

5. Рыбанин С. С., Соболев С. Л. Докл. АН СССР, 1985, 285, 6, 1409.
6. Зельдович Я. Б. и др. Математическая теория горения и взрыва.— М.: Наука, 1980.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.— М.: Наука, 1974.
8. Нобл Б. Метод Винера — Хопфа.— М.: ИЛ, 1962.
9. Алдушин А. П. и др. Докл. АН СССР, 1978, 243, 6, 1434.
10. De Ris J. N. 12-th Symp. (Intern.) Combustion, Pittsburgh, Combust. Inst., 1969.
11. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного.— М.: Физматгиз, 1958.
12. Wichman S., Williams F. A. Combust. Sci. Technol., 1983, 32, 91.

*Поступила в редакцию 1/VIII 1986,
после доработки — 22/IX 1987*

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ГОРЕНИЕ БЕЗМЕТАЛЛЬНЫХ ГЕТЕРОГЕННЫХ СОСТАВОВ

*Л. К. Гусаченко
(Новосибирск)*

1. Ввиду чрезвычайного многообразия гетерогенных конденсированных систем (ГКС) и условий их сжигания правдоподобно описать горение ГКС может лишь система моделей. Если в стационарном горении известно несколько элементов этой системы, то в нестационарном горении, где многообразие условий сжигания еще больше (и, значит, требуется более обширная система), в различных вариантах практически применяется лишь модель, предполагающая $d \ll \kappa/u$ (d — размер частиц; κ — температуропроводность κ -фазы; u — скорость горения ГКС) и учитывающая в одномерной постановке обычно только инерционность прогретого слоя. В то же время ясно, что при $d \geq \kappa/u$, когда сравнимы время d/u выгорания одной частицы и время κ/u^2 тепловой релаксации прогретого слоя ГКС, горение состава может быть локально нестационарным [1, 2]. Природа вызванных гетерогенностью возмущений может быть различной.

Если продукты газификации одного из компонентов (дисперсного наполнителя или связки), отходя со скоростью v от поверхности, обтекают возвышающиеся на $\sim d$ над ней выступы другого, более труднолетучего компонента, то при $Re = \rho v d / \mu \sim 10$ могут возникнуть пульсации за счет срыва кармановских вихрей с частотой $\sim v/d$. Если связка горит самостоятельно и быстрее наполнителя, роль последнего для широкого класса ГКС сводится к теплоотводу из зоны горения связки [3]. С уменьшением толщины h прослойки связки между зернами наполнителя (с ростом его объемной доли ζ в ГКС или с уменьшением d) горение связки замедляется и при достижении критической толщины h^* прекращается (за счет погасания газового пламени, как показано в опытах [4] на баллистических образцах). Согласно [5], во многих случаях гомогенные образцы баллититов с толщиной, близкой к критической, горят в пульсирующем режиме. Такого же поведения можно ожидать и от прослоек быстрогорящей связки в ГКС.

Наконец, при $h \gg h^*$, когда большая часть поверхностей связки и наполнителя горит независимо друг от друга, возмущающая роль гетерогенности сводится к изменению состава газовой смеси около наблюдаемой частицы по мере ее выгорания. В дальнейшем обсуждается только этот эффект.

2. Проще всего можно представить себе такое явление при высокой скорости изменения (монотонного или колебательного) внешних условий, например давления. Если характерное время изменения давления $t_p \ll d/u_m$ ($u_m = \max(u_n, u_c)$, u_n, u_c — соответственно линейные скорости горения наполнителя и связки), то можно пренебречь изменением структуры поверхности ГКС за время t_p . Согласно [6], при этом образец ГКС сечения S горит как два независимо горящих образца (из сплошного

наполнителя и из связи) с плоскими поверхностями горения ($S_n = S_n^0$, $S_c = S_c^0$), удовлетворяющими «стационарным» соотношениям

$$S_n^0 u_n^0 = \zeta S u^0, \quad S_c^0 u_c^0 = (1 - \zeta) S u^0,$$

где u^0 — стационарная (до начала изменения давления) скорость горения всего образца. Единственное отличие состоит в том, что рассчитанные таким образом потоки

$$M_n = S_n^0 \rho_n u_n(t), \quad M_c = S_c^0 \rho_c u_c(t)$$

двух компонентов следует считать мгновенно перемешивающимися у поверхности ГКС. Переменность $M_n(t)/M_c(t)$ вызывает изменения температуры T продуктов сгорания. Такие колебания (на сотни градусов, в том числе в сторону повышения) зафиксированы в опытах [6—8].

