

## АНИЗОТРОПИЯ ОТ СКОЛЬЖЕНИЙ

В настоящее время признана [1] необходимость совершенствования теории скольжения с надлежащим экспериментальным обоснованием [2].

В данной работе развивается, как и ранее [3], модель материала, в которой пластическая деформация представляется как результат скольжений по площадкам главных касательных напряжений. Специально поставленные опыты на тонкостенных трубчатых образцах стали 40Х дали возможность более полно обосновать и доопределить параметры, введенные в указанную модель, и подтвердить ее предсказания относительно характера возникающей в материале деформационной анизотропии.

1. Рассмотрим напряженно-деформированное состояние элемента тела при неизменных направлениях главных осей тензора напряжений. Такое состояние реализуется в опыте на растяжение (или сжатие) тонкостенных трубок с внутренним давлением. Обозначим осевое напряжение в таком образце через  $\sigma_z$ , окружное  $\sigma_\varphi$ , радиальное  $\sigma_r$  ( $\sigma_r \approx 0$ ). Любое из этих главных нормальных напряжений может стать максимальным в зависимости от заданной траектории нагружения; тогда, как обычно, приписываем им индексы 1, 2, 3, причем должно выполняться неравенство  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ . Им соответствуют главные касательные напряжения: максимальное  $\tau_m = \tau_{13} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$  и  $\tau_{12} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ ,  $\tau_{23} = (\sigma_2 - \sigma_3)/2$ .

В эксперименте осуществлены 2-, 3- и 4-звенные траектории нагружения в пространстве главных напряжений. Первое звено — пропорциональное нагружение за пределы упругости при заданном виде напряженного состояния. Последнее будем характеризовать либо параметром Лоде—Надаи для напряжений  $\mu_\sigma$ , либо инвариантом  $m$ , представляющим собой отношение октаэдрического касательного напряжения  $\tau_0$  к максимальному  $\tau_m$  ( $m = \tau_0/\tau_m$ ).

Заметим, что имеет место соотношение

$$m = \sqrt{6 + 2\mu_\sigma^2}/3 \quad (\sqrt{2/3} \leq m \leq 2\sqrt{2/3}).$$

Кроме того, инвариант  $m$  может быть представлен через угол вида напряженного состояния  $\chi_\sigma$ :

$$m = \sqrt{\frac{2}{3}}/\sin\left(\chi_\sigma + \frac{1}{3}\pi\right) \quad (0 \leq \chi_\sigma \leq \pi/3).$$

Здесь угол  $\chi_\sigma$  выражается известным образом через второй и третий инварианты девиатора напряжений.

Принимается следующая схематизация механизма скольжений. При пропорциональном нагружении скольжения возникают в тех площадках главных касательных напряжений, в которых эти напряжения достигают величины сопротивления сдвигу  $S_{ij}$  [4]. Возникающее состояние будет состоянием неполной или полной пластичности [5, 6] в зависимости от того, выполняется ли условие  $\tau_{ij} = S_{ij}$  только по площадке максимального касательного напряжения или еще и по другим экстремальным площадкам. Эти площадки далее называются площадками скольжения и обозначаются, как и привязанные к ним касательные напряжения, через  $T_{ij}$ . При пропорциональном нагружении  $T_{ij} \equiv \tau_{ij}$ . Это тождество в обозначениях может нарушаться при сложном нагружении, поскольку ради удобства анализа последовательности скольжений обозначение площадок скольжения  $T_{ij}$  сохраняется таким, каким оно принимается на первом участке траектории нагружения. Так, при

нагрузении в состоянии чистого сдвига ( $\mu_s = 0$ ,  $m = m_1 = \sqrt{2/3}$ ) скольжения вначале возникнут на площадке  $T_{13}$ , обозначаемой еще  $T$ , т.е.  $T \equiv \tau_m$ . При дальнейшем сложном нагружении максимальное касательное напряжение  $\tau_m$  может «перейти» на площадку  $T_{12}$  или  $T_{23}$ , и тогда можно говорить о догрузке на этих площадках и о возможной разгрузке по площадке  $T$  и т.д.

