплуатации, доход и т. д., будут оптимальными. Наиболее приемлемая целевая функция для определения предельной границы карьера — критерий максимума прибыли. Знание предельной границы карьера требуется для установления объемов добычи, коэффициента вскрышных работ, календарного плана отработки месторождения, проектирования транспортных коммуникаций. При ее обосновании во внимание принимаются множество параметров, учет которых на современном уровне возможен с использованием компьютерного моделирования.

Многие ученые предлагают различные методы оптимизации предельной границы карьера. Основная их цель — выявление сетки блоков, которая обеспечивает максимальную прибыль добычи полезного ископаемого. Существующие алгоритмы разделены на три категории: математические (точные) [1–6], эвристические и метаэвристические [7–11].

В первую категорию входят алгоритмы, имеющие математическое доказательство. Развитие их началось с теории графов и динамического программирования Лерча–Гроссмана в 1965 г. Теория графов столкнулась с рядом трудностей, из которых выделяются большие временные затраты на получение решения, необходимость использования мощных компьютеров для реализации алгоритма, а также отсутствие учета переменных градиентов карьера при определении его границ.

Вторая категория включает алгоритмы без математического доказательства полученных результатов. Данные методы являются не совсем удачными из-за быстрой их сходимости к локальному максимуму. Тем не менее они привлекают исследователей простотой и меньшим количеством вычислений. Метод плавающего конуса, предложенный Паной и др. в 1965 г., является наиболее простым и быстрым алгоритмом оптимизации предельной границы карьера. Адиби и Атаи-пур в 2015 г. обобщили принципы развития методов определения предельной границы карьера [12].

К третьей категории относятся так называемые метаэвристические алгоритмы. Один из наиболее известных — генетический алгоритм. Он позволяет достичь желаемого и приемлемого решения за короткое время. При этом если оптимальное решение в полном объеме не найдено, то данные методы выдают результат достаточно близкий к нему.

Цель настоящей работы — разработка нового гибридного метода установления предельной границы карьера. Для этого предложен алгоритм стохастического поиска пути оптимизации. Каждый алгоритм стохастического поиска нуждается в начальном решении, которое обычно выбирается случайным образом. В настоящем исследовании в качестве начального предположения о границе карьера использованы результаты метода Лерча–Гроссмана. Следовательно, предлагаемый алгоритм может быть рассмотрен как метод оптимизации Лерча–Гроссмана, который позволяет устранить его ограничения.

#### **АЛГОРИТМ ЛЕРЧА–ГРОССМАНА**

Лерч и Гроссман предложили алгоритм решения проблемы определения предельной границы карьера, который получил название теории графов [5]. В рамках данного метода задача нахождения оптимальной границы карьера сводится к поиску подграфов с наибольшим весомым значением, учитывающим ограничения выемки и угол наклона борта.

Теория графов преобразует трехмерную сеть балансовых запасов блоков рудного месторождения в направленный граф. Каждый блок сети представлен вершиной и весовым эквивалентом своего сетевого значения. Вершины соединены между собой ребрами. Соединения от заданной вершины до топографической поверхности определяет набор блоков, которые необходимо удалить для выемки данной вершины. На рис. 1 представлен направленный граф, использованный для создания двухмерной модели рудного тела, в которой размеры блоков имеют одинаковые значения. Набор вершин, образующих контур выработки, обеспечивающей эффективность выемки, называется замыканием. Значение каждого замыкания равно общему значению окружающих узлов (блоков). Таким образом, данный алгоритм стремится выявить замыкание с наибольшей экономической эффективностью с помощью ряда правил, представленных в [5].

В [1, 2, 13–16] сделано множество попыток преодоления недостатков алгоритма Лерча–Гроссмана, связанных с изменяющимися углами наклона бортов карьера. Однако ни одно из предложенных решений не обеспечило адекватную гибкость в сложных геологических условиях, также большинство решений зависели от размеров блоков.

