

## ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАКОНОВ ГОРЕНИЯ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ ПОСТОЯННОГО ОБЪЕМА

Ю. П. Хоменко, А. Н. Ищенко, Н. М. Саморокова

НИИ прикладной математики и механики при ТГУ, 634050 Томск

Изложена методика обработки результатов манометрических испытаний зерновых образцов твердого топлива, позволяющая установить зависимость скорости горения от давления и определить текущую поверхность горения с учетом воспламенительного периода и периода догорания. Предлагаемая методика совмещает основные преимущества интегрального и дифференциального методов. Приведены результаты экспериментальных исследований для трех составов.

Манометрическая бомба является одним из основных инструментов определения законов горения конденсированных систем. При этом идентификация законов горения и газообразования проводится на основе обработки экспериментально полученной зависимости давления газообразных продуктов горения от времени [1, 2]. Указанная зависимость позволяет однозначно установить газоприход, равный произведению массовой скорости горения на площадь горящей поверхности. В тех случаях, когда поверхность горения известна, легко установить и скорость горения [2]. Однако использование этой методики предполагает работу со специально изготовленными образцами топлива, имеющими правильную форму.

В случае зерновых образцов ситуация осложняется тем, что поверхность горения не может быть определена достаточно точно. Это связано, с одной стороны, с различием геометрических характеристик отдельных зерен, с другой — наличием так называемых воспламенительного периода и периода догорания. Поэтому в случае зерновых образцов используется стабильность такой геометрической характеристики, как толщина горящего свода. Развитый на этой основе метод обработки кривых давления [1] предполагает известной форму зависимости скорости горения от давления (в области высоких давлений наиболее употребителен линейный закон горения).

В данной работе излагается методика определения закона горения, сочетающая преимущества интегрального [1] и дифференциального [2] подходов.

Будем считать, что воспламенитель к моменту начала воспламенительного периода

основного заряда полностью сгорел. Калорическое уравнение состояния продуктов сгорания воспламенителя и исследуемого образца возьмем в виде, предложенном Дюпре [3]:

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\theta_i} p \left( \frac{1}{\rho_i^0} - b_i \right), \quad i = 1, 2,$$

где  $\varepsilon_i$  — внутренняя энергия единицы массы газа;  $p$  — давление;  $\rho_i^0$  — истинная плотность;  $b_i$  — коволюм;  $\theta_i = c_{p,i}/c_{v,i} - 1$ ,  $c_{p,i}$ ,  $c_{v,i}$  — удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме соответственно; индекс 1 относится к воспламенителю, 2 — к исследуемому составу.

При выборе воспламенителя руководствуются требованием отсутствия химического взаимодействия продуктов сгорания воспламенителя и исследуемого состава. Проще всего удовлетворить этому требованию, взяв в качестве воспламенителя то же топливо, но достаточно измельченное. Считая указанное требование выполненным, можно показать, что газовая смесь продуктов горения также будет подчиняться уравнению состояния Дюпре с постоянными, определяемыми по формулам

$$b = \frac{\Delta_1 b_1 + \psi \Delta_2 b_2}{\Delta_1 + \psi \Delta_2},$$

$$\theta = \left( \frac{\Delta_1}{M_1} + \frac{\psi \Delta_2}{M_2} \right) / \left( \frac{\Delta_1}{M_1 \theta_1} + \frac{\psi \Delta_2}{M_2 \theta_2} \right),$$

где  $\Delta_i$  — плотность заряжания,  $\psi$  — доля сгоревшего исследуемого топлива,  $M_i$  — молярная масса.