2. Скольжения, которые происходят по площадкам максимального касательного напряжения, являются основными [4]. Как установлено [3], сопротивление сдвигу от этих скольжений для рассматриваемого нагружения имеет вид

$$(2.1) \quad S(\beta) = \psi(\tau_0, m) + \Psi(\tau_0, m)r(\beta) + A(1 - \cos 2\beta), \quad A = \text{const},$$

где  $\beta$  — направление скольжения, отсчитываемое от направления  $\tau_m$ ;  $r(\beta)$  — интенсивность основных скольжений;  $\psi$  и  $\Psi$  — известные функции указанных аргументов.

Принимается, что приращения главных деформаций от основных скольжений  $d\Gamma_i^0$  и соответствующие приращения от всех других возможных скольжений  $d\Gamma_i^n$  связаны соотношениями

$$(2.2) \quad d\Gamma_1^n = (\tau_{12}/\tau_m)^q d\Gamma_1^0, \quad d\Gamma_3^n = (\tau_{23}/\tau_m)^q d\Gamma_3^0, \quad q = \text{const},$$

причем

$$(2.3) \quad d\Gamma_1^0 = -d\Gamma_3^0.$$

Суммируя компоненты (2.2) и (2.3) и учитывая условие несжимаемости при чисто пластической деформации, получим полные приращения ее компонент в главных осях:

$$(2.4) \quad d\Gamma_1 = \left[ 1 + \left( \frac{\tau_{12}}{\tau_m} \right)^q \right] d\Gamma_1^0, \quad d\Gamma_3 = - \left[ 1 + \left( \frac{\tau_{23}}{\tau_m} \right)^q \right] d\Gamma_1^0, \\ d\Gamma_2 = \left[ \left( \frac{\tau_{23}}{\tau_m} \right)^q - \left( \frac{\tau_{12}}{\tau_m} \right)^q \right] d\Gamma_1^0.$$

Суммирование элементарных сдвигов по всей области основных скольжений дает

$$(2.5) \quad d\Gamma_1^0 = \frac{1}{2} \int_{-\theta}^{\theta} dr(\beta) \cos 2\beta d\beta.$$

Границы веера скольжений  $\pm\theta$  в текущий момент времени  $t$  определяются из условия непрерывности их развития, что выражается либо равенством нулю на этих границах интенсивности скольжений в случае монотонного роста веера скольжений, либо обращением в нуль (в направлениях  $\pm\theta$ ) скорости изменения этой интенсивности в случае частичного «замораживания» веера скольжений. Интенсивность скольжений находится из условия равенства сопротивления сдвигу (2.1) соответствующей компоненте касательного напряжения  $\tau(\beta)$  ( $\tau(\beta) = \tau_m \cos 2\beta$ ) в области, где происходят скольжения; вне этой области  $S(\beta) > \tau(\beta)$ .

Таким образом, задавая траекторию нагружения, можно вычислить приращения компонент тензора пластических деформаций по формулам (2.4), (2.5). В результате получаются соотношения типа соотношений теории течения, которые можно проинтегрировать только при пропорциональном нагружении. Упругие составляющие компонент деформации определяются по закону Гука.

3. В расчетах было принято

$$(3.1) \quad \Psi(\tau_0, m) = p \left[ \frac{(1 + 3m)\tau_m}{(1 + 3m_1)\tau_n} - 1 \right]^c, \quad p, c = \text{const};$$

$$(3.2) \quad \psi(\tau_0, m) = \frac{(1 + 3m_1)\tau_n - a\tau_0}{1 + (k - a)m}, \quad a = k - a_1/m, \quad k, a_1 = \text{const}$$

( $\tau_n$  и  $m_1$  — соответственно предел текучести\* и значение инварианта  $m$  при чистом сдвиге).