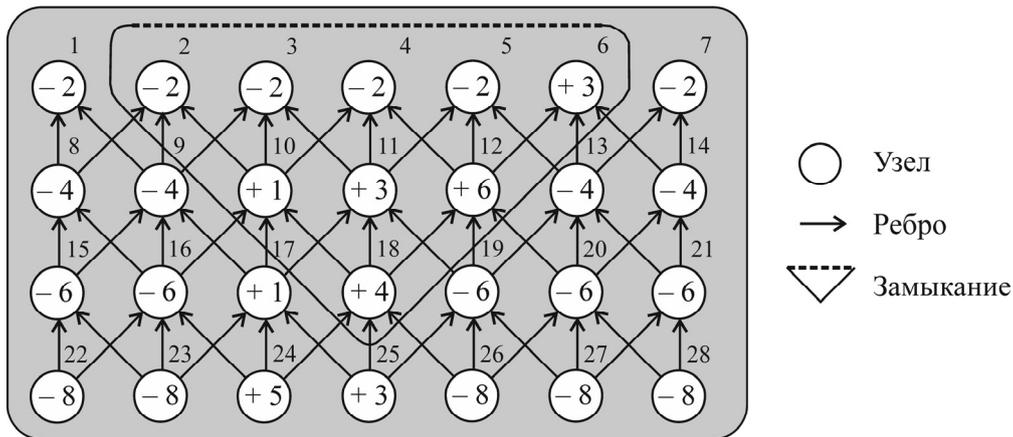


Рис. 1. Направленный граф, представляющий двухмерное сечение рудного тела [5]

**РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ОПТИМИЗАЦИИ ПРЕДЕЛЬНОЙ ГРАНИЦЫ КАРЬЕРА**

В настоящей работе на основе использования стохастического метода исследований разработан алгоритм поиска пути оптимизации предельной границы карьера. Первым шагом алгоритма является увеличение разрешения блочной модели. Для этой цели каждый блок был разделен на подблоки (рис. 2).

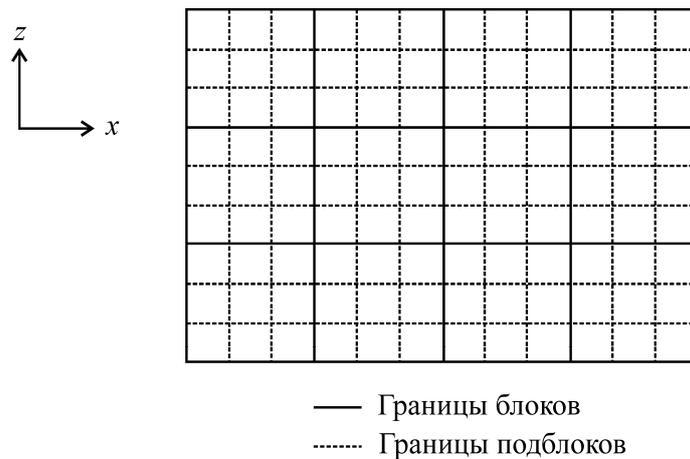


Рис. 2. Повышение разрешения блочной модели путем деления каждого блока на подблоки

Если количество подблоков в одном блоке равно  $n^2$ , т. е. каждая сторона блока в двухмерном сечении разделена на  $n$  сегментов, то стоимость каждого подблока рассчитывается делением стоимости каждого блока на  $n^2$ . Величина  $n$  называется коэффициентом повышения разрешения (точности). Аналогично разрешение (точность) предельной границы карьера, полученное алгоритмом Лерча–Гроссмана, увеличивается путем добавления дополнительных точек между вершинами (рис. 3). Чем выше разрешение (точность) на данном этапе, тем больше степень свободы и гибкости предлагаемого алгоритма.

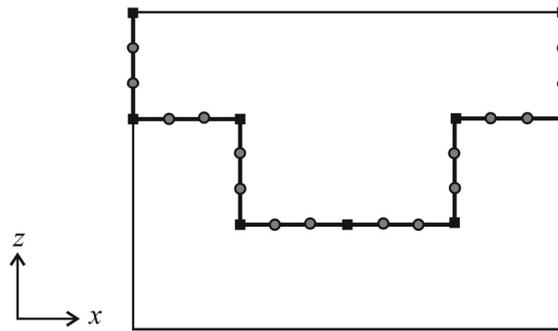


Рис. 3. Повышение разрешения предельной границы карьера, полученной алгоритмом Лерча – Гроссмана (■), путем добавления дополнительных вершин (●)

