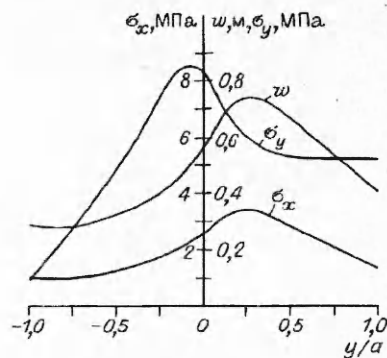


Р и с 4



Р и с 5

жения σ_y при этом достигают максимальных значений, и расширение области разрушения происходит путем облома кромок канала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хейсин Д.Е. Динамика ледяного покрова. — Л.: Гидрометеиздат, 1967.
2. Зуев В.А., Козин В.М. Использование судов на воздушной подушке для разрушения ледяного покрова. — Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 1988.
3. Букатов А.Е., Черкесов Л.В. Влияние ледяного покрова на волновое движение // Морские гидрофизические исследования. — Севастополь: МГИ АН УССР, 1971. — № 2 (52). — С. 113—114.
4. Доценко С.Ф. Установившиеся гравитационно-упругие трехмерные волны от движущихся возмущений // Цунами и внутренние волны. — Севастополь: Изд-во АН УССР, 1976. — С. 144—155.
5. Иванов К.Е., Кобеко П.П., Шульман А.Р. Деформации ледового покрова при движении грузов // ЖТФ. — 1946. — Т. 16. — С. 257—262.
6. Bates H.F., Shapiro L.H. Stress amplification under a moving load on floating ice // J. Geophys. Res. — 1981. — V. 86, N 7. — P. 6638—6642.
7. Kozin V.M. Experimental investigation of ice breaking by a moving load // Pacific / Asia Offshore Mechanics Sympos. (PACOMS '90), Seoul, 1990. — P. 102—105.
8. Kozin V.M., Zhyostkaya V.D. The calculation of ice sheet stress-strain state by numerical method // 8th Intern. Offshore Mechanics and Arctic Engng Conf., Hague, 1989. — P. 19—23.

г. Комсомольск-на-Амуре

Поступила 29/X 1992 г.,
в окончательном варианте — 8/XII 1993 г.

УДК 539.375

М.А. Леган

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗРУШАЮЩЕЙ НАГРУЗКИ, МЕСТА И НАПРАВЛЕНИЯ РАЗРЫВА С ПОМОЩЬЮ ГРАДИЕНТНОГО ПОДХОДА

Представлены результаты исследования, целью которого было получить ответы на вопрос: где, в каком направлении и при какой нагрузке начнется разрушение при наличии концентрации напряжений? Для решения этого вопроса используется градиентное условие прочности. Рассматривается применение этого условия к задаче о растяжении пластины с эллиптическим отверстием, большая ось которого наклонена к оси растяжения. Полученные

© М.А. Леган, 1994

результаты сравниваются с известными в литературе экспериментальными данными по разрушению плоских образцов с наклонными трещинами. Отмечается хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных, а также универсальность рассмотренного двухпараметрического градиентного условия прочности, которое можно применять не только для концентраторов типа трещин, но и в более общем случае.

1. Обсуждение проблемы. Казалось бы, что для определения места начала разрушения достаточно найти точку тела, где достигается максимум принятого в соответствии с той или иной теорией прочности эквивалентного напряжения. Однако задача не так проста. Дело в том, что при неоднородном напряженном состоянии для суждения о прочности необходимо знать не только величину эквивалентного напряжения, но и степень неравномерности его распределения в окрестности рассматриваемой точки. В ряде работ [1—5] при исследовании хрупкого разрушения при статическом и циклическом нагружении в качестве эквивалентного напряжения использовали первое главное напряжение σ_1 , а в качестве меры неоднородности — относительный градиент первого главного напряжения