Константа  $A$  в (2.1) для всех рассмотренных материалов выражается [4] одинаково:  $A = 4\tau_n$ . В формулах (3.1) и (3.2) фигурируют еще четыре константы материала:  $p$ ,  $c$ ,  $k$  и  $a_1$ . Первая пара ( $p$  и  $c$ ) определяется при аппроксимации расчетными зависимостями диаграммы упрочнения при чистом сдвиге (или при одноосном растяжении), поскольку функция  $\Psi(\tau_0, m)$  играет роль секущего модуля, а указанные диаграммы принимаются в качестве паспортных характеристик материала. Соображения относительно параметров  $k$  и  $a_1$  приведены ниже. Наконец, константа  $q$  в (2.4) принимается, как и  $A$ , для всех материалов одинаковой: при  $q = 0,75$  обеспечивается отклонение от равенства между параметрами Лоде—Надаи для напряжений и деформаций, наблюдаемое в опытах при пропорциональном нагружении.

Условие текучести для начально-изотропного материала следует из равенства сопротивления сдвигу максимальному касательному напряжению при  $r(\beta) = +0$ , т.е. из равенства

$$\psi(\tau_0, m) = \tau_m.$$

Из последнего выражения с учетом (3.2) вытекает линейная зависимость максимального касательного напряжения от октаэдрического касательного напряжения (не зависящая от параметра  $a_1$ ):

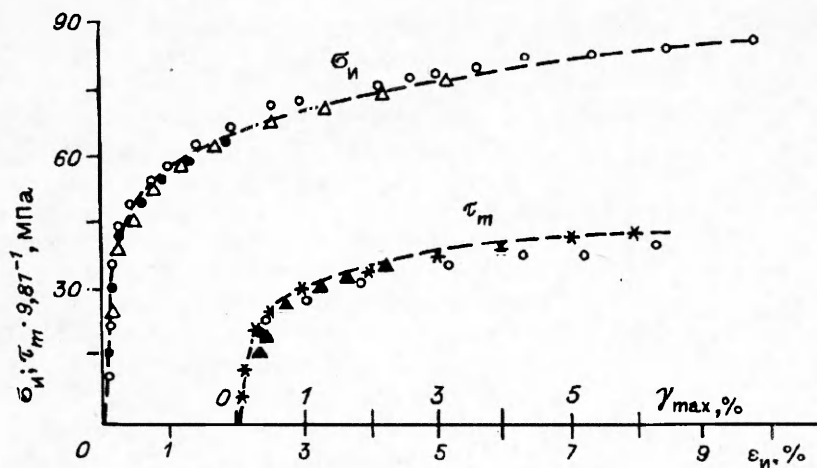
$$(3.3) \quad \tau_m = (1 + 3m_1)\tau_n - k\tau_0.$$

При  $k = 0$  получим критерий текучести Треска—Сен-Венана, при  $k \rightarrow \infty$  — критерий Губера—Мизеса. В расчетах принималось значение  $k$ , промежуточное между указанными ( $k = 3$ ), которое лучше соответствует экспериментальным данным.

Зависимость (3.3) отражает следующее. В момент возникновения пластической деформации значение максимального касательного напряжения при чистом сдвиге больше подобного его значения при одноосном растяжении, а октаэдрическое касательное напряжение, наоборот, меньше в первом случае, чем во втором. Если эту закономерность считать сохраняющейся и при наличии пластической деформации (при пропорциональном нагружении), то это означает, что функция  $\psi(\tau_0, m)$  в (2.1) должна быть убывающей с ростом уровня напряжений, который будем характеризовать величиной  $\tau_0$ . Зависимость деформаций от напряжений следующая: при одном и том же значении  $\tau_m$  сдвиг  $\Gamma_{\max}$  должен быть больше при одноосном растяжении, чем при чистом сдвиге. Именно такой характер упрочнения наблюдается у рассматриваемого материала. В модели это обеспечивается, если константа  $a_1$  (см. формулу (3.2)) будет положительной. Ее значение можно найти, учитывая еще следующее свойство принятой схемы скольжений.