За каждую итерацию алгоритм поиска пути случайно изменяет положение каждой вершины в пределах определенной области. На рис. 4 представлена область перемещения каждой средней вершины. Допустимый диапазон перемещения в вертикальном направлении определяется по следующей формуле:

$$\Delta y = \Delta y_{\max} \alpha^k M . \quad (1)$$

Здесь  $\Delta y$  — предельное вертикальное перемещение вершины;  $\Delta y_{\max}$  — максимальное расстояние между начальным и конечным расположением  $i$ -й вершины;  $k$  — количество итераций алгоритма (изменяется от 1 до  $n$ );  $M$ ,  $\alpha$  — статический и динамический коэффициенты вертикальной подвижности, которые изменяются от 0 до 1. Чем больше значения  $M$  и  $\alpha$ , тем значительнее диапазон допустимого перемещения вершин. При уменьшении данных коэффициентов смещение вершин в вертикальном направлении снижается. Область горизонтальной подвижности  $i$ -й вершины в каждой итерации находится между основным ее положением и местом  $i+1$  вершины (рис. 4).

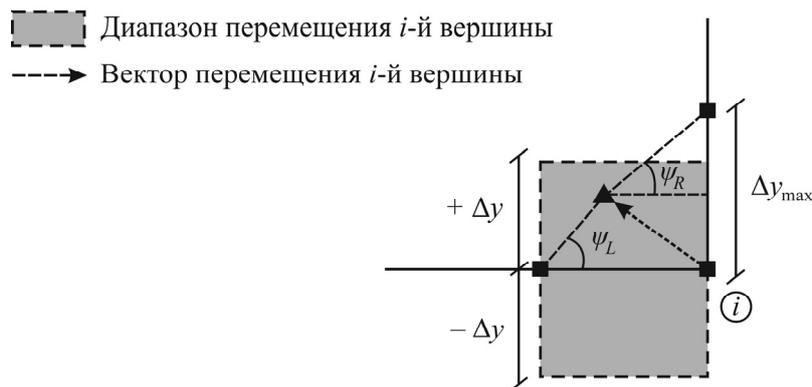


Рис. 4. Допустимый диапазон перемещения  $i$ -й вершины

При проектировании карьера необходимо учитывать оптимальную взаимосвязь геомеханических аспектов и экономической целесообразности, обеспечивающих безопасность и эффективность открытых горных работ. Для выполнения данного условия при случайном перемещении заданной вершины в своем диапазоне сначала рассчитываются углы наклона правого

и левого сегментов, ведущих к вершине ( $\psi_R, \psi_L$  соответственно). Пусть  $\beta$  — допустимый (с позиции устойчивости) угол наклона сегмента. Если результаты перемещения вершины удовлетворяют условию ( $-\beta \leq \psi_R, \psi_L \leq \beta$ ), то выполняется следующий шаг алгоритма (расчет максимума прибыли для нового замыкания). В противном случае перемещение не учитывается и алгоритм переходит к следующей вершине.

Отметим, что для формирования в конечном итоге замкнутого контура первая и последняя вершина имеют возможность перемещаться только горизонтально (рис. 5). Перемещение вершин в таких областях обеспечивает отсутствие выпуклостей и, соответственно, образование нестандартных форм предельной границы карьера. При увеличении количества итераций, т. е. увеличении  $k$ , и приближении к оптимальному решению область перемещения вершин уменьшается согласно (1). Таким образом, подвижность вершин снижается.

