

УДК 621.01

ПРОФИЛИРОВАНИЕ ЗУБЬЕВ ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧИ**В.П. Гилета, А.В. Барис***Новосибирский государственный технический университет
ptx08@mail.ru*

Приводится методика профилирования зубьев жесткого колеса волновой передачи при использовании стандартной втулочно-роликовой цепи в качестве гибкого колеса. В основе разработанной методики лежит метод кусочно-дуговой аппроксимации формы деформирования гибкого колеса при пространственном движении оси шарнира цепи. Методика позволяет создавать волновые цепные передачи, обладающие повышенной нагрузочной способностью и надежностью.

Ключевые слова: волновая цепная передача, профилирование зуба жесткого колеса, методика профилирования, нагрузочная способность волновой передачи, надежность волновой передачи, гибкое колесо волновой передачи.

Волновые передачи кинематически представляют собой планетарные передачи с гибким звеном (колесом), которое деформируется генератором волн и входит в зацепление с жестким колесом. Волновые передачи обладают рядом положительных качеств: многопарность зацепления, незначительные массогабаритные характеристики, высокие передаточное отношение, нагрузочная способность и кинематическая точность [1]. Благодаря указанным достоинствам волновые передачи получили в последние годы широкое распространение. В то же время появилось много работ, посвященных совершенствованию конструкции волновой передачи. Это объясняется тем, что передаче присущи два основных недостатка: высокое значение нижнего предела передаточного отношения $i_{\min} \approx 60 \dots 80$ и сложность изготовления гибкого колеса [1, 2]. Первый недостаток обусловлен прочностными возможностями гибкого колеса, связанными с ростом его деформаций при снижении передаточного отношения.

Устранение указанных недостатков волновой передачи достигается путем замены гибкого колеса стандартной втулочной или роликовой цепью с профилированием зубьев жесткого колеса для взаимодействия с шарнирами цепи [3, 4]. В предлагаемых конструкциях в основе профилирования зубьев жесткого колеса лежит плоское движение шарниров цепи [4].

Экспериментальные исследования волновой цепной передачи показали [4], что под нагрузкой происходит перекося цепи, уменьшающий пятно контакта в зацеплении ролика или втулки с зубом жесткого колеса, что приводит к снижению нагрузочной способности передачи. Перекося цепи может привести к заклиниванию шарниров цепи между зубьями жесткого колеса.

В связи с вышеизложенным представляется целесообразным разработать методику профилирования зубьев жесткого колеса волновой передачи при пространственном (неплоском) движении шарниров стандартной втулочной или роликовой цепи.

Перекося цепи приводит к пространственному движению ее шарниров. Исходная поверхность деформирования, заданная генератором волн, искажается (рис. 1). В результате линейный контакт начальных поверхностей жесткого колеса и цепи нарушается и остается только контакт в точках, расположенных в плоскости генератора волн. Все остальные точки, принадлежащие линии контакта начальных поверхностей, будучи общими, расходятся, но имеют одинаковые по модулю и направлению скорости \vec{V} . В этом случае можно говорить только о начальной окружности (центроиде) жесткого колеса и начальной линии для цепи (центроиде цепи).

Сделаем следующие допущения. Оси шарниров цепи остаются прямолинейными после искажения поверхности деформирования. В местах контакта подвижных деталей цепи могут иметь место их относительные повороты. Пластины цепи заменены гибкими нитями. Оси шарниров пересекаются с гибкими нитями в точках, делящих их на дуги равной длины. Гибкие нити лежат в плоскостях Π и Π' (рис. 2), перпендикулярных оси передачи. Расстояние между плоскостями равно ширине цепи. Точки пересечения гибких нитей с осями шарниров имеют одинаковые по модулю линейные скорости, лежащие также в плоскостях Π и Π' . Перечисленные выше допущения отражены в геометрической модели (рис. 2).