Дополнительные приращения (2.2) компонент пластической деформации возникают от скольжений по площадкам  $T_{12}$  и  $T_{23}$ . Экспериментально установлена [8] инвариантность зависимости  $\Gamma_{ij} = \Gamma_{ij}(T_{ij})$  ( $i \neq j$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ ). Это означает, что сопротивление сдвигу на любой из площадок скольжения  $T_{ij}$  можно представить зависимостью (2.1), оперируя интенсивностью скольжений  $r_{ij}$  по данной площадке. В результате можно сформулировать условие возникновения и развития скольжений по какой-либо из площадок  $T_{ij}$  при наличии основных скольжений по другой из этих площадок. При таком подходе связь между приращениями деформаций от основных и дополнитель-

\*Под пределом текучести здесь, как обычно в теоретических построениях, понимается точка сопряжения упругопластического участка диаграммы упрочнения с линейным упругим участком, определяемая, например, по методу экстраполяции Лоде [7].



Р и с. 1

ных скольжений вида (2.2) следует рассматривать как аппроксимацию дополнительных приращений  $d\Gamma_i^n$ , которые в принципе можно вычислить по известному сопротивлению сдвигу. Однако удобнее пользоваться зависимостью (2.2), поскольку при этом обеспечивается, как уже указывалось, необходимое соотношение между параметрами Лоде—Надаи для напряжений и деформаций.

При одноосном растяжении основные скольжения — это скольжения по площадкам  $T$  и  $T_{12}$  (они равноправны в этом случае). С ростом уровня напряжений или при изменении вида напряженного состояния скольжения могут возникнуть и по площадке  $T_{23}$ . В этот момент имеем

$$(3.4) \quad \psi(\tau_0, m) = \tau_{13}^0,$$

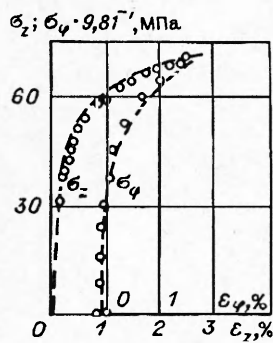
где напряжение  $\tau_{13}^0$  следует рассматривать как предел текучести по указанной площадке скольжения при данном уровне и виде напряженного состояния. Соотношение (3.4) и дает возможность определить константу  $a_1$ .

Итак, для определения  $a_1$  надо реализовать такую программу нагружения: после одноосного растяжения, когда  $\tau_m = \tau_{12} > \tau_n$  и  $\tau_{23} = 0$  (но уровень напряжений такой, что  $\psi(\tau_0, m) > 0$ ), надо добиться изменения вида напряженного состояния, при котором  $\dot{\tau}_m = \partial \tau_m / \partial t > 0$ ,  $\dot{\tau}_{12} < 0$ ,  $\dot{\tau}_{23} > 0$ . Тогда скольжения по площадке  $T_{12}$  прекратятся, по площадке  $T$  будут продолжаться, а по площадке  $T_{23}$  возникнут в тот момент, когда выполнится условие (3.4). Определить этот момент в эксперименте можно, уловив наличие приращения компоненты  $\Gamma_2$ , поскольку до этого момента деформации чистого сдвига вследствие скольжений только по площадке  $T$  будут соответствовать неизменное значение компоненты  $\Gamma_2$  (приобретенное при предварительном растяжении).