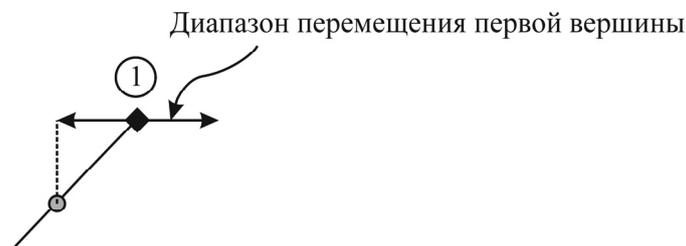


Рис. 5. Допустимый диапазон перемещения первой и последней вершин

При каждом эффективном перемещении вершины рассчитывается прибыльность в новых границах карьера:  $\Delta P = P_{\text{нов}} - P_{\text{тек}}$  ( $P_{\text{нов}}$  — прибыльность для новых границ карьера;  $P_{\text{тек}}$  — текущее значение прибыльности карьера). Новое положение принимается, если оно приводит к большей прибыльности (при  $\Delta P > 0$ ,  $P_{\text{нов}} \rightarrow P_{\text{тек}}$ ). Если  $P_{\text{rand}} < \exp[(10 \cdot \Delta P / P_{\text{тек}}) / \alpha^k]$ ,  $P_{\text{нов}} \rightarrow P_{\text{тек}}$ . Положения вершин, приводящие к меньшей прибыльности, могут быть приняты согласно вероятностному режиму случайного перемещения для предотвращения заключения алгоритма в локальном максимуме. В этих случаях рассчитывается случайная вероятность  $P_{\text{rand}}$ . Если  $P_{\text{rand}}$  меньше вероятности Больцмана, то новое положение будет принято, несмотря на меньшую прибыльность. С увеличением  $k$  шанс принятия положений с меньшей прибыльностью уменьшается. После  $n$  перемещений одной из вершин алгоритм переходит к следующей. На стадии расчета последней вершины завершается подытерация. После выполнения  $n$  подытераций завершается одна итерация алгоритма, затем начинается следующая; алгоритм выполняется до завершения  $n$  итераций.

С целью оценки эффективности предлагаемого алгоритма он применен для разных условий, а именно к трубообразной форме месторождения и случайному распределению извлекаемой ценности блоков по залежи.

На рис. 6 и 7 приводится сравнение метода Лерча–Гроссмана и предлагаемого алгоритма при различных значениях  $\beta$ , принятых к трубообразной форме рудного тела и случайному распределению извлекаемой ценности по залежи соответственно.