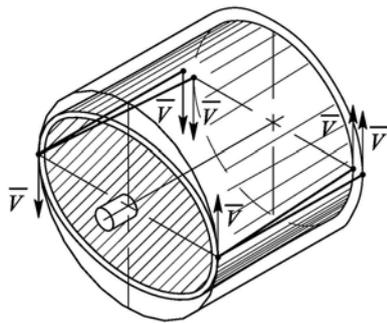


Рис. 1

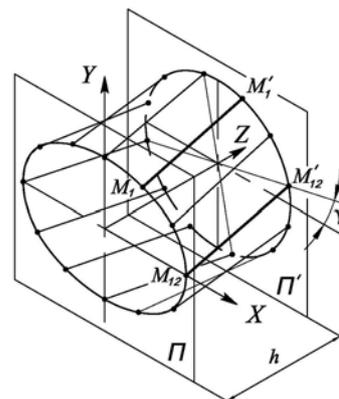


Рис. 2

Допустим, в одной из плоскостей, например Π , форму гибкой нити задает генератор волн, а форма второй гибкой нити определяется перекосям. Перекос может происходить как в радиальном, так и в окружном направлениях. Радиальный перекос скажется на изменении формы деформации гибкой нити, расположенной в плоскости Π' , а окружной перекос – на угле поворота γ гибкой нити вокруг оси передачи.

Найдем поверхность траекторий движения осей шарниров цепи в системе координат, связанной с жестким колесом волновой передачи. Поверхностью зубьев этого колеса будет поверхность, равноудаленная (эквидистантная) от поверхности траектории движения осей шарниров. Расстояние между поверхностями равно радиусу втулки или ролика.

Для нахождения поверхности траекторий движения осей шарниров цепи необходимо найти законы движения точек M_1 и M_1' в сложном движении их в системе координат $X_1Y_1Z_1$, связанной с жестким колесом.

Пусть генератор вращается по часовой стрелке с угловой скоростью ω_1 . Сообщим всей передаче угловую скорость ω_1 , направленную против часовой стрелки. Тогда генератор волн будет неподвижным, а корпус с жестким колесом будет вращаться против часовой стрелки с угловой скоростью ω_1 . Таким образом, мы получим обращенный механизм (рис. 3). В первоначальный момент времени точка M_1 , принадлежащая гибкой нити, и точка M_2 , принадлежащая жесткому колесу, совпадают, что соответствует положению, указанному на рис. 3 точкой M_{12} . Через некоторое время t жесткое колесо повернется на угол

$$\varphi = \omega_1 t, \quad (1)$$

где t – время, и точки M_1 и M_2 займут положения, указанные на рис. 3. Поскольку линейные скорости точек M_1 и M_2 одинаковы, они за одно и то же время пройдут одинаковый путь:

$$l_{\overline{M_{12}M_1}} = l_{\overline{M_{12}M_2}} = l = R_k \varphi,$$

где R_k – радиус центроиды колеса.

Для расчета геометрических параметров передачи определим зависимость положения точки M_1 от угла φ

$$\left. \begin{aligned} x &= f_x(\varphi), \\ y &= f_y(\varphi). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для решения выражений (2) найдем длину гибкой нити.

Интеграл длины дуги является эллиптическим и в явных функциях не выражается.

Форму гибкой нити можно аппроксимировать дугами окружностей и представить в виде четырех дуг, имеющих в точках соединения общие касательные (рис. 4). Для одной волны деформации выделим три интервала \overline{AB} , \overline{BC} и \overline{CD} .

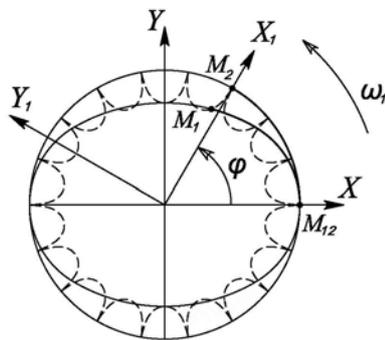


Рис. 3

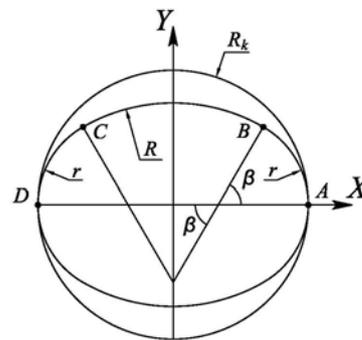


Рис. 4

Для участка $\square AB$ выражения (2) будут

$$\left. \begin{aligned} x &= f_x(\varphi) = R_k - r + r \cos\left(\frac{R_k}{r}\varphi\right), \\ y &= f_y(\varphi) = r \sin\left(\frac{R_k}{r}\varphi\right), \\ 0 &\leq \varphi < \beta \frac{r}{R_k}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

