

**ДИФФУЗИОННАЯ ТЕОРИЯ ГОРЕНИЯ  
КАПЛИ ЖИДКОГО ВОДОРОДА**

*Г. А. Варшавский, Е. М. Гермейер*  
(Москва)

**ВВЕДЕНИЕ**

Высокая теплотворная способность водорода и значительный его хладоресурс являются показателями, определяющими перспективы применения этого горючего в современных двигателях.

В известных разработках такого рода [1, 2] большое внимание уделяется камерам сгорания, в которые водород подается в газообразном виде. Однако представляет интерес и случай, когда более или менее существенная часть этого горючего подается в камеру в виде тонко распыленной жидкости.

Настоящее исследование и посвящено анализу процесса горения капли жидкого водорода в неподвижном воздухе. В заключение даются рекомендации для расчета горения капли в потоке.

Анализ проведен с помощью положений, которые были высказаны в диффузионной теории капли жидкого топлива [3] и затем неоднократно в той или иной форме повторялись и дополнялись [4—6].

Низкая температура кипения ( $T_k$ ) водорода несколько изменяет известную физическую картину тепломассообменных процессов, происходящих вокруг капли. Поскольку  $T_k$  заметно ниже температуры плавления ( $T_{Ns}$ ) и тем более кипения азота  $T_N$ , то представляется, что внутренняя область между зоной горения и каплей состоит из двух шаровых слоев.

Первый, ближайший к поверхности капли, заполнен газообразным водородом; его внешней границей является изотермическая поверхность с температурой  $T_N$ . В области небольшой толщины, примыкающей к этой условной поверхности раздела, находятся в состоянии динамического равновесия конденсированные частицы азота, не препятствующие переносу тепла и материи.

Второй шаровой слой, распространяющийся от изотермической поверхности  $T_N$  до зоны горения, заполнен газовой смесью переменного состава — от чистого водорода на сфере  $T_N$  до чистого азота на фронте горения с температурой  $T_g^1$ .

<sup>1</sup> При сжигании водорода в иной атмосфере могут существовать еще и другие шаровые слои, заполненные соответствующими компонентами. Метод решения задачи остается неизменным.

Задача заключается в нахождении относительных размеров  $\left(\frac{r_g}{r_k}, \frac{r_N}{r_k}\right)$  обеих поверхностей раздела и определении скорости испарения горящей капли.

Следует указать на то, что исследованию испарения капли водорода в конечном объеме воздуха посвящен ряд работ [7—9]. Эта задача решалась с учетом изменения температуры и состава (из-за охлаждения воздуха и последующей частичной конденсации азота и кислорода). При решении, основанном на применении уравнений фазового равновесия, делалось естественное предположение об однородных температурном и концентрационном полях в объеме, окружающем каплю. Это предположение, однако, находится в некотором противоречии с поступлением возможности использования в уравнении энергии выражений для определения теплового и диффузионного потоков, полученных в предположении нормальных для квазистатических условий распределений температуры и концентрации.

### ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ

Для первой зоны основное уравнение тепломассопереноса записывается как

$$G_H \Delta I = 4\pi r^2 \lambda_{H_2} \frac{dT}{dr}, \quad (1)$$

где

$$\Delta I = \rho + \int_{T_k}^T c_{pH} dT,$$

$\rho$  — теплота испарения водорода;

$c_{pH}$  — теплоемкость газообразного водорода.

Из (1) получаем

$$\frac{G_H}{4\pi} \left( \frac{1}{r_k} - \frac{1}{r_N} \right) = \int_{T_k}^{T_N} \frac{\lambda_{H_2} dT}{\Delta I}. \quad (2)$$

Для второй зоны соответственно

$$G_H \Delta I = 4\pi r^2 \lambda_{cm} \frac{dT}{dr}, \quad (1')$$

где  $\lambda_{cm}$  — текущий коэффициент теплопроводности смеси, зависящий как от температуры, так и от состава.

В первом приближении примем, что  $\lambda_{cm} = \lambda_{N_2}$ , а впоследствии внесем некоторые уточнения.

Из (1') имеем:

$$G_H \left( \frac{1}{r_N} - \frac{1}{r_g} \right) = \int_{T_N}^{T_g} \frac{\lambda_{cm} dT}{\Delta I}. \quad (2')$$

Температура зоны горения ( $T_r$ ) находится с помощью соотношения

$$c_p (T_r - T_\infty) = q_B Le, \quad (3)$$

получающегося при совместном рассмотрении уравнений

$$Q = -4\pi r^2 \lambda \frac{dT}{dr} \quad (4)$$

и

$$G_O = 4\pi r^2 \frac{D}{RT} \frac{dp}{dr} \quad (5)$$

и при соблюдении условия

$$\psi\left(-\frac{T}{T_0}\right) = \varphi\left(-\frac{T}{T_0}\right) \frac{T}{T_0}.$$

Выражение (4) определяет тепло, отводимое от зоны горения во внешнюю среду, (5) — количество кислорода, транспортируемое из окружающего пространства к капле. Число  $Le$  в (3) рассчитано по  $\lambda_{O_{N_2}}$ ,  $D_{O_{N_2}}$ ,  $\gamma_O$  кислорода и значению  $c_p$ , находящемуся в левой части равенства.