3. Некоторые прогнозы относительно нестационарного горения можно привести также для случая $d/u_n \ll t_p$, $u_n \gg u_c$, когда соответствующий стационарный режим описывается моделями эстафетного типа [9—12]. Для такого стационарного режима из модели [11] следует $u \sim u_c / (1 - \zeta_{эфф})$. Здесь $\zeta_{эфф} = \zeta / \zeta_1$ — эффективная объемная доля быстрогорящего компонента, учитывающая, что вместе с каждой частицей наполнителя столь же быстро сгорает некоторый прилегающий к ней объем связки. Принятое условие $d/u_n \ll t_p$ означает, что рассматриваются изменения параметров процесса (в частности, состава продуктов сгорания) лишь на интервалах времени, значительно превышающих время выгорания одного зерна наполнителя. Поступление продуктов газификации наполнителя от поверхности образца ГКС на таких интервалах времени зависит от скорости медленной газификации прослоек связки между частицами. Это положение — исходное для вывода «стационарной» формулы $u \approx u_c / (1 - \zeta_{эфф})$. Иначе говоря, если можно пренебречь влиянием неоднородности в газовой фазе и считать постоянной величину ζ_1 , в описанном нестационарном режиме не меняется отношение M_n/M_c (и зависящая от него T), а общий массовый поток $M_n + M_c$ пропорционален нестационарной скорости $u_c(t)$ выгорания связки.

Следует иметь в виду, что стационарные модели эстафетного типа, широко применяемые в случае $u_n > u_c$, непригодны при достаточно высокой объемной доле $\zeta > \zeta^*$ наполнителя, когда он может образовывать в ГКС сплошные цепочки [13, 14]. Это ограничение можно вложить, например, в приведенную формулу из [11], если принять в ней $\zeta_1 = \zeta^*$, при этом $u \sim u_n$, горение распространяется вдоль цепочек наполнителя аналогично тому, как в ГКС с быстрогорящей связкой оно распространялось вдоль прослоек связки, и простые выводы о нестационарном горении по-прежнему можно сделать лишь для быстропеременного давления ($t_p \ll d/u_n$).

4. В общем случае, когда времена t_p , d/u_n , d/u_c сравнимы, ослабевает (по сравнению со случаем $t_p \ll \max(d/u_n, d/u_c)$) синхронизирующее действие меняющихся внешних условий на локальные нестационарные явления около отдельных зерен. Требуется учитывать изменение за время t_p структуры поверхности в районе отдельного зерна. Такие попытки предприняты в моделях [15—17], пригодных, однако, лишь для ГКС с упорядоченной структурой. В [18] один из авторов модели [17] фактически признал ее неэффективность для реальных ГКС. Тем не менее развитый в [15—17] подход может быть полезен, если в соответствии с [19] считать высоконаполненный ГКС состоящим из хаотически расположенных и ориентированных элементов с правильным (гексагональным и кубическим) расположением частиц в этих элементах.

5. Что касается нестационарного воздействия других внешних факторов, то здесь после давления на первом месте — обдув поверхности продуктами горения. В нестационарном режиме для ГКС это явление практически не исследовано. Можно ожидать, что переменный обдув по-разному будет влиять на труднодоступные лидирующие участки

фронта горения ГКС и на разветвленную догорающую часть к-фазы, что вызовет колебания соотношения M_n/M_c поступающих в газовую фазу компонентов и зависящей от него температуры продуктов. Это относится и к случаю $d/u_n \ll t_p$, $u_n \gg u_c$, когда M_n/M_c и T не зависят от колебаний давления.

6. Рассмотрим более подробно ситуацию, когда расположение частиц наполнителя в ГКС полностью разупорядочено; размеры частиц достаточно велики для того, чтобы горение почти всей поверхности частиц и почти всей поверхности связки можно было считать независимым ($h \gg h^*$); теоретически или экспериментально найдены функции отклика чистых наполнителя и связки

$$f_n(\omega) = (\Delta u_n / u_n) / (\Delta p / p), \quad f_c(\omega) = (\Delta u_c / u_c) / (\Delta p / p) \quad (1)$$