для участка $\square BC$

$$\left. \begin{aligned} x &= f_x(\varphi) = R \cos\left(\beta\left(1 - \frac{r}{R}\right) + \frac{R_k}{R}\varphi\right), \\ y &= f_y(\varphi) = \operatorname{tg}\beta(r - R_k) + R \sin\left(\beta\left(1 - \frac{r}{R}\right) + \frac{R_k}{R}\varphi\right), \\ \beta \frac{r}{R_k} &\leq \varphi < \left(\beta \frac{r}{R_k} + (\pi - 2\beta) \frac{R}{R_k}\right), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

для участка $\square CD$

$$\left. \begin{aligned} x &= f_x(\varphi) = (r - R_k) + r \cos\left((\pi - 2\beta)\left(1 - \frac{R}{r}\right) + \frac{R_k}{r}\varphi\right), \\ y &= f_y(\varphi) = r \sin\left((\pi - 2\beta)\left(1 - \frac{R}{r}\right) + \frac{R_k}{r}\varphi\right), \\ \left(\beta \frac{r}{R_k} + (\pi - 2\beta) \frac{R}{R_k}\right) &\leq \varphi < \left(\frac{R(\pi - 2\beta) + 2\beta r}{R_k}\right). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Для определения траектории движения точки M_1 в системе координат $X_1Y_1Z_1$, воспользуемся формулами преобразования при повороте системы $X_1Y_1Z_1$ относительно XYZ на угол φ :

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= f_{x1} = f_x(\varphi) \cos \varphi + f_y(\varphi) \sin \varphi, \\ y_1 &= f_{y1} = -f_x(\varphi) \sin \varphi + f_y(\varphi) \cos \varphi, \\ z_1 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Траектория линии, заданной уравнениями (6), показана на рис. 3 штриховой линией.

Для гибкой нити, расположенной в плоскости Π' , также можно применить кусочно-дуговую аппроксимацию. При этом будут справедливы выражения (3, 4) для изменившихся r и R , так как линейные скорости точек M_1 , M_1' и M_2 равны. С учетом окружного перекоса γ траектория точки M_1' в системе координат $X_1Y_1Z_1$ будет

$$\left. \begin{aligned} x_1' &= f_{x1}' = f_x'(\varphi) \cos(\varphi - \gamma) + f_y'(\varphi) \sin(\varphi - \gamma), \\ y_1' &= f_{y1}' = -f_x'(\varphi) \sin(\varphi - \gamma) + f_y'(\varphi) \cos(\varphi - \gamma), \\ z_1' &= h. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Запишем уравнение поверхности траекторий движения осей шарниров цепи как уравнение прямой, проходящей через точки M_1 и M_1' в системе координат $X_1Y_1Z_1$, согласно (6) и (7) имеем

$$\left. \begin{aligned} x_p &= \Phi_x(\varphi, z) = f_{x1}(\varphi) + (f_{x1}'(\varphi) - f_{x1}(\varphi)) \frac{z}{h}, \\ y_p &= \Phi_y(\varphi, z) = f_{y1}(\varphi) + (f_{y1}'(\varphi) - f_{y1}(\varphi)) \frac{z}{h}, \\ z_p &= z. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Запишем уравнение поверхности зубьев в векторной форме, опираясь на следующие рассуждения. Как видно из (8), положение точки p на поверхности определяется углом поворота генератора волн φ и осевой координатой z (рис. 5). При фиксированном z точка p движется в плоскости Π_p и ее положение может быть задано радиусом-вектором $\vec{P}(x_p, y_p, z_p)$, который имеет координаты, определяемые выражениями (8). Тогда точкой, принадлежащей поверхности зуба жесткого колеса и равноудаленной от точки p , будет конец радиуса-вектора

$$\vec{E} = \vec{P} + \vec{n} \cdot r_c,$$

где \vec{n} – единичный нормальный вектор к поверхности траекторий движения осей шарниров цепи, имеющий начало в точке p ; r_c – радиус втулки или ролика цепи.