4. Кроме только что указанной траектории нагружения в эксперименте для определения исходных свойств материала и введенных параметров модели надо осуществить еще пять видов пропорционального нагружения: 1) одноосное растяжение ( $\sigma_z > 0$ ,  $\sigma_\varphi = 0$ ,  $\mu_\sigma = -1$ ); 2) растяжение в окружном направлении ( $\sigma_\varphi > 0$ ,  $\sigma_z = 0$ ,  $\mu_\sigma = -1$ ); 3) сжатие, когда  $\sigma_z = \sigma_\varphi$ ,  $\mu_\sigma = 1$ ; 4) чистый сдвиг, когда  $\sigma_z = 2\sigma_\varphi$  или  $\sigma_\varphi = 2\sigma_z$ ,  $\mu_\sigma = 0$ ; 5) чистый сдвиг, когда  $\sigma_z = -\sigma_\varphi$ ,  $\mu_\sigma = 0$ .

Эксперимент проведен на тонкостенных трубчатых образцах из стали 40X.

На рис. 1 представлены диаграммы упрочнения испытуемого материала при пропорциональном нагружении и расчетные зависимости на основе



Р и с. 2

модели при следующих значениях материальных параметров: модуль Юнга  $E = 21500 \cdot 9,81^{-1}$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,32$ ,  $\tau_n = 20 \cdot 9,81^{-1}$  МПа,  $a_1 = 0,15$ ,  $p = 1225 \cdot 9,81^{-1}$  МПа,  $c = -1,5$ . Как и для стали 12ХНЗА [3], принимается  $k = 3$ ,  $A = 4\tau_n$ ,  $q = 0,75$ . Результаты расчета показаны линиями, эксперимента — точками. Для удобства сравнения диаграммы растяжения и сжатия приведены в координатах интенсивность напряжений  $\sigma_n$  — интенсивность деформаций  $\epsilon_n$ . Светлые кружки — одноосное растяжение образца № 4—028 ( $\sigma_z > 0$ ,  $\sigma_\varphi = 0$ ), темные — растяжение в окружном направлении образца № 4—118 ( $\sigma_\varphi > 0$ ,  $\sigma_z = 0$ ), светлые треугольники — равное двухосное растяжение образца № 4—043 ( $\sigma_z = \sigma_\varphi$ ,  $\mu_\sigma = 1$ ). Диаграммы чистого сдвига приведены в координатах максимальное касательное напряжение  $\tau_m$  — максимальный сдвиг  $\gamma_{\max}$  ( $\gamma_{\max} = \gamma_{\max}^e + \Gamma_{\max} \gamma_{\max}^e$  — упругая составляющая деформации сдвига, определяемая по закону Гука). Этому состоянию соответствует испытание образца № 4—115 при  $\sigma_z = 2\sigma_\varphi$  (звездочки) и образца № 4—041 при  $\sigma_\varphi = -\sigma_z$  (темные треугольники). Кроме того, на диаграмме  $\tau_m \sim \gamma_{\max}$  для сравнения показано, как развивается максимальный сдвиг при одноосном растяжении (светлые кружки, образец № 4—028).

В целом данные пропорционального нагружения свидетельствуют о том, что сталь 40Х в испытанном состоянии представляет собой начально-изотропный материал, одинаково сопротивляющийся растяжению и сжатию и удовлетворяющий критерию текучести (3.3). Диаграммы упрочнения, приведенные на рис. 1, приняты в качестве номинальных диаграмм для этого материала при указанных видах напряженного состояния.

5. На рис. 2 представлены данные испытания нагружением по двухзвенной траектории образца № 4—078 (точки), позволившие определить параметр  $a_1$  (уравнение (3.2), линии).

Первый участок нагружения — одноосное растяжение до напряжения  $\sigma_z = 42 \cdot 9,81^{-1}$  МПа. На этом участке пропорционального нагружения определялся коэффициент приведения  $k_n$  [3] диаграммы упрочнения материала данного образца к номинальной диаграмме; оказалось,  $k_n = 1,09$  (на этот коэффициент умножаются значения напряжений, фиксируемые при испытании, для вычисления по ним расчетных значений компонент пластической деформации).