на гармоническое изменение давления $\Delta p = |\Delta p| \exp(i\omega t)$. При этом связка горит быстрее наполнителя, $u_c > u_n$ (зерна догорают в полете), но величины $t_p \sim 2\pi/\omega$, d/u_n , d/u_c сравнимы, так что изменение формы зерна за время пульсации давления следует учитывать. Внутри ГКС зерна наполнителя считаем сферическими и всюду одинаковыми. Требуется получить в линейном приближении функции отклика для массовой скорости M (г/с) горения образца ГКС

$$f_M(\omega) = (\Delta M / M) / (\Delta p / p) \quad (2)$$

и для температуры продуктов сгорания

$$f_{RT}(\omega) = (\Delta RT / RT) / (\Delta p / p). \quad (3)$$

Для нахождения обеих этих величин достаточно знать текущие значения массовых скоростей газообразования для наполнителя и связки на поверхности образца:

$$M = M_n + M_c, \quad \frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta M_n}{M_n} \frac{M_n}{M} + \frac{\Delta M_c}{M_c} \left(1 - \frac{M_n}{M}\right). \quad (4)$$

Зависимость температуры пламени от M_n/M считаем известной из опыта или расчета, тогда с учетом (4)

$$f_{RT}(\omega) \approx \frac{d \ln RT}{d(M_n/M)} \frac{\Delta(M_n/M)}{\Delta p/p}, \quad \Delta \left(\frac{M_n}{M}\right) = \frac{M_n}{M} \frac{M_c}{M} \left(\frac{\Delta M_n}{M_n} - \frac{\Delta M_c}{M_c}\right). \quad (5)$$

Для отыскания колебаний массовых потоков $M_n(t)$, $M_c(t)$ удобно представить их в виде

$$M_c = \rho_c S_c u_c, \quad \frac{\Delta M_c / M_c}{\Delta p / p} = \frac{\Delta S_c / S_c}{\Delta p / p} + f_c(\omega), \quad M_n = \rho_n \int -\frac{\partial w}{\partial t} dN. \quad (6)$$

Здесь w — еще не сгоревший объем частицы наполнителя; N — число горящих частиц (включая и вылетевшие). Таким образом, при известных $f_n(\omega)$, $f_c(\omega)$ задача сводится к геометрии: вычислению $\Delta S_c(t)$ и интеграла в (6).

Контактирующую с газом поверхность связки считаем плоской и имеющей площадь

$$S_c \approx (1 - \xi)S = \text{const}, \quad \Delta S_c(t) = 0. \quad (7)$$

Такое предположение весьма условно отражает действительность. На самом деле поверхность связки всюду кривая (см. на рис. 1, а эволюцию плоского вначале фронта, огибающего одиночную частицу), а площадь ее меньше величины $S(1 - \xi)$, соответствующей плоскому фронту. Действительно, стационарная скорость $u < u_c$ из-за искривления. С другой стороны, выполняется геометрическое соотношение $uS(1 - \xi) = u_c S_c$, откуда при $u < u_c$ следует $S_c < S(1 - \xi)$. Учитывающую искривление пути функцию $u/u_c < 1$ от ξ можно получить экспериментально или теоретически, например, полагая ГКС состоящим из произвольно ориентированных элементов с правильной структурой частиц. Заметим, однако, что для линейного нестационарного анализа левое равенство (7) пе

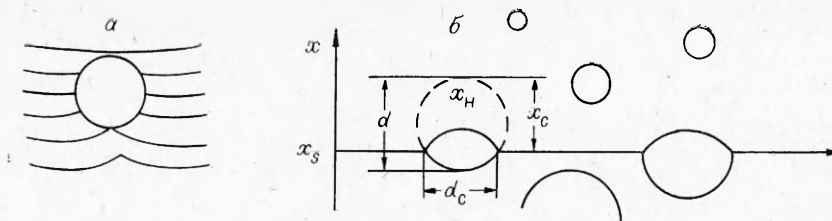


Рис. 1. Искривление плоского фронта горения около инертной частицы (а) и геометрия поверхности ГКС (б).

столь важно, как правое, а последнее выполняется точно. Это следует из того, что лидирующее горение связки в данной постановке никак не зависит от характера догорания наполнителя (картина движения кривого фронта горения связки такая же, какая была бы при инертном наполнителе). Так как нормальная скорость $u_c(t)$ всюду одинакова, форма и площадь локальных элементов поверхности связки зависят только от толщины сгоревшего слоя $\int u_c dt$ и не зависят от того, как менялась скорость за время его сгорания. Отсюда следует, что для всего образца S_c не зависит от времени при $p = p(t)$.