Пренебрегая влиянием теплоотдачи, из закона сохранения энергии имеем

$$p = \frac{\theta(\Delta_1 f_1 / \theta_1 + \psi \Delta_2 f_2 / \theta_2)}{1 - \Delta_2(1 - \psi) / \delta - b(\Delta_1 + \psi \Delta_2)}, \quad (1)$$

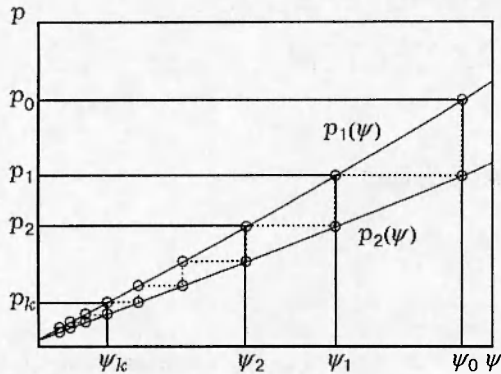


Рис. 1. Зависимость давления от степени выгорания в двух опытах

где  $\delta$  — истинная плотность исследуемого топлива,  $f_i$  — сила пороха соответствующего компонента заряда.

Для дальнейшего изложения учет теплоотдачи не имеет принципиального значения, а важен лишь сам факт существования функциональной связи между текущим значением давления и степенью выгорания. При этом вид зависимости (1) может меняться от опыта к опыту, возможно и табличное задание зависимости. Отметим лишь, что в [1, 2] приведены данные о несущественном влиянии теплоотдачи при определении зависимости скорости горения от давления.

Зарегистрированная в эксперименте зависимость  $p(t)$  и наличие связи типа (1) позволяют определить функцию  $\psi(t)$ , а следовательно, и ее производную. С другой стороны, при произвольном законе горения вида  $u = u(p)$  ( $u$  — линейная скорость горения) уравнение для скорости изменения доли сгоревшего топлива можно представить в виде [1]

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{S_1}{V_1} \sigma(\psi) u(p), \quad (2)$$

где в случае однородного зернового заряда  $S_1$  — начальная поверхность зерна,  $V_1$  — начальный объем зерна,  $\sigma(\psi)$  — отношение текущей горячей поверхности к  $S_1$ . В практических случаях  $S_1$ ,  $V_1$  являются осредненными характеристиками заряда, зависящими, начиная с некоторой минимальной навески, лишь от марки пороха.

Дополнительно предполагаем, что для обрабатываемой серии экспериментов существует единая зависимость  $\sigma(\psi)$ . Если проведено два опыта с разными навесками, т. е. имеются

две экспериментальные зависимости  $p_i(t)$ , то, выбирая опыт с большей навеской за базовый, можно, используя (1), (2), получить для ряда точек на кривых  $p_i(\psi)$  отношение скорости горения в текущей точке при  $p = p_k$  к скорости горения при  $p = p_0$  (рис. 1). Для этого следует соотношения (2) для каждого из опытов в точках  $\psi = \psi_{k-1}$  разделить друг на друга. Так, для  $p = p_1$  с учетом (2) имеем

$$\frac{u(p_1)}{u(p_0)} = \frac{d\psi_2}{dt} \Big|_{\psi=\psi_0} / \frac{d\psi_1}{dt} \Big|_{\psi=\psi_0} \quad (3)$$

При большем количестве опытов с разными навесками таких соотношений будет больше, что дает возможность определить зависимость скорости горения от давления с точностью до множителя в виде

$$u = u_1 g(p), \quad u_1 = \text{const}. \quad (4)$$

Пусть навеска пороха состоит из  $N$  зерен, имеющих индивидуальную толщину горящего свода  $2e_{1,n}$  ( $n = 1, \dots, N$ ). Тогда для толщины выгорания  $n$ -го зерна можно записать

$$\frac{de_n}{dt} = u_1 g(p), \quad n = 1, \dots, N. \quad (5)$$

Интегрируя уравнения (5) от момента воспламенения  $t = 0$  до конца горения  $t = t_k$  и суммируя полученные интегралы, запишем

$$e_1 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e_{1,n} = u_1 \int_0^{t_k} g(p) dt = u_1 I_k,$$

где  $e_1$  — средняя полутолщина горящего свода в данной навеске. Для импульса давления  $I_k$  с учетом воспламенительного периода и периода догорания можно записать формулу

$$I_k = \int_0^{t_0} \chi_0 g(p) dt + \int_{t_0}^{t_{k,0}} g(p) dt + \int_{t_{k,0}}^{t_k} \chi_k g(p) dt, \quad (6)$$

где  $t_0$  — момент окончания воспламенительного периода;  $t_{k,0}$  — момент начала периода догорания (уменьшения количества зерен);  $\chi_0(t)$  — доля горящих к данному моменту зерен;  $\chi_k(t)$  — доля несгоревших к данному моменту зерен.