$$(1.1) \quad g_1 = |\text{grad } \sigma_1| / \sigma_1.$$

Наличие неравномерности напряженного состояния приводит к снижению разрушающей способности напряжения в точке максимума, или, другими словами, к снижению его эффективности. Впрочем, это можно трактовать и как превышение максимальным напряжением в момент начала разрушения обычного предела прочности σ_b , который определяется при однородном напряженном состоянии [6—8]. Для элементов конструкций с концентраторами напряжений указанное явление находит отражение в том, что эффективный коэффициент концентрации обычно бывает меньше теоретического. В [1] для оценки эффективного коэффициента концентрации был применен градиентный подход. В настоящей работе в условии прочности использовано понятие эффективного напряжения σ_e , находить которое также предлагается с помощью градиентного подхода:

$$\sigma_e = \sigma_1 / f(g_1)$$

(σ_1 — теоретическое значение первого главного напряжения, $f(g_1) \geq 1$). При изучении хрупкого разрушения теоретические значения σ_1 вычисляются из упругого решения соответствующей задачи. Функция $f(g_1)$, по существу, должна быть точно такой, как и функция, описывающая повышение локального предела прочности в градиентных критериях, предложенных в [7, 8]. Следовательно, используя $f(g_1)$ из комбинированного двухпараметрического критерия прочности, сформулированного в [8], можно записать

$$(1.2) \quad \sigma_e = \sigma_1 / (1 - \beta + \sqrt{\beta^2 + L_1 g_1}).$$

Здесь L_1 — параметр, имеющий размерность длины и зависящий от свойств материала, т.е. характерный размер; β — изменяемый параметр ($\beta \geq 0$), который можно считать параметром аппроксимации. Разрушение в рассматриваемой точке тела наступит при условии

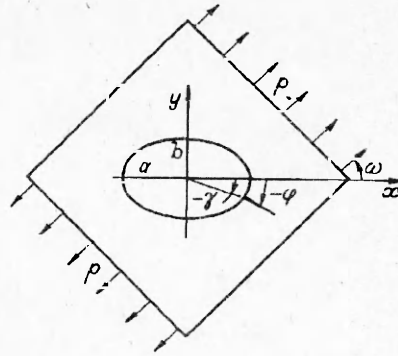
$$(1.3) \quad \sigma_e = \sigma_b.$$

Параметр L_1 определяется из условия стыковки градиентного подхода с линейной механикой разрушения и находится из уравнения, полученного в [7]:

$$L_1 = \frac{2}{\pi} K_{lc}^2 / \sigma_b^2.$$

При выполнении этого уравнения рассматриваемое градиентное условие прочности (1.2), (1.3) в частном случае симметричных концентраторов напряжений типа трещин дает те же самые результаты, что и линейная механика разрушения.

Однако для несимметричных концентраторов напряжений вопрос остается открытым. Неизвестно, каковы будут результаты, получаемые с помощью условия прочности (1.2), (1.3) для несимметричных задач о концентрации напряжений, и каким именно критериям классической механики разрушения они будут более всего соответствовать. Кроме того, неизвестно, будет ли совпадать точка максимума первого главного напряжения σ_1 с точкой максимума эффективного напряжения σ_e . Заметим, что для концентраторов в виде трещиноподобных эллиптических отверстий, а не математических разрезов предположение о месте начала разрушения в точке максимума σ_1 не согласуется с экспериментальными данными [9]. Это обстоятельство было отмечено еще Макклинтоком при обсуждении [9]. Таким образом, ответ на последний вопрос может многое прояснить, так как, согласно градиентному условию прочности (1.2), (1.3), разрушение должно начинаться в точке максимума σ_e .