Рассмотрим горение наполнителя. Если при колебаниях давления колеблется и отношение u_n/u_c , к центру горячей поверхности каждого зерна распространяются волны изменения формы поверхности от линии контакта со связкой, которая служит источником возмущений. Близкий по сути процесс рассмотрен в [20]. Явление описывается уравнением в частных производных первого порядка. Однако если учесть, что реальные частицы имеют неправильную форму и контактируют с беспорядочно искривленной поверхностью связки, то представляется оправданным упрощение, введенное в модели БДП [21]: считаем, что выйдя на поверхность ГКС, частица горит на своей вершине со скоростью $u_n(t)$, а остальная, контактирующая с газом поверхность (рис. 1, б) изменяется, оставаясь частью сферы, ограниченной плоской поверхностью связки (перемещающейся со скоростью $u_c(t)$). Вычисляя при этих предположениях интеграл (6) для ГКС со случайным распределением частиц по объему, можно получить (см. приложение)

$$(\Delta M_n/M_n)/(\Delta p/p) = f_c(\omega) + 3(f_n(\omega) - f_c(\omega))\delta F(\Omega, \delta), \quad (8)$$

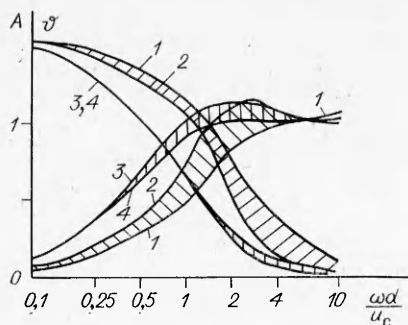
$$F(\Omega, \delta) = \left[\frac{1}{6} + \frac{(1-\delta)^2}{3\delta} + \frac{i(1-\delta)^2}{\Omega} + \frac{1-4\delta(1-\delta)}{\Omega^2} + \frac{2i\delta(2-5\delta)}{\Omega^3} \right] - e^{-i\Omega} \left[\frac{1-2\delta^2}{\Omega^2} + \frac{2i\delta(2+3\delta)}{\Omega^3} \right] + \frac{16i\delta^2}{\Omega^3} e^{-i\Omega/2\delta} \cos \frac{\Omega}{2}, \quad (9)$$

$$\delta = u_n/u_c, \quad \Omega = \omega d/u_c.$$

Можно показать, что в (9) при $\omega \rightarrow 0$ $F(\Omega, \delta) \rightarrow 0$, так что $\Delta M_n/M_n \rightarrow \Delta u_c/u_c$. Это соответствует физическому смыслу: при медленных колебаниях давления образец горит квазистационарно со скоростью $u_c(p)$. При высоких же частотах, согласно [6], должно быть $\Delta M_n/M_n \rightarrow \Delta u_n/u_n$, т. е. в (8) $3\delta F(\Omega, \delta) \rightarrow 1$. Однако из (9) следует $F(\infty, \delta) = (1/3\delta) - 1/2 + \delta/3$, что соответствует действительности лишь при $\delta = u_n/u_c \ll 1$. Причина расхождения кроется в использованном упрощающем предположении о всегда сферической форме выступающей над связкой части частицы. Поверхность частицы для сохранения сферичности вынуждена, по этому предположению, мгновенно и вся реагировать на сколь угодно быстрые колебания границы со связкой, что противоречит физическому смыслу. Более точная математическая постановка без использования предположения о сферичности приводит к довольно громоздким вычислительным алгоритмам и неуместна с учетом грубости других принятых идеализаций. Применим вместо F «исправленную» функцию

$$F_1 = F + \left(\frac{1}{2} - \frac{\delta}{3} \right) \left(1 - \frac{1 - \exp(-i\Omega\gamma)}{i\Omega\gamma} \right), \quad (10)$$

Рис. 2. Модуль и аргумент величины $3\delta F_1$.
 u_n/u_c : 1—0,3, 2—0,3, 3—0,1, 4—0,1; γ : 1—0,5,
 2—2, 3—2, 4—0,5.