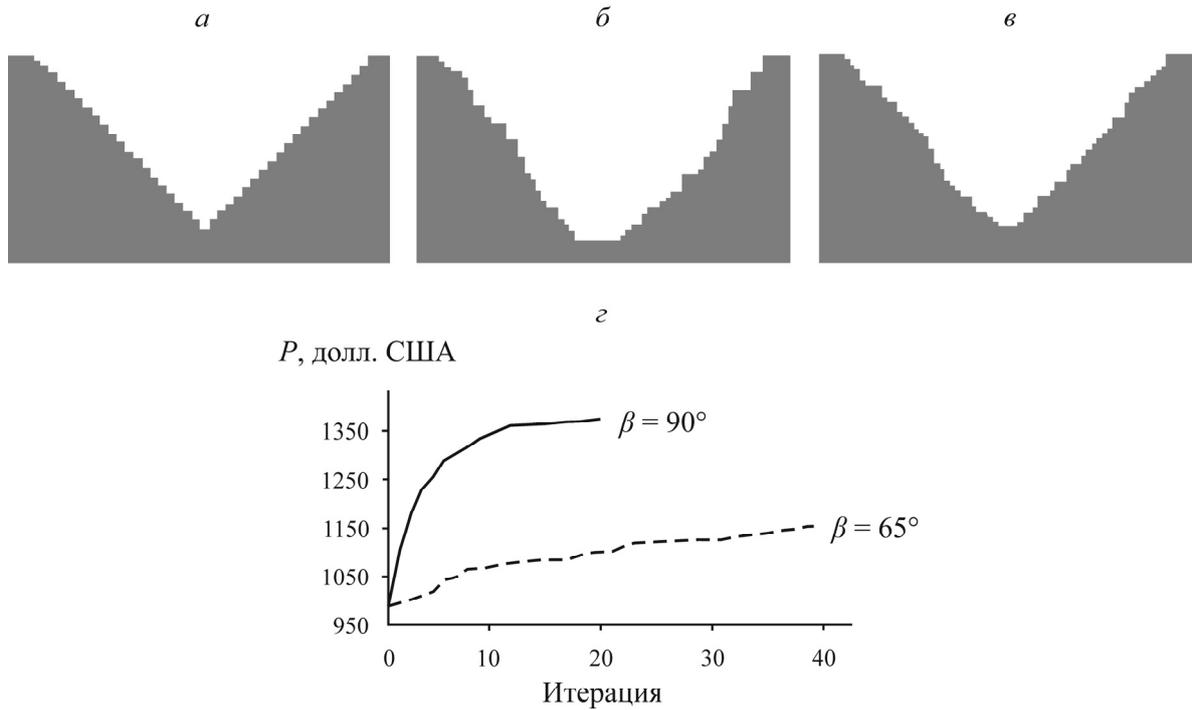


Рис. 6. Результаты определения предельной границы карьера со столбчатым рудным телом: *а* — граница, полученная с помощью алгоритма Лерча–Гроссмана, прибыльность  $P=986$  долл. США; *б* — граница, полученная с помощью предложенного алгоритма поиска пути,  $\beta=90^\circ$ ,  $R=100\%$ ,  $P=1373$  долл. США; *в* — то же,  $\beta=65^\circ$ ,  $R=68\%$ ,  $P=1203$  долл. США; *з* — кривая сходимости алгоритма

Параметры алгоритма для обоих случаев приведены в табл. 1. Ограничение угла наклона борта карьера приводит к тому, что некоторые вершины не могут осуществить допустимое перемещение за итерацию. В этом случае алгоритм с ограниченным углом наклона борта  $\beta=65^\circ$  требует большее количество итераций для сходимости по сравнению с  $\beta=90^\circ$ . Параметр  $R$  представляет собой процентное отношение допустимых перемещений вершин к общему количеству перемещений. Из рис. 6, 7 видно, что предложенный алгоритм способен выполнить оптимизацию границ карьера и выйти за рамки ограничений метода Лерча–Гроссмана, связанных с размерами блоков. Таким образом, предлагаемый алгоритм обеспечивает наилучшую адаптацию к форме залегания рудных тел и, как следствие, приводит к получению более высокой прибыли. Причина этому — мобильность алгоритма и его высокая гибкость.

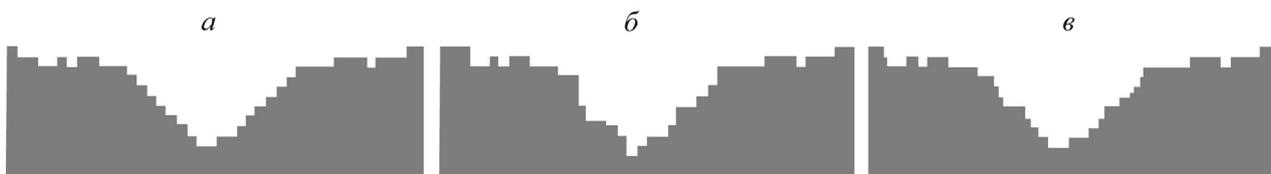


Рис. 7. Результаты определения предельной границы карьера со случайным распределением извлекаемой ценности минерального сырья по залежи: *а* — граница, полученная с помощью алгоритма Лерча–Гроссмана,  $P=155$  долл. США; *б* — граница, полученная с помощью предложенного алгоритма поиска пути,  $\beta=90^\circ$ ,  $R=100\%$ ,  $P=209$  долл. США; *в* — то же,  $\beta=65^\circ$ ,  $R=76\%$ ,  $P=189$  долл. США

ТАБЛИЦА 1. Параметры алгоритма поиска пути для определения предельной границы карьера

$\beta$	$n$	$M$	$\alpha$	$n$ перемещений	$n$ подытераций	$n$ итераций
Со столбчатым рудным телом						
90°	3	0.02	0.90	5	10	20
65°	3	0.02	0.90	5	10	40
Со случайным распределением руды по массиву						
90°	2	0.05	0.95	3	10	25
65°	2	0.05	0.95	3	10	50

### ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЛЯ УСЛОВИЙ ДЕЙСТВУЮЩЕГО КАРЬЕРА

Выполнен анализ эффективности предлагаемого алгоритма для выявления предельной границы карьера на реальном примере. Железорудный карьер Коркора расположен в 56 км севернее г. Биджар провинции Курдистан (Иран). В зоне добычи пробурены новые исследовательские скважины по сетке 50 × 50 м. Запасы карьера оцениваются в 12.11 млн т железной руды. Согласно экономическим исследованиям, выемочное содержание железной руды составляет 36.5 % [17].