Р и с. 1

2. Анализ несимметричной задачи о концентрации напряжений. *Выбор задачи.* Для ответа на поставленные вопросы рассмотрим применение градиентного условия прочности (1.2), (1.3) к задаче об одноосном растяжении пластины с эллиптическим отверстием, большая ось которого наклонена под углом ω к оси растяжения (рис. 1). Упругое решение этой задачи известно [10]. Оно получено в специальной комплексной области ξ с полярными координатами ρ , θ и дается в комплексных функциях напряжений. Переход к координатам x , y (рис. 1) осуществляется посредством конформного отображения

$$(2.1) \quad z = c(\xi + m/\xi).$$

Здесь $z = x + iy$; $\xi = \rho e^{i\theta}$; $c = (a + b)/2$; $m = (a - b)/(a + b)$. С помощью первой формулы Колосова в [10] найдено выражение для суммы напряжений σ_θ и σ_ρ :

$$(2.2) \quad \sigma_\theta + \sigma_\rho = p \frac{\rho^4 - 2\rho^2 \cos(2\theta - 2\omega) - m^2 + 2m \cos(2\omega)}{\rho^4 - 2m\rho^2 \cos(2\theta) + m^2}.$$

Будем предполагать, что разрушение начинается на контуре отверстия, где $\sigma_\rho = 0$ и $\tau_{\rho\theta} = 0$. Следовательно, в тех точках контура, где $\sigma_\theta > 0$, имеем $\sigma_1 = \sigma_\theta$. Именно эти точки будут интересовать нас при определении места начала разрушения. Поэтому, используя (2.2) и учитывая, что на контуре $\rho = 1$ и $\sigma_\rho = 0$, запишем

$$(2.3) \quad \sigma_1 = \sigma_\theta = p \frac{1 - 2\cos(2\theta - 2\omega) - m^2 + 2m \cos(2\omega)}{1 - 2m \cos(2\theta) + m^2}.$$

Определение относительного градиента. Относительный градиент g_1 находится по формуле (1.1). Чтобы воспользоваться ею, необходимо сначала определить модуль градиента первого главного напряжения, который удобно записать в виде

$$|\text{grad } \sigma_1| = \sqrt{(\partial \sigma_1 / \partial n)^2 + (\partial \sigma_1 / \partial s)^2},$$

где $\partial \sigma_1 / \partial n$ — производная по нормали к контуру отверстия; $\partial \sigma_1 / \partial s$ — производная по касательной к контуру. На той части контура, где $\sigma_1 = \sigma_\theta$, имеем $\partial \sigma_1 / \partial s = \partial \sigma_\theta / \partial s$. Для того чтобы найти производную по нормали

$\partial\sigma_1/\partial n$, необходимо записать выражение для σ_1 , справедливое во всей области, и продифференцировать его. При плоском напряженном состоянии

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_\theta + \sigma_\rho + \sqrt{(\sigma_\theta - \sigma_\rho)^2 + 4\tau_{\rho\theta}^2}).$$

Дифференцирование дает

$$\frac{\partial\sigma_1}{\partial n} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial n} + \frac{\partial\sigma_\rho}{\partial n} + \frac{(\sigma_\theta - \sigma_\rho) \left(\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial n} - \frac{\partial\sigma_\rho}{\partial n} \right) + 4\tau_{\rho\theta} \frac{\partial\tau_{\rho\theta}}{\partial n}}{\sqrt{(\sigma_\theta - \sigma_\rho)^2 + 4\tau_{\rho\theta}^2}} \right).$$

При $\sigma_\rho = 0$ и $\tau_{\rho\theta} = 0$ имеем $\partial\sigma_1/\partial n = \partial\sigma_\theta/\partial n$. Таким образом, на контуре отверстия

$$(2.4) \quad |\text{grad } \sigma_1| = \sqrt{(\partial\sigma_\theta/\partial n)^2 + (\partial\sigma_\theta/\partial s)^2} = |\text{grad } \sigma_\theta|.$$

Производную по нормали запишем в виде

$$(2.5) \quad \partial\sigma_\theta/\partial n = \partial(\sigma_\theta + \sigma_\rho)/\partial n - \partial\sigma_\rho/\partial n.$$