Введем аналог удельной интенсивности газобразования [1]:

$$\Gamma = \frac{1}{g(p)} \frac{d\psi}{dt} = u_1 \frac{S_1}{V_1} \sigma(\psi). \quad (7)$$

Естественно предположить, что момент  $t_0$  соответствует первому максимуму или резкому изменению темпа нарастания кривой  $\Gamma(\psi)$ .

Состав	Количество опытов в серии	Линейный закон	Степенной закон	
		$u_1$ , мм/(бар·с)	$u_1$ , мм/(бар $^\nu$ ·с)	$\nu$
1	11	0,0842	0,108	0,96
2	8	0,2040	0,105	1,10
3	3	0,0959	0,612	0,70

Если на кривой  $\Gamma(t)$  или  $\Gamma(\psi)$  имеется хорошо выраженная точка, начиная с которой реализуется заметное изменение темпа падения, то это время следует принять за  $t_{к,0}$ , в противном случае  $t_{к,0}$  можно определять из условия

$$\psi(t_{к,0}) = 1 - k\psi(t_0), \quad (8)$$

где  $k$  — постоянная, выбираемая из условия  $1 \leq k \leq 2$ .

Исходя из структуры уравнения (7) для  $\chi_0$ ,  $\chi_k$  в формуле (6) использованы зависимости  $\chi_0(t) = \Gamma(t)/\Gamma(t_0)$ ,  $\chi_k(t) = \Gamma(t)/\Gamma(t_{к,0})$ . В случае линейного закона горения при пренебрежении воспламенительным периодом и периодом догорания значения  $I_k$ ,  $\Gamma$  будут совпадать с введенными в [1] полным импульсом давления пороха и удельной интенсивностью газообразования.

Окончательно имеем закон горения в виде (4), при этом  $u_1 = e_1/I_k$ , где  $e_1$  находится непосредственным обмером достаточно большого количества зерен.

Правомерность использования описанной методики для конкретной серии опытов можно проверить следующим образом. Находя отношения, стоящие в правой части уравнения (3), но при  $p = \text{idem}$ , можно аналогичным образом установить с точностью до множителя вид функции  $\sigma(\psi)$ , а также отклонения от этой зависимости в каждом опыте. Этой информации достаточно для определения диапазона значений  $\psi$ , в котором методика будет работоспособна, и для отбраковки опытов, не удовлетворяющих сформулированным выше требованиям.

Эксперименты проводили в манометрических бомбах объемом 180 и 365 мл. Давление измерялось пьезодатчиком Т6000, сигнал с которого после усиления тензостанцией Нейва-2К регистрировался 10-разрядным аналого-цифровым преобразователем АЦП-600 с частотой 1 МГц.

Полученная экспериментальная кривая  $p(t)$  сглаживалась кубическими сплайнами [4]. При этом минимизировалась сумма квадратов отклонений от аппроксимирующей кри-

вой и интеграла от квадрата второй производной, причем весовые коэффициенты выбирали из условия, чтобы наибольшие отклонения экспериментальных значений от аппроксимирующей функции не превосходили по модулю некоторой наперед известной величины — погрешности измерений, определяемой характеристиками датчика и регистрирующей аппаратуры. Средняя толщина горящего свода определялась непосредственными измерениями партии 100 ÷ 150 зерен с помощью инструментального микроскопа.

В приведенных ниже случаях в качестве  $g(p)$  в (4) выбирали степенную функцию, поэтому оказалось удобным использовать логарифмические координаты и стандартные методы линейного регрессионного анализа.