где γ — коэффициент согласования (может принимать любые значения, но предположительно имеет порядок 1). Согласно (9), (10), $F_1 \rightarrow 0$ при $\Omega \rightarrow 0$, $F_1 \rightarrow 1/3\delta$ при $\Omega \rightarrow \infty$. Полагая $F_1 = -F_2 + iF_3$, получим из (9), (10)

$$F_2 = \frac{1}{3\delta} \frac{(1-2\delta)^2}{\Omega^2} - \frac{(1-2\delta^2)}{\Omega^2} \cos \Omega - \frac{2\delta(2+3\delta)}{\Omega^2} \sin \Omega + \frac{16\delta^2}{\Omega^3} \sin \frac{\Omega}{2\delta} \cos \frac{\Omega}{2} - \frac{3-2\delta}{6\gamma\Omega} \sin(\gamma\Omega), \quad (11)$$

$$F_3 = \frac{(1-\delta)^2}{\Omega} + \frac{2\delta(2-5\delta)}{\Omega^3} + \frac{1-2\delta^2}{\Omega^2} \sin \Omega - \frac{2\delta(2+3\delta)}{\Omega^3} \cos \Omega + \frac{16\delta^2}{\Omega^3} \cos \frac{\Omega}{2\delta} \cos \frac{\Omega}{2} + \frac{3-2\delta}{6\gamma\Omega} [1 - \cos(\gamma\Omega)].$$

Кроме (10) возможны и другие виды «исправлений» функции F . Теперь, подставляя в (8) функцию F_1 по (9)–(11), из (1)–(8) можно получить искомые $f_M(\omega)$, $f_{RT}(\omega)$.

Обсудим вид $f_{RT}(\omega)$. Из (5)–(8) следует

$$f_{RT} = \frac{\Delta(RT)/RT}{\Delta p/p} = \frac{d \ln RT}{d(M_n/M)} \frac{M_n}{M} \left(1 - \frac{M_F}{M}\right) [f_n(\omega) - f_c(\omega)] 3\delta F_1(\Omega, \delta). \quad (12)$$

На рис. 2 изображены значения модуля A (восходящие кривые) и аргумента ϑ (нисходящие кривые) для величины $3\delta F_1$ в зависимости от $\Omega = \omega d/u_c$ при разных $\delta = u_n/u_c$ и γ ;

$$A = 3\delta \sqrt{F_2^2 + F_3^2}, \quad \vartheta = \arctg(F_3/F_2). \quad (13)$$

Видно, что зависимость от коэффициента согласования $\gamma = 0,5 \div 2$ невелика, ослабевает с ростом отношения $1/\delta = u_c/u_n$ и, во всяком случае, не меняет качественный вид кривых.

Теперь можно сделать некоторые выводы о характере зависимости $f_{RT}(\omega)$, согласно (12) (рис. 3). Известно [22], что для гомогенного состава с линейной скоростью горения u на низких частотах ($\omega \ll 2\pi u^2/\kappa$) функция отклика $f = (\Delta u/u)/(\Delta p/p)$ близка к показателю в законе горения $v = d \ln u/d \ln p$, при $\omega \sim 2\pi u^2/\kappa$ модуль f обычно имеет максимум и далее уменьшается. С учетом $\delta = u_n/u_c < 1$ зависимость модуля произведения $(f_n - f_c) 3\delta F_1$ от ω может иметь «полку» с началом при $\omega/2\pi \sim \sim u_c/d$ и два максимума при $\omega/2\pi \sim u_n^2/\kappa$ и $\omega/2\pi \sim u_c^2/\kappa$ (см. рис. 3, а). Если $u_n^2/\kappa < u_c/d$, «полка» и связанный с откликом наполнителя максимум вырождается в максимум при $\omega/2\pi \sim u_c/d$ (см. рис. 3, б).

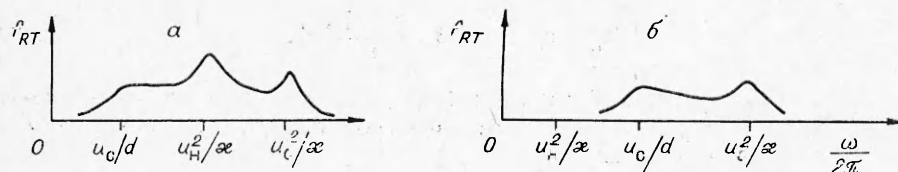


Рис. 3. Качественная зависимость модуля отклика температуры продуктов от частоты.

а) $u_n^2/\kappa \geq u_c/d$; б) $u_n^2/\kappa \leq u_c/d$.