Так как на контуре $\sigma_\rho = 0$ и $\tau_{\rho\theta} = 0$, то из уравнений равновесия в цилиндрических координатах следует

$$\partial\sigma_\rho/\partial n = \sigma_\theta/R$$

(R — радиус кривизны контура в рассматриваемой точке). Это уравнение использовано в [11], где оно записано с опечаткой. Общее уравнение для вычисления радиуса кривизны можно найти, например, в [12]. Используя координату θ в качестве параметра, запишем

$$R = \frac{((\partial x/\partial\theta)^2 + (\partial y/\partial\theta)^2)^{3/2}}{|(\partial x/\partial\theta)(\partial^2 y/\partial\theta^2) - (\partial y/\partial\theta)(\partial^2 x/\partial\theta^2)|}.$$

В частности, для эллиптического отверстия

$$R = (a^2 \sin^2(\theta) + b^2 \cos^2(\theta))^{3/2}/(ab).$$

Возвращаясь к уравнению (2.5), оставшийся член представим в виде

$$(2.6) \quad \frac{\partial(\sigma_\theta + \sigma_\rho)}{\partial n} = \frac{\partial(\sigma_\theta + \sigma_\rho)}{\partial\rho} \frac{\partial\rho}{\partial n},$$

где производная по ортогональной к контуру криволинейной координате ρ находится из (2.2) и при $\rho = 1$ записывается как

$$\frac{\partial(\sigma_\theta + \sigma_\rho)}{\partial\rho} = 4 \frac{p(1 - \cos(2\theta - 2\omega)) - \sigma_\theta(1 - m\cos(2\theta))}{1 - 2m\cos(2\theta) + m^2}.$$

Здесь σ_θ определяется из (2.3).

Аналогично (2.6) запишем производную по касательной к контуру из (2.4):

$$(2.7) \quad \frac{\partial\sigma_\theta}{\partial s} = \frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta} \frac{\partial\theta}{\partial s}.$$

Производная σ_θ по координате θ находится из (2.3):

$$(2.8) \quad \frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta} = 4 \frac{p\sin(2\theta - 2\omega) - \sigma_\theta m\sin(2\theta)}{1 - 2m\cos(2\theta) + m^2}.$$

Далее необходимо определить сомножители в (2.6) и (2.7)

$$(2.9) \quad \frac{\partial\rho}{\partial n} = \frac{\partial\rho}{\sqrt{(\partial x)^2 + (\partial y)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(\partial x/\partial\rho)^2 + (\partial y/\partial\rho)^2}};$$

$$(2.10) \quad \frac{\partial \theta}{\partial s} = \frac{\partial \theta}{\sqrt{(\partial x)^2 + (\partial y)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(\partial x / \partial \theta)^2 + (\partial y / \partial \theta)^2}}.$$

В соответствии с (2.1)

$$(2.11) \quad x = c \left(\rho + \frac{m}{\rho} \right) \cos(\theta), \quad y = c \left(\rho - \frac{m}{\rho} \right) \sin(\theta).$$

Подставив в (2.9) и (2.10) результаты дифференцирования выражений (2.11), при $\rho = 1$ получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial n} = \frac{\partial \theta}{\partial s} = \frac{1}{\sqrt{a^2 \sin^2(\theta) + b^2 \cos^2(\theta)}} = \frac{1}{c \sqrt{1 - 2m \cos(2\theta) + m^2}}.$$

После определения всех необходимых производных, использования их в (2.4) и некоторых преобразований запишем формулу для модуля градиента σ_1 :

$$(2.12) \quad |\text{grad } \sigma_1| = \left(\frac{(4p(1 - \cos(2\theta - 2\omega)) - \sigma_\theta(5 - 4m \cos(2\theta) - m^2))^2}{c^2(1 - 2m \cos(2\theta) + m^2)^3} + \frac{(4p \sin(2\theta - 2\omega) - 4\sigma_\theta m \sin(2\theta))^2}{c^2(1 - 2m \cos(2\theta) + m^2)^3} \right)^{1/2}.$$