Экспериментальная проверка методики проведена для трех составов. Сила пороха и коволюм определялись аналогично [1]. Результаты обработки по данной методике и методике [1], модифицированной вышеописанным образом на этапе расчета полного импульса давления, показаны в таблице. На рис. 2 для состава 1 точками нанесены определенные по описан-

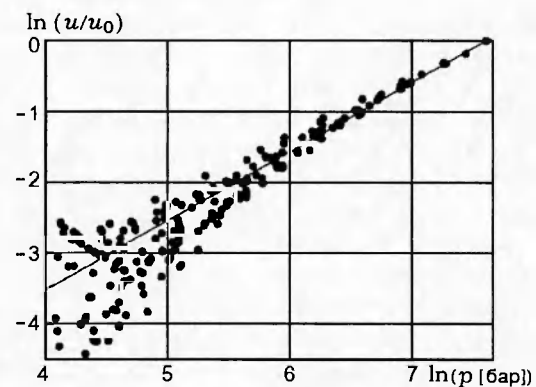


Рис. 2. Зависимость относительной скорости горения состава 1 от давления:

точки — эксперимент, сплошная линия — линия регрессии

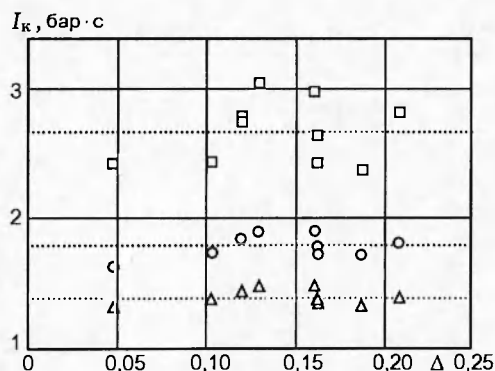


Рис. 3. Зависимость  $I_k$  состава 1 от плотности заряжения:

□ — без учета воспламенительного периода и периода догорания,  $\nu = 1$ ; ○, Δ — с учетом воспламенительного периода и периода догорания,  $\nu = 1$  (○), 0,96 (Δ); пунктирные линии — средние значения

ной методике значения  $\ln(u/u_0)$  в зависимости от  $\ln p$ , где  $u_0$  — скорость горения на правой границе исследованного диапазона давлений. Большой разброс экспериментальных значений при  $p < 403$  бар ( $\ln p < 6$ ) объясняется последствиями воспламенительного периода, но несмотря на это угол наклона линии регрессии, т. е. значение показателя степени  $\nu$ , определяется достаточно надежно.

На рис. 3 для этого же состава показаны значения полного импульса давления, определенные без учета и с учетом воспламенительного периода и периода догорания для линейного закона горения, а также для степенного закона с найденным показателем степени. Следует заметить, что использование формулы (6) для  $I_k$  позволяет в  $1,5 \div 2$  раза уменьшить разброс значений  $I_k$  от опыта к опыту по сравнению с предлагаемым в [1] способом даже при линейном законе горения. Это легко объясняется учетом реального хода воспламенения и догорания заряда. Видно также, что модифицированное значение  $I_k$  практически не зависит от плотности заряжения, что служит подтверждением истинности найденного закона горения. Для всех составов моменты  $t_0$ ,  $t_{k,0}$  определяли из условий  $\psi = 0,1$  и  $\psi = 0,8$  соответственно. Вариации вокруг этих значений в пределах 10% приводили к изменениям  $I_k$ , не превышающим  $2 \div 5\%$ .

На рис. 4, 5 показаны осредненные по соответствующим сериям экспериментов зависимости  $\sigma(\psi)$ , найденные из (2) после установления

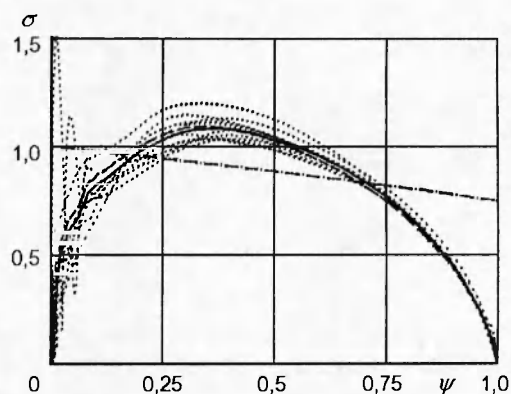


Рис. 4. Зависимость  $\sigma(\psi)$  для состава 1:

пунктирная линия — в отдельных экспериментах при  $\nu = 0,96$ ; сплошная — средняя для серии экспериментов при  $\nu = 0,96$ , штриховая — при  $\nu = 1$ ; штрихпунктирная — геометрический закон

закона горения. При этом  $S_1$  и  $V_1$  для каждого состава определяли по результатам измерений партии из  $100 \div 150$  зерен с помощью инструментального микроскопа. Сплошная кривая соответствует степенному закону, пунктирная — линейному, штрихпунктирная — геометрическому закону [1].