Приложение

Для получения зависимости $M_H(t)$ следует, согласно (6), найти вначале несгоревший объем зерна, частично вышедшего на поверхность. Возьмем начало координат $x=0$ на холодном торце образца, на горячей поверхности связки $x=x_s$. Рассмотрим в момент t геометрию частицы с центром (без учета сгорания) на плоскости x . Еще не сгоревшая часть состоит из двух сегментов с высотами h_B, h_H с общим основанием — кругом диаметра d_c и с суммарным объемом

$$w = \frac{\pi}{6} h_B \left[3 \left(\frac{d_c}{2} \right)^2 + h_B^2 \right] + \frac{\pi}{6} h_H \left[3 \left(\frac{d_c}{2} \right)^2 + h_H^2 \right]. \quad (I)$$

Выразим h_B, h_H через x_H, x_C , которые показывают, на какое расстояние к моменту t распространилось горение по частице (от вершины) и по связке — с появления вершины частицы на поверхности горения (см. рис. 1, б)

$$h_B = x_C - x_H, \quad h_H = d - x_C. \quad (II)$$

Используем геометрическое соотношение

$$(d_c/2)^2 = x_C(d - x_C). \quad (III)$$

Если центр частицы (без учета горения) лежит в плоскости x , то

$$x_C = x - x_s + d/2, \quad -dx_s/dt = u_c. \quad (IV)$$

Горение частицы началось при

$$x_s = x_s^* = x + d/2, \quad (V)$$

она оторвалась от поверхности при

$$x_s = x_s^{**} = x - d/2.$$

Для x_H выполняется

$$x_H = \int_{x_s(t)}^{x_s^*(t)} u_H dt = \int_{x_s(t)}^{x_s^*(t)} \delta dx_s, \quad \delta = u_H/u_c.$$

Из (I) — (III) следует

$$w/(\pi d^3/6) = (\xi_C - \xi_H) [3\xi_C(1 - \xi_C) + (\xi_C - \xi_H)^2] + (1 - \xi_C)^2(1 + 2\xi_C), \quad (VI)$$

$$\xi_C < 1, \quad \xi = x/d.$$

В дальнейшем вместо времени используем однозначно связанную с ним величину $\xi_s = x_s(t)/d$. Тогда для периода после отрыва частицы

$$w/(\pi d^3/6) = \max [0, (1 + \xi_H^{**} - 2\xi_H)^3], \quad \xi_s < \xi_s^{**}(\xi). \quad (VII)$$

$$\bar{w}(\xi, \xi_s) = \frac{w}{\pi d^3/6} = \begin{cases} \psi(\xi_C, \xi_H), & \text{если } \xi - \xi_s < 1/2, \\ \varphi(\xi_H^{**}, \xi_H), & \text{если } \xi - \xi_s > 1/2, \end{cases} \quad (VIII)$$

где ψ, φ даны по (VI), (VII),

$$\xi_H^{**}(\xi) = \int_{\xi-1/2}^{\xi+1/2} \delta(\xi_s) d\xi_s, \quad \xi_H(\xi, \xi_s) = \int_{\xi_s}^{\xi+1/2} \delta(\xi_s) d\xi_s. \quad (IX)$$

При вычислении интеграла (6) число центров частиц dN в слое толщиной dx найдем как произведение объема Sdx этого слоя на среднюю объемную концентрацию $\zeta/(\pi d^3/6)$ центров частиц в образце. Тогда (6) примет вид

$$M_H = \rho_H S \zeta u_c(t) \int \frac{\partial \bar{w}(\xi, \xi_s)}{\partial \xi_s} d\xi. \quad (X)$$

На пределах интегрирования, согласно (V), (VII), выполняются соответственно $\xi = \xi_s - 1/2$ и $1 + \xi_H^{**} - 2\xi_H = 0$ (начало и конец горения). Подставим в интеграл (X) выражение (VIII) для \bar{w}

$$\int \frac{\partial \bar{w}(\xi, \xi_s)}{\partial \xi_s} d\xi = \int_{\xi_s-1/2}^{\xi_s+1/2} \left[\frac{\partial \psi}{\partial \xi_C} \frac{\partial \xi_C}{\partial \xi_s} + \frac{\partial \psi}{\partial \xi_H} \frac{\partial \xi_H}{\partial \xi_s} \right] d\xi + \int_{\xi_s}^{1+\xi_H^{**}-2\xi_H=0} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi_H} \frac{\partial \xi_H}{\partial \xi_s} d\xi. \quad (XI)$$

Из (IV), (IX) следует

$$\frac{\partial \xi_c}{\partial \xi_s} = -1, \quad \frac{\partial \xi_c}{\partial \xi} = 1, \quad \frac{\partial \xi_H}{\partial \xi_s} = -\delta(\xi_s), \quad \frac{\partial \xi_H}{\partial \xi} = \delta(\xi + 1/2), \quad \frac{\partial \xi_H^{**}}{\partial \xi} = \delta(\xi + 1/2) - \delta(\xi - 1/2),$$