Температура зоны горения, найденная с помощью (3), позволяет рассчитать интеграл, находящийся в правой части (2'), и дает возможность определить с точностью до множителя поток кислорода  $G_O$ , направляющийся к зоне горения

$$\frac{G_O}{4\pi r_r} = \frac{\lambda_0 T_0}{q_O} \int_{x_\infty}^{x_r} \varphi(x) dx. \quad (6)$$

Обозначив интегралы, находящиеся в правых частях равенств (2) и (2'), соответственно через  $I_1$  и  $I_2$  и через  $I_3$  выражение  $I_3 = \frac{\lambda_0 T_0}{q_O} \int_{x_\infty}^{x_r} \varphi(x) dx$ , свяжем количества испаренного водорода ( $G_H$ ) и подведенного к зоне горения кислорода ( $G_O$ ) стехиометрическим коэффициентом  $\beta$

$$G_O = \beta G_H. \quad (7)$$

Легко показать, что в этих обозначениях  $\frac{r_r}{r_k}$ ,  $\frac{r_N}{r_k}$  и константа времени горения  $k$ , связывающая в квазистационарной постановке время полного сгорания капли с ее первоначальным размером ( $d\tau = -k dD_k^2$ ) могут быть рассчитаны с помощью выражений

$$\frac{r_r}{r_k} = 1 + \beta \frac{I_1 + I_2}{I_3}, \quad (8)$$

$$\frac{r_N}{r_k} = 1 + \beta \frac{I_1}{\beta I_2 + I_3}, \quad (9)$$

$$k = \frac{\gamma_H \left(1 - \frac{r_k}{r_r}\right)}{8(I_1 + I_2)}. \quad (10)$$

При расчете интеграла  $I_2$  следует иметь в виду, что для получения более точных значений величин  $\frac{r_r}{r_k}$ ,  $\frac{r_N}{r_k}$  и  $k$  следует учитывать зависимость коэффициента теплопроводности не только от температуры, но и от состава. Для этой цели можно использовать метод, предложенный в [10].

При расчете коэффициента теплопроводности смеси по принципу аддитивности

$$\lambda_{cm} = \lambda_{H_2} \frac{p_H}{P} + \lambda_{N_2} \frac{p_N}{P} \quad (11)$$

совместное рассмотрение уравнений диффузии и теплопроводности для второй внутренней зоны при  $\psi(x) = \varphi(x) \cdot x$  приводит к простой связи между текущими значениями парциального давления водорода и температуры:

$$\ln \frac{\lambda_{0H_2}}{\lambda_{0N_2}} \left[ \frac{1}{1 - \frac{p_H}{P}} - \left( 1 - \frac{\lambda_{0N_2}}{\lambda_{0H_2}} \right) \right] = \frac{\lambda_{0H_2} T_0}{D_0 \gamma_O} \int_{x_N}^x \frac{dx}{\Delta I}. \quad (12)$$

Эта связь позволяет рассчитать интеграл  $I_2$  и определить все параметры, характеризующие рассматриваемую задачу.

При использовании (12) следует иметь в виду, что коэффициент теплопроводности, рассчитанный по (11), имеет несколько завышенные значения как по сравнению с определениями по более точным зависимостям [10, 11], так и по данным известных экспериментов [11].

В связи с этим представляют интерес результаты расчетов, проведенных с помощью выражения

$$\lambda_{cm} = \lambda_{0H_2} \left( \frac{p_H}{P} \right)^m + \lambda_{0N_2} \left( 1 - \frac{p_H}{P} \right), \quad (13)$$

полученного при обработке опытов [11] и их экстраполяции на случай высоких температур.

Вместо (12) получаем при этом для связи парциального давления водорода с текущей температурой выражение

$$\int_{y_N}^y \frac{dy}{(1-y)[\lambda_{0H_2}y^m + \lambda_{0N_2}(1-y)]} = - \frac{T_0}{D_0 \gamma_O} \int_{x_N}^x \frac{dx}{\Delta I}, \quad (14)$$

где

$$y = \frac{p_H}{P}.$$

При горении капли водорода в потоке следует воспользоваться представлениями о приведенной пленке [6, 12, 13]. Полагая в первом приближении, что толщина приведенной пленки не зависит от процесса горения и на ее внешней границе заканчиваются процессы тепло-

Таблица результатов расчета

Характеристика горящей капли	Расчетные предположения					
	вторая внутренняя зона заполнена азотом	коэффициент теплопроводности второй внутренней зоны получается принципу аддитивности [11]	коэффициент теплопроводности рассчитан по выражению (13) при $m=1,35$	область между поверхностью капли и зоной горения заполнена азотом	область между поверхностью капли и зоной горения заполнена водородом	
$T_\infty = 300^\circ\text{K}$	$T_\infty = 1273^\circ\text{K}$	$T_\infty = 300^\circ\text{K}$	$T_\infty = 1273^\circ\text{K}$	$T_\infty = 300^\circ\text{K}$	$T_\infty = 1273^\circ\text{K}$	$T_\infty = 300^\circ\text{K}$
$\frac{r_\Gamma}{r_k}$	7,0	6,03	20,7	17,8	16,4	14,2
$\frac{r_N}{r_k}$	1,19	1,16	1,06	1,046	1,07	1,06
$\kappa, \text{сек}/\text{м}^2$	0,409	0,35	0,138	0,118	0,175	0,150

Причение. Основные теплофизические характеристики рабочих тел рассчитывались по материалам справочников [14, 15], расчет проведен для давления среды  $p=1 \text{ кг}/\text{см}^2$ .