Для оценки воспроизводимости зависимости  $\sigma(\psi)$  для состава 1 на рис. 4 показан реализующийся в каждом опыте зависимости  $\sigma(\psi)$ , получающийся при использовании степенного закона. Видно хорошее совпадение результатов за исключением участка  $\psi < 0,1$ . Этот участок, с одной стороны, соответствует воспламенительному периоду, с другой — здесь наиболее сильно сказываются погрешности измерения давления из-за его небольшого значения. При использовании линейного закона разброс значений  $\sigma$  от опыта к опыту увеличивается в 2,5 раза, что также свидетельствует в пользу степенного закона горения.

Результаты для состава 3 в этом плане наиболее показательны (см. рис. 5, б). Для этого состава применение линейного закона приводит к отсутствию периода возрастания поверхности горения (немонотонность хода кривой при малых  $\psi$  объясняется малым количеством опытов в серии). Наблюдаемое для всех составов превышение значений  $\sigma$  над геометрическим законом вызвано неучетом неправильной формы зерен, так как поверхность  $S_1$  считывали для канонического зерна.

Таким образом, в работе предложена но-

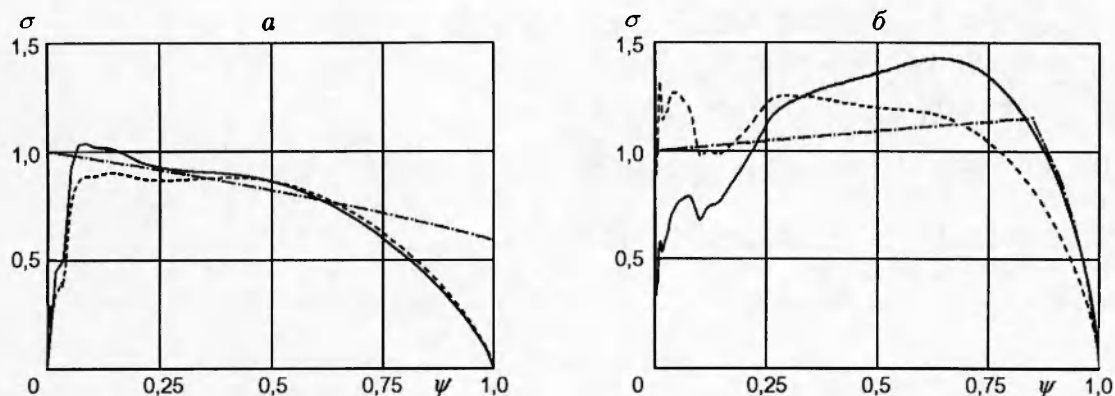


Рис. 5. Средняя (для серии экспериментов) зависимость  $\sigma(\psi)$ :  
 сплошная линия —  $\nu \neq 1$ , штриховая —  $\nu = 1$ , штрихпунктирная — геометрический закон; а —  
 состав 2, б — состав 3

вая экспериментальная методика определения законов горения и газообразования зерновых образцов твердых топлив на основе манометрических испытаний.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 97-01-00792).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Серебряков М. Е.** Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. М.: Оборонгиз, 1962.
2. **Аксенов В. С., Леонов Г. Н., Любимов А. В. и др.** Дифференциальный метод измерения скорости горения конденсированных систем в манометрической камере // Физика горения и взрыва. 1979. Т. 15, № 2. С. 103–107.
3. **Газодинамические основы внутренней баллистики** / С. А. Бетехтин, А. М. Веницкий и др. М.: Оборонгиз, 1957.
4. **Марчук Г. И.** Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977.

Поступила в редакцию 16/ХП 1997 г.