так что (XI) принимает вид

$$\int \frac{\partial \bar{w}}{\partial \xi_s} d\xi = \int_{\xi_s-1/2}^{\xi_s+1/2} \left[\frac{\partial \psi}{\partial \xi_c} \cdot (-1) + \frac{\partial \psi}{\partial \xi_H} \cdot (-\delta(\xi_s)) \right] d\xi + \int_{\xi=\xi_s+1/2}^{1+\xi_H^{**}-2\xi_H=0} \frac{\partial \psi}{\partial \xi_H} \cdot (-\delta(\xi_s)) d\xi. \quad (XII)$$

Для сравнения полезно выписать выражение

$$1 = \int -\frac{\partial \bar{w}}{\partial \xi} d\xi = \int_{\xi_s-1/2}^{\xi_s+1/2} \left[-\frac{\partial \psi}{\partial \xi_c} \cdot 1 - \frac{\partial \psi}{\partial \xi_H} \cdot \delta(\xi + 1/2) \right] d\xi + \int_{\xi=\xi_s+1/2}^{1+\xi_H^{**}-2\xi_H=0} \left[-\frac{\partial \psi}{\partial \xi_H} \cdot \delta(\xi + 1/2) - \frac{\partial \psi}{\partial \xi_H^{**}} \cdot (\delta(\xi + 1/2) - \delta(\xi - 1/2)) \right] d\xi. \quad (XIII)$$

Из сравнения (XII) и (XIII) следует (с учетом (VI), (VII), (XI))

$$\frac{M_H}{\rho_H S \xi_c u_c(t)} - 1 = -3 \int_{\xi_s-1/2}^{\xi_s+1/2} \{ \xi_c(1 - \xi_c) + (\xi_c - \xi_H)^2 \} [\delta(\xi + 1/2) - \delta(\xi_s)] d\xi + 3 \int_{\xi=\xi_s+1/2}^{1+\xi_H^{**}-2\xi_H=0} (1 + \xi_H^{**} - 2\xi_H)^2 [-\delta(\xi + 1/2) - \delta(\xi - 1/2) + 2\delta(\xi_s)] d\xi, \quad (XIV)$$

$$\xi_c = \xi - \xi_s + 1/2, \quad \xi_s = \text{const} - \left(\int_0^t u_c(t) dt \right) / d. \quad (XV)$$

В стационарном режиме левая и правая части (XIV) обращаются в нуль. Вычислим отнесенное к $\Delta p/p$ отклонение от стационарного режима, для левой части получим $(\Delta M_H/M_H)/(\Delta p/p) - f_c(\omega)$. Справа в стационарном режиме обращаются в нуль выражения в квадратных скобках, поэтому для линейного приближения остальным сомножителям под интегралами и пределами интегралов можно придать стационарные значения, полагая там, согласно (IX), (XV),

$$\xi_H = \xi_c \delta, \quad \xi_H^{**} = \delta, \quad \xi_s = \text{const} - u_c t / d.$$

Для возмущения величины $\delta = u_H(t)/u_c(t)$ получим

$$\Delta \delta(\xi_s)/(\Delta p(t)/p) = (f_H - f_c) \delta$$

(см. обозначения (1)). Если вместо ξ_s задать величине δ аргумент $\xi + 1/2 = \xi_s + \xi_c$, то (в соответствии со связью $\xi_s = \text{const} - u_c t / d$) это будет эквивалентно замене t на $t - \xi_c d / u_c$.

Тогда с учетом $\Delta p \sim \exp(i\omega t)$

$$\frac{\Delta \delta(\xi + 1/2)}{\Delta p(t)/p} = \frac{\Delta \delta(\xi_s + \xi_c)}{\Delta p(t - \xi_c d / u_c)/p} \frac{\Delta p(t - \xi_c d / u_c)}{\Delta p(t)} = (f_H - f_c) \delta e^{-i\Omega \xi_c}.$$

Аналогично

$$\frac{\Delta \delta(\xi - 1/2)}{\Delta p(t)/p} = (f_H - f_c) \delta \exp(-i\Omega(\xi_c - 1)), \quad \Omega = \omega d / u_c.$$