Построена блочная модель карьера, в которой сторона блока имеет размер 5 м. Ниже приведена экономическая информация по карьере Коркора [17]:

Затраты на добычу 1 т руды, долл. США	2.8175
Затраты на выемку 1 т вскрыши, долл. США	2.4860
Затраты на выемку 1 т почвенного грунта, долл. США	0.8130
Затраты на обогащение 1 т руды, долл. США	16.7300
Цена 1 т концентрата железа с содержанием 68 %, долл. США	51.3000
Доля извлечения при обогащении, %	75
Выход по металлу, %	95
Доля разубоживания, %	5

Экономическая ценность блоков определяется как

$$BEV = T_0 GRS - T_0 C_s - T_0 C_p - TC_m \quad (2)$$

в случае, если содержание руды превышает выемочное значение. Здесь  $T_0$  — вес руды, содержащейся в блоке, т;  $G$  — содержание железа;  $R$  — общий объем извлеченной руды;  $S$  — цена на железо, долл./т;  $T$  — общий вес блока;  $C_s$ ,  $C_p$  — затраты на обогащение, долл./т;  $C_m$  — затраты на выемку блока, долл./т. Далее вычислялась экономическая ценность блоков, содержание которых ниже выемочного значения:  $BEV = -TC_m$ .

Применение алгоритма осуществлялось при параметрах, представленных в табл. 2. На рис. 8 приведены результаты применения разработанного алгоритма к определению предельной границы железорудного карьера Коркора.

ТАБЛИЦА 2. Параметры алгоритма поиска пути оптимизации для определения предельной границы карьера Коркора

$\beta$	$n$	$M$	$\alpha$	$n$ перемещений	$n$ подытераций	$n$ итераций
90°	15	0.02	0.9	3	10	35
65°	15	0.02	0.9	3	10	60

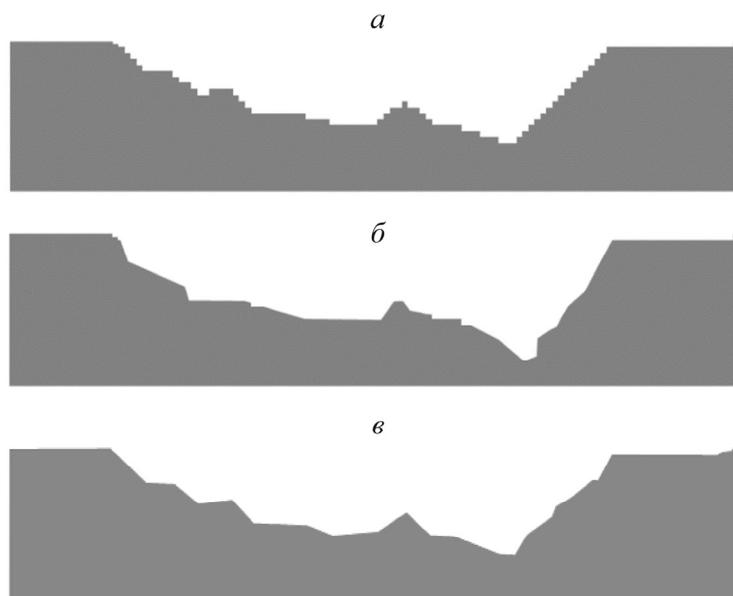


Рис. 8. Результаты определения предельной границы карьера Коркора: *а* — граница, полученная с помощью алгоритма Лерча–Гроссмана,  $P=2234$  долл. США; *б* — граница, полученная с помощью разработанного алгоритма поиска пути,  $\beta=90^\circ$ ,  $R=100\%$ ,  $P=2509$  долл. США; *в* — то же,  $\beta=65^\circ$ ,  $R=74\%$ ,  $P=2395$  долл. США

## ВЫВОДЫ

Разработан алгоритм определения предельной границы карьера, обеспечивающий геомеханическую безопасность и экономическую эффективность ведения открытых горных работ. В основу метода положена последовательность изменений расположения вершин карьера в определенной области с целью поиска максимума прибыли при ограниченном угле наклона борта. При этом перемещение вершин происходит с учетом предотвращения образования нестандартных выпуклых форм границы карьера или границ, которые не отвечают требованиям безопасности.