По (1.1) с помощью (2.3) и (2.12) для относительного градиента имеем

$$(2.13) \quad g_1 = \left(\frac{(4(1 - \cos(2\theta - 2\omega)) (p/\sigma_\theta) - (5 - 4m \cos(2\theta) - m^2))^2}{c^2(1 - 2m \cos(2\theta) + m^2)^3} + \frac{(4 \sin(2\theta - 2\omega) (p/\sigma_\theta) - 4m \sin(2\theta))^2}{c^2(1 - 2m \cos(2\theta) + m^2)^3} \right)^{1/2}.$$

При определении относительного градиента реализована также другая методика вычисления производной $\partial \sigma_\theta / \partial n$, которая заключается в следующем. С помощью второй формулы Колосова находится соотношение для разности напряжений σ_θ и σ_ρ . Суммирование его с (2.2) дает уравнение для σ_θ , из которого путем дифференцирования получается искомое выражение для $\partial \sigma_\theta / \partial n$. Однако в силу громоздкости оно здесь не приводится. Более удобной является методика, рассмотренная на предыдущих страницах, которая не нуждается в использовании второй формулы Колосова, что существенно упрощает вычисление производной $\partial \sigma_\theta / \partial n$ и относительного градиента для задач о концентрации напряжений.

Определение места начала разрушения, направления разрыва и предельной нагрузки. Полученное для g_1 выражение (2.13) нужно подставить в (1.2) и найти точку на контуре, где достигается максимум эффективного напряжения σ_e . Именно в этой точке должно начаться разрушение при условии $\sigma_e = \sigma_b$. Эта процедура реализована на ЭВМ. Координату точки, в которой достигается максимум σ_e , обозначим θ_r . Тангенс угла γ между осью абсцисс и лучом, выходящим из центра отверстия к точке на контуре с координатой $\theta = \theta_r$ (см. рис. 1), с учетом (2.11) запишем в виде

$$\text{tg}(\gamma) = \frac{1 - m}{1 + m} \text{tg}(\theta_r).$$

Следовательно,

$$\gamma = \text{arctg} \left(\frac{1 - m}{1 + m} \text{tg}(\theta_r) \right).$$

Зная место начала разрушения, определим теперь направление его развития. Будем считать, что разрыв происходит по нормали к контуру. В силу ортогональности контуру криволинейной координаты ρ тангенс угла φ между осью абсцисс и нормалью к контуру (см. рис. 1)

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{\partial y/\partial \rho}{\partial x/\partial \rho}.$$

После дифференцирования выражений (2.11) при $\rho = 1$ получим

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{1+m}{1-m} \operatorname{tg}(\theta_r).$$

Следовательно,

$$(2.14) \quad \varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{1+m}{1-m} \operatorname{tg}(\theta_r) \right).$$

Определим, наконец, разрушающую нагрузку. Зная θ_r , с помощью (2.3) найдем значение первого главного напряжения

$$(2.15) \quad \sigma_1 = \alpha_r p,$$

где под α_r понимается коэффициент концентрации напряжений в указанной точке

$$\alpha_r = \frac{1 - 2\cos(2\theta_r - 2\omega) - m^2 + 2m\cos(2\omega)}{1 - 2m\cos(2\theta_r) + m^2}.$$

После подстановки (2.15) в (1.2) из условия прочности $\sigma_e = \sigma_b$ для предельного номинального напряжения имеем

$$(2.16) \quad p_r = \frac{1}{\alpha_r} \sigma_b (1 - \beta + \sqrt{\beta^2 + L_1 g_1}).$$

Сравнение расчетных и экспериментальных данных. Анализ литературы показал возможность сравнить результаты расчетов, полученные с помощью градиентного условия прочности, с известными экспериментальными данными по разрушению плоских образцов с наклонными трещинами. Так как реальные трещины отличаются от математических разрезов нулевой ширины, то моделирование трещины не математическим разрезом, а эллиптическим отверстием малой ширины является физически более обоснованным и более удобным для применения градиентного условия прочности (1.2), (1.3).