Вводя под интегралом (XIV) еще новую переменную $\xi_c = \xi - \xi_s + 1/2$, получим

$$\frac{\Delta M_H/M_H}{\Delta p/p} - f_c = 3(f_H - f_c) \delta F(\Omega, \delta),$$

$$F(\Omega, \delta) = \int_0^1 [\xi_c - \xi_c^2(2 - \delta)\delta] (1 - e^{-i\Omega \xi_c}) d\xi_c +$$

$$\begin{aligned}
& + \int_1^{(1+\delta)/2\delta} (1 + \delta - 2\delta\xi_c)^2 [2 - (1 + e^{i\Omega}) e^{-i\Omega\xi_c}] d\xi_c = \\
& = \left[\frac{1}{6} + \frac{(1-\delta)^2}{3\delta} + \frac{i(1-\delta)^2}{\Omega} + \frac{1-4\delta(1-\delta)}{\Omega^2} + \frac{2i\delta(2-5\delta)}{\Omega^3} \right] - \\
& - e^{-i\Omega} \left[\frac{1-2\delta^2}{\Omega^2} + \frac{2i\delta(2+3\delta)}{\Omega^3} \right] + \frac{16i\delta^2}{\Omega^3} e^{-i\Omega/2\delta} \cos \frac{\Omega}{2}.
\end{aligned}$$

Из интегрального выражения $F(\Omega, \delta)$ видно, что $F(0, \delta) = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахман Н. Н. Докл. АН СССР, 1959, 129, 5.
2. Новиков С. С., Похил П. Ф., Рязанцев Ю. С. и др. ПМТФ, 1968, 3.
3. Новиков С. С., Потулов В. Ю., Чуйко С. В. — В кн.: Горение конденсированных систем. — Черноголовка, 1977.
4. Вишневецкий И. Я., Денисюк А. П., Фогельзаиг Е. А. ФГВ, 1979, 15, 1.
5. Зенин А. А. — В кн.: Физические процессы при горении и взрыве. — М.: Атомиздат, 1980.
6. Илюхин В. С., Марголин А. Д., Сверчков Ю. Е. — В кн.: Горение конденсированных систем. — Черноголовка, 1977.
7. Баэр А. Д., Райэн Н. В., Шульц Е. В. РТК, 1974, 9, 5.
8. Илюхин В. С., Марголин А. Д., Валеев И. И. и др. ФГВ, 1987, 23, 3.
9. Бахман Н. Н., Беляев А. Ф. Горение гетерогенных конденсированных систем. — М.: Наука, 1967.
10. Бекстед М. В., Маккарти К. П. РТК, 1982, 20, 2.
11. Kubota N., Masamoto T. 16-th Symp. (Intern.) on Combustion, 1976.
12. Beckstead M. W. 18-th Symp. (Intern.) on Combustion, 1981.
13. Gurland J. — In: Planes Proc./Ed. F. Benesovsky. — Vienna, 1962.
14. Seetharamacharyulu D., Pai Vernerder V. P., Mallya K. M. e. a. Comb. Sci. Techn., 1981, 25, 1.
15. King M. K. AIAA Paper N 78-216, 1978.
16. Боргс Т. Л., Бекстед М. В. РТК, 1970, 8, 4.
17. Cohen N. S., Strand L. D. AIAA J., 1985, 23, 5.
18. Government Reports, 1985, 85, 15, abstr. 535, 236.
19. Blum E. H., Wilhelm V. H. AICHE-Iche Symp. Series, 1965, 4.
20. Гусаченко Л. К. — В кн.: Горение и взрыв. — М.: Наука, 1972.
21. Бекстед М. В., Дерр Р. Д., Прайс К. Ф. РТК, 1970, 8, 12.
22. Новожилов В. В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. — М.: Наука, 1973.

Поступила в редакцию 28/1 1987,
после доработки — 21/V 1987

ПРИМЕНЕНИЕ ЭКСИМЕРНЫХ ХеСІ- И КrF-ЛАЗЕРОВ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ПЛАМЕНИ МЕТОДОМ СПОНТАННОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ

А. Н. Малов, С. Ю. Федоров
(Новосибирск)

Методы диагностики пламен, основанные на явлении комбинационного рассеяния света (КР), широко известны — это спектроскопия спонтанного комбинационного рассеяния (СКР), когерентное антистоксово рассеяние света (КАРС) и др. [1—3].

Для измерений в пламенах — объектах с многокомпонентным составом, высоким уровнем пульсаций концентраций и температур, наличием собственного свечения — методы КР являются уникальным инструментом. Здесь в полной мере могут быть использованы такие потенциальные возможности этих методов, как локальность, бесконтактность, безынерционность, возможность измерения населенностей колебательных и вращательных уровней различных молекул, возможность устранения паразитных засветок из измерительного объема. Полностью эти возможности