Единичный нормальный вектор можно получить путем нормирования вектора \vec{N} , определяемого векторным произведением двух неколлинеарных векторов, касательных к поверхности в точке p и к поверхности траекторий движения осей шарниров цепи.

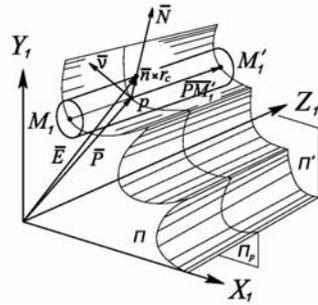


Рис. 5



Рис. 6

За один из таких векторов можно принять вектор аналога скорости \vec{v} точки p в плоскости Π_p . Координаты вектора \vec{v} будут

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \frac{\partial \Phi_p(\varphi, z)}{\partial \varphi}, \\ v_y &= \frac{\partial \Phi_p(\varphi, z)}{\partial \varphi}, \\ v_z &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Другим вектором может служить вектор $\overline{PM_1'} \{f'_{x1} - \Phi_x, f'_{y1} - \Phi_y, f'_{z1} - \Phi_z\}$, соединяющий текущую точку p на поверхности траекторий движения осей шарниров цепи с точкой M_1' , лежащей в плоскости Π' . Этот вектор принадлежит поверхности траекторий движения осей шарниров цепи, так как совпадает с осью шарнира цепи. В результате получим $\vec{N} = \vec{v}_p \times \overline{PM_1'}$.

Для формирования зубчатого венца жесткого колеса ограничим полученную поверхность двумя секущими плоскостями, параллельными плоскости Π . Расстояние между секущими плоскостями равно ширине венца колеса (рис. 6).

Таким образом, предложенная методика профилирования зубьев жесткого колеса цепной волновой передачи учитывает пространственное (неплоское) движение осей шарниров стандартной втулочной или роликовой цепи.

Выводы

Методика профилирования зубьев жесткого колеса цепной волновой передачи, основанная на пространственном движении шарниров цепи, выполняющей функцию гибкого колеса, позволяет проектировать волновые передачи с повышенной нагрузочной способностью и надежностью за счет увеличения пятна контакта в зацеплении и исключения заклинивания шарниров.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] **Машиностроение. Энциклопедия.** Раздел IV. Конструирование машин. Том IV-1. Детали машин. Конструкционная прочность, трение, износ, смазка / под ред. Д.Н. Решетова. – М.: Машиностроение, 1995. – 864 с.
- [2] А.с. № 1539431, МКИ F16H 1/00. **Волновая передача** / В.В. Петросов, С.В. Петросова и Г.В. Петросов; опубл. 30.01.1990, Бюл. № 14.
- [3] **Иванов М.Н.** Детали машин: учебник для машиностроительных специальностей вузов / М.Н. Иванов, В.А. Финогенов. – 12-е изд. испр. – М.: Высш. шк., 2008. – 408 с.
- [4] **Сычев А.А.** Волновая передача с применением стандартной многорядной втулочно-роликовой цепи / А.А. Сычев // Вестник машиностроения. – 1971. – № 9. – С. 41–43.

Gileta V.P., Baris A.V.

THE PROFILING OF THE TEETH OF THE HARMONIC DRIVE

The method of the rigid gear's teeth profiling for harmonic drive is presented. The standard roller chain is used as the flexible gear. The method worked out is based on the piecewise-arc approximation of the flexible gear deformation by the spatial motion of the axis of the chain's joint. The method allows to design harmonic chain drives with high output capability and reliability.

Keywords: Harmonic chain drive; Gear's teeth profiling; Profiling method; Output capability of harmonic drive; Reliability of harmonic drive; Flexible gear.

Статья поступила 2 ноября 2012 г.