Далее производился излом траектории нагружения, после которого при постоянном отношении приращений напряжений  $\Delta\sigma_\varphi / \Delta\sigma_z = 2,5$  имеем  $\dot{\tau}_m > 0$ ,  $\dot{\tau}_{12} < 0$ ,  $\dot{\tau}_{23} > 0$ . Экспериментальные значения напряжений, компонент деформации (их пластические составляющие), а также  $\sigma_n$  и  $\tau_n$  в нескольких точках отсчета приведены в таблице. Сравнение значений  $\Gamma_z$  и  $\Gamma_\varphi$  показывает, что после излома траектории компонента деформации  $\Gamma_1 = \Gamma_z$  возрастает, а компонента  $\Gamma_2 = \Gamma_\varphi$  практически не получает приращения вплоть до 15-й точки отсчета, начиная с которой  $\Gamma_2$  тоже возрастает. В этот момент, как было указано выше, должно выполняться условие (3.4), что дает  $a_1 = 0,15$  при  $\tau_{23}^0 = 6,81 \cdot 9,81^{-1}$  МПа.

Отметим еще одну особенность поведения материала за пределами упругости, выявленную в данном опыте. После излома траектории нагружения на некотором участке ее второго звена интенсивность напряжений остается фактически постоянной, но тем не менее регистрируется приращение пластической деформации ( $\Gamma_1 = \dot{\Gamma}_z > 0$ , см. таблицу). Этот результат согласуется с наблюдениями Г.А. Дошинского [9] и других исследователей, обнаруживших приращение пластической деформации при нагружениях, когда

Номер точки отсчета	$\sigma_z$	$\sigma_\varphi$	$\Gamma_z$	$-\Gamma_\varphi$	$\sigma_n$	$\tau_{12}$	$\tau_{23}$
	$9,81^{-1}$ МПа		%		$9,81^{-1}$ МПа		
9	42	0	0,191	0,100	42,0	21,00	0
10	43	2,5	0,196	0,099	41,8	20,25	1,25
11	44	5,0	0,205	0,103	41,7	19,50	2,50
12	45	7,5	0,215	0,105	41,7	18,75	3,75
13	46	10,0	0,223	0,106	41,9	18,00	5,00
14	47	12,5	0,239	0,105	42,1	17,25	6,25
15	48	15,0	0,258	0,104	42,5	16,50	7,50
16	49	17,5	0,280	0,098	43,0	15,75	8,75
17	50	20,0	0,303	0,097	43,5	15,00	10,00
18	51	22,5	0,338	0,096	44,2	14,25	11,25
19	52	25,0	0,381	0,093	45,0	13,50	12,50
20	53	27,5	0,432	0,088	45,9	12,75	13,75

значение второго инварианта девиатора напряжений остается неизменным, а изменяется только вид напряженного состояния.

Данные опыта также свидетельствуют о том, что, начиная с 15-й точки отсчета (см. таблицу) измеряемых величин, отмечается положительное приращение компоненты деформации  $\Gamma_2 = \Gamma_\varphi$ . Это означает появление скольжений по площадке  $T_{23}$ .

Согласно (2.4), приращение сдвига  $d\Gamma_2 > 0$ , когда скольжения на площадках  $T_{12}$  отсутствуют или развиваются с меньшей интенсивностью, чем на площадках  $T_{23}$ , а касательные напряжения  $\tau_{12}$  и  $\tau_{23}$  связаны неравенством  $\tau_{23} > \tau_{12}$ . Однако последнее выполняется только после 19-й точки. Это вызывает сомнение в справедливости связей (2.2) между приращениями деформаций от основных и дополнительных скольжений при сложном нагружении. Их можно уточнить следующим образом.