массообмена (концентрация кислорода равна концентрации на бесконечности), для скорости горения капли получают выражение

$$G_H = \frac{4\pi r_k (r_k - \delta)}{\delta} \times \\ \times \left( I_1 + I_2 + \frac{I_3}{\beta} \right).$$

Для нахождения полного времени горения следует учесть динамику полета горящей капли, поскольку она существенным образом влияет на толщину пленки  $\delta$ .

#### АНАЛИЗ ПРОВЕДЕНИХ РАСЧЕТОВ

Результаты выполненных расчетных определений основных параметров горящей капли водорода представлены в таблице.

Сопоставление этих данных свидетельствует о существенной зависимости характерных параметров горящей капли от способа расчета коэффициента теплопроводности. Значительное изменение температуры окружающей среды оказывает сравнительно слабое влияние на скорость горения капли.

Для проверки предположения о существовании двух внутренних зон следует провести специальные эксперименты.

Однако и до постановки соответствующих экспериментов можно сделать некоторые предварительные суждения о достоверности полученных здесь количественных характеристик процесса го-

рения капли водорода. Эти соображения, основанные на опыте, получном при исследовании горения индивидуальных углеводородных топлив, могут быть сведены к двум основным положениям.

1. При числах Грасгофа (рассчитанных по диаметру капли), превышающих 0,04, влияние конвекции будет существенно искажать форму пламени и резко сокращать величину  $\frac{r_g}{r_k}$  [16, 17].

2. Искажение формы и размеров фронта пламени и известное снижение температуры в зоне горения (по сравнению с расчетной) не будет, однако, существенно сказываться на константе времени и полученным здесь методом определения величины  $k$  (при  $\lambda_{cm}$ , рассчитанном по (11) или (13)) можно пользоваться для предварительного суждения о необходимых размерах камер сгорания, работающих на воздухе (при известной дисперсности распыла).

В статье принятые обозначения:  $\psi(T/T_0)$ ,  $\varphi(T/T_0)$  — функции, связывающие текущие значения коэффициентов диффузии и теплопроводности ( $D$ ,  $\lambda$ ) с их величинами  $D_0$ ,  $\lambda_0$  при  $T_0=273^{\circ}\text{K}$ ;  $q_O$ ,  $q_V$  — количество тепла, выделяющегося на единицу массы кислорода и воздуха;  $x=T/T_0$  — относительная текущая температура;  $\gamma_H$ ,  $\gamma_O$  — удельный вес жидкого водорода и кислорода;  $\lambda_0$  — коэффициент теплопроводности;  $p$  — давление среды;  $p_H$ ,  $p_N$  — парциальные давления водорода и азота.

Поступила в редакцию  
30/I 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М. Баррер, А. Жомотт, Б. Вебек, Ж. Ванденкеркхове. Ракетные двигатели. М., Оборонгиз, 1962.
2. А. Фергу. J. of The Royal Aeronautical Society, 1964, 68, 645, 575—597.
3. Г. А. Варшавский. Диффузионная теория горения капли. М., БНТ МАП, 1945.
4. D. B. Spalding. 4-th Symposium on Combustion. Baltimore, 1953, p. 854.
5. Ф. А. Агафонова, М. А. Гуревич, И. И. Палеев. ЖТФ, 1957, XXVII, 8.
6. Л. А. Клячко, А. В. Кудрявцев. ПМТФ, 1963, 6.
7. R. Edelman, H. Rosenbaum. AIAA, 1963, 63, 507.
8. R. Edelman, H. Rosenbaum. General Appl. Sci. Labs Inc. GASC TR, 1963, 367.
9. R. Edelman, H. Rosenbaum. AIAA. January, 1966.
10. Г. А. Варшавский. Тр. Одесского ун-та, 1962, 152, 8.
11. A. L. Lindsay, L. A. Broughton. Idustr. and Engineering Chem, 1950, 42, 8, 1508.
12. В. Г. Левич. Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1959.
13. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., Изд-во АН СССР, 1947.
14. Теплофизические свойства веществ. Под ред. проф. Н. Б. Варгафтика. М., Госэнергоиздат, 1956.
15. Н. Б. Варгафтик. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., Физматгиз, 1963.
16. Г. А. Варшавский. Тр. Одесского ун-та, 1960, 150.
17. Agoston and o.t. Jet Propulsion, 1958, 28, 3, 181.