Результаты использования алгоритма применительно к реальным условиям действующих карьеров показали, что он обладает возможностью определять предельную границу карьера с большей гибкостью, обеспечивая максимальную прибыль. Одно из преимуществ разработанного алгоритма заключается в том, что в нем устранена зависимость минимальной ширины дна карьера от размеров блока. Более того, алгоритм способен сохранять транспортные участки в пределах контура карьера путем установки во время итераций на определенных уровнях нулевого значения угла наклона борта.

Разработка алгоритма поиска пути оптимизации границ карьера в трехмерном пространстве может рассматриваться как тема следующих исследований.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Zhao Y. and Kim Y.** A new optimum pit limit design algorithm, 23<sup>rd</sup> Int. Symp. Application of Computers and Operations Res., in The Mineral Industries: AIME Littleton, 1992. — P. 423–434.
2. **Khalokakaie R., Dowd P.A., and Fowell R. J.** A windows program for optimal open pit design with variable slope angles, Int. J. Surface Min., Reclamation and Env., 2000, Vol. 1, No. 4. — P. 261–275.

3. **Johnson T. B. and Sharp W. R.** A three-dimensional dynamic programming method for optimal ultimate open pit design, Vol. 7553, Bureau of Mines, US Dep. of the Interior, 1971.
4. **Khalokakaie R., Dowd P. A., and Fowell R. J.** Lerchs – grossmann algorithm with variable slope angles, Min. Technol., 2000, Vol. 109, No. 2. — P. 77 – 85.
5. **Lerchs H. and Grossmann I.** Optimum design of open-pit mines, Transactions of the Canadian Institute of Mining and Metallurgy, 1965, Vol. 68. — P. 17 – 24.
6. **Ordin A. A. and Vasil'ev I. V.** Optimized depth of transition from open pit to underground coal mining, J. Min. Sci., 2015, Vol. 50, No. 4. — P. 696 – 706.
7. **Sayadi A. R., Fathianpour N., and Mousavi A. A.** Open pit optimization in 3D using a new artificial neural network, Archiv. Min. Sci., 2011, Vol. 56, No. 3. — P. 389 – 403.
8. **Frimpong S., Asa E., and Szymanski J.** Intelligent modeling: advances in open pit mine design and optimization research, Int. J. Surface Min., Reclamation Env., 2002, Vol. 16, No. 2. — P. 134 – 143.
9. **Thomas G. S.** Optimization and scheduling of open pits via genetic algorithms and simulated annealing, Proc. 1<sup>st</sup> Int. Symp. on Balkema Publisher, 1996. — P. 44 – 59.
10. **Achireko P. K. and Frimpong S.** Open pit optimization using artificial neural networks on conditionally simulated blocks, Proc. of APCOM, 1996. — P. 137 – 144.
11. **Denby B. and Schofield D.** Open-pit design and scheduling by use of genetic algorithms, Transactions of the Institution of Min. Metall. Section a Mining Industry, 1994. — 103 p.
12. **Adibi N. and Ataee-pour M.** Consideration of sustainable development principles in ultimate pit limit design, Environmental Earth Sci., 2015, Vol. 74, No. 6. — P. 4699 – 4718.
13. **Alford C. G. and Whittle J.** Application of lerchs-grossmann pit optimization to the design of open pit mines, AusIMM/IE Aust Newman Combined Group, Large Open Pit Mining Conf., 1986. — P. 201 – 207.
14. **Lipkewich M. P. and Borgman L.** Two- and three-dimensional pit design optimization techniques, A Decade of Digital Computing in the Mineral Industry, 1969. — P. 505 – 523.
15. **Chen T.** 3D pit design with variable wall slope capabilities, 14<sup>th</sup> Symp. Appl. Comp. Operat. Res. Miner. Industries (APCOM), New York, 1976.
16. **Dowd P. and Onur A.** Open pit optimization, Part 1. Optimal open pit design, Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy, Section A, 1993, Vol. 102, A 95.
17. **Sabanour** mining and industrial development, Design of Korkora Mine (I), 2009.

*Поступила в редакцию 06/V 2021*

*После доработки 10/VI 2021*

*Принята к публикации 24/XII 2021*