В [13] представлены экспериментальные данные по разрушению плоских образцов с наклонными трещинами, изготовленных из полиметилметакрилата (ПММА). Дается значение трещиностойкости $K_{Ic} = 1,37 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, но, к сожалению, отсутствуют значения предела прочности σ_b и параметра β для этого материала. Было принято, что предел прочности равен критическому окружному напряжению p_c на критическом радиусе $c = 0,0508 \text{ мм}$, указанном в [13]. После такого допущения нетрудно определить, что $\sigma_b = 76,7 \text{ МПа}$. Это значение согласуется с данными, приведенными в [14]. Зная K_{Ic} и σ_b , с помощью (1.4) вычислим характерный размер в градиентном условии прочности $L_1 = 0,203 \text{ мм}$. Обработка экспериментальных результатов [15] дает для ПММА близкое к нулю значение параметра β . Поэтому принимаем, что $\beta = 0$.

На рис. 2 для близких по форме к эллиптическому отверстию разрезов ($a = 17,78 \text{ мм}$, $b = 0,127 \text{ мм}$) светлыми точками показаны определенные в [13] значения угла φ между первоначальной линией разреза и направлением распространения трещины. Здесь же представлены (кривая 1) ре-

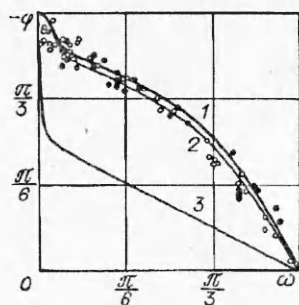


Рис. 2

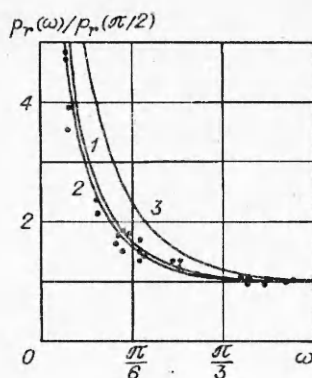


Рис. 3

зультаты вычисления по (2.14) при указанных выше параметрах угла φ между осью абсцисс и направлением развития трещины от контура эллиптического отверстия ($a/L_1 = 87,5$, $b/L_1 = 0,625$). Наблюдается достаточно хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных. Если учесть увеличение ширины разреза перед разрушением, то расчетные значения φ будут находиться между кривыми 1 и 2. Кривая 2 получена при $b = 0,197$ мм, что соответствует увеличению ширины разреза перед разрушением при $\omega = \pi/2$ и $E = 2940$ МПа для ПММА [15].

Кроме того, на рис. 2 темными точками показаны значения угла φ , определенные в [16] на образцах, изготовленных из полиуретана. К сожалению, в [16] не приведены необходимые для расчетов характеристики этого материала и ширина разрезов. Отметим, что кривая 1 неплохо описывает и экспериментальные данные для полиуретана. Причем это касается не только угла φ , но и предельного номинального напряжения p_r , нормированные экспериментальные значения которого показаны на рис. 3 точками, а кривые 1 на рис. 2 и 3 получены при одинаковых параметрах. Кривая 2 на рис. 3 отличается от кривой 1 тем, что построена по результатам расчетов при $\beta = 0,5$ и более соответствует экспериментальным данным.

Таким образом, с помощью градиентного условия прочности (1.2), (1.3) можно описать имеющиеся в литературе опытные результаты по разрушению плоских образцов с наклонными трещинами. Конечно, описать эти результаты можно и с помощью других критериев классической механики разрушения. Однако градиентное условие прочности более универсально и позволяет значительно проще по сравнению с другими [17] перейти к оценке прочности тел с дефектами различной конфигурации, а не только типа трещин. В этом направлении можно ожидать новых результатов, интересных как с практической, так и с научной точки зрения.

Полезно отметить, что применение градиентного условия прочности в точке максимума на контуре отверстия величины σ_θ , а не σ_e приводит для трещиноподобных дефектов к несоответствию расчетных и экспериментальных значений (кривые 3 на рис. 2 и 3, полученные при тех же параметрах, что и кривые 1).

При попытке же использовать в градиентном условии прочности не модуль градиента $|\text{grad } \sigma_1|$, а его проекцию на нормаль к контуру $|\partial \sigma_1 / \partial n|$ получились абсурдные результаты. Например, при указанных ранее параметрах и $\omega = \pi/2$ оказалось, что угол φ равен -55° , а не нулю, как это следует из соображений симметрии. При этом предельная нагрузка получилась в 7 раз меньше, чем по известным критериям механики разрушения.

Приведенные примеры и результаты расчетов показывают, что первоначальная формулировка градиентного условия прочности в виде (1.2), (1.3) является удачной и правильной. Рассмотренная методика позволяет без существенных трудностей применить его не только к задаче о растяжении

пластины с эллиптическим отверстием, но и для других видов концентраторов напряжений. Таким образом, с помощью градиентного условия прочности можно получить информацию о разрушающей нагрузке, месте и направлении разрыва для широкого круга задач, включая те области, где использование известных критериев механики трещин и классических критериев прочности проблематично.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93—013—16526).

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев Н.Н. Статистическая теория усталостной прочности металлов. — Киев: Изд-во АН УССР, 1953.
2. Вагапов Р.Д., Диментберг Ф.М., Серенсен С.В. Вопросы динамической прочности роторов турбогенераторов // Изв. АН СССР. ОТН. — 1955. — № 9.
3. Ужик Г.В. Масштабный фактор в связи с оценкой прочности металлов и расчетом деталей // Изв. АН СССР. ОТН. — 1955. — № 11.
4. Серенсен С.В., Когаев В.П., Бекш Т.А. Эффект абсолютных размеров и вероятность разрушения от усталости // Статистические вопросы прочности в машиностроении. — М.: Машгиз, 1961.
5. Серенсен С.В., Стреляев В.С. Статическая конструкционная прочность стеклопластиков // Вестн. машиностроения. — 1962. — № 3.
6. Новопашин М.Д., Сукнев С.В. Градиентный критерий текучести элементов конструкций с концентраторами напряжений // Моделирование в механике: Сб. науч. тр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТПМ, ВЦ. — 1987. — Т. 1, № 3.
7. Леган М.А. О градиентном подходе к оценке прочностных свойств хрупких материалов в зоне максимальных напряжений // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т гидродинамики, 1990. — Вып. 98.
8. Леган М.А. О взаимосвязи градиентных критериев локальной прочности в зоне концентрации напряжений с линейной механикой разрушения // ПМТФ. — 1993. — № 4.
9. Эрдоган (F. Erdogan), Сих (G.C. Sih) О развитии трещин в пластинах под действием продольной и поперечной нагрузок // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Д. Техн. механика. — 1963. — Т. 85, № 4.
10. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Наука, 1966.
11. Хамайко О.А. Определение градиента напряжений по данным поляризационно-оптического метода // Машиноведение. — 1988. — № 5.
12. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. — М.: ГИТТЛ, 1956.
13. Williams J.G., Ewing P.D. Fracture under complex stress — the angled crack problem // Int. J. Fract. Mech. — 1972. — V. 8, N 4.
14. Айбиндер С.Б., Лака М.Г., Майорс И.Ю. Влияние гидростатического давления на механические свойства полимерных материалов // Механика полимеров. — 1965. — № 1.
15. Hashemi S., Williams J.G. Crack sharpness effects in fracture testing of polymers // J. Mater. Sci. — 1985. — N 3.
16. Palaniswamy K., Knauss W.G. On the problem of crack extension in brittle solids under general loading // Mechanics today. — 1978. — V. 4.
17. Kipp M.E., Sih G.C. The strain energy density criterion applied to notched elastic solids // Int. J. of Solids and Structures. — 1975. — V. 11, N 2.

г. Новосибирск

Поступила 3/XII 1993 г.