Принимая допущение о том, что на каждой площадке скольжения  $T_{ij}$  сопротивление сдвигу имеет вид (2.1), можно определить растворы  $\theta_{ij}$  веерообразных скольжений на этих площадках в текущий момент времени  $t$ . Как вытекает из вышесказанного, в момент  $t_*$  излома траектории нагружения  $\theta_{13} = \theta_{12} = \theta_*$  ( $\theta_{23} = 0$ ). При  $t > t_*$  оказалось, что  $\dot{\theta}_{12} = 0$  и приращение интенсивности скольжений  $\dot{r}_{12} = 0$  до 15-й точки отсчета, а затем  $\dot{r}_{12} > 0$ , но границы веера скольжений по данной площадке меньше, чем в момент  $t_*$ . Напрашивается вывод: вклад в деформацию от таких дополнительных скольжений меньше, когда веер скольжений частично «замораживается».

Обозначим

$$\tau_{12} - \psi(\tau_0, m) = R_{12}.$$

Момент возобновления скольжений по площадке  $T_{12}$  определяется из условия

$$R_{12}/\Psi(\tau_0, m) = R_{12}^*/\Psi^*(\tau_0, m)$$

(звездочкой помечены величины в момент  $t_*$ ).

Веер скольжений в текущий момент времени будет охватывать все веера в предшествующие моменты при выполнении равенства

$$R_{12}|_{t>t_*} = R_{12}^*.$$

Анализ данных опытов позволил получить аппроксимацию зависимости приращений сдвигов от основных и дополнительных скольжений:

$$d\Gamma_1^a = k_{12}(\tau_{12}/\tau_m)^q d\Gamma_1^0, \quad d\Gamma_3^a = k_{23}(\tau_{23}/\tau_m)^q d\Gamma_3^0,$$

где

$$k_{12} = 1 - (R_{12}^* - R_{12})/R_{12} \text{ при } R_{12} \leq R_{12}^*, \quad k_{12} = 1 \text{ при } R_{12} > R_{12}^*.$$

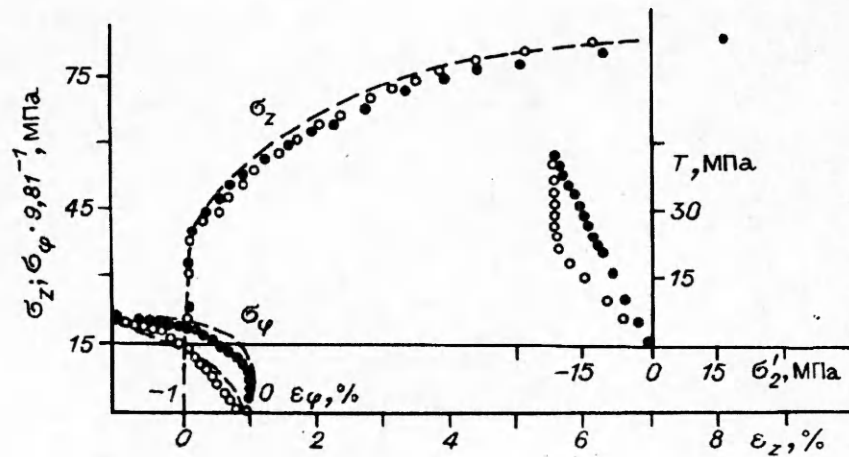


Рис. 3

Коэффициент  $k_{23}$  определяется аналогично коэффициенту  $k_{12}$ .

Таким образом, разработана простая методика определения параметров материала используемой модели скольжений. Построены расчетные зависимости при различных сложных нагружениях. Ниже представлены наиболее контрастные программы испытания.

6. На рис. 3 траектория нагружения показана в координатах  $T - \sigma'_2$  ( $\sigma'_2 = T_{23} - T_{12} = T\mu_\sigma$ ). Здесь светлые кружки — сложное нагружение образца № 4—017 ( $k_n = 1,09$ ), темные — пропорциональное нагружение образца № 4—069 ( $k_n = 1,09$ ). Конечные значения напряжений в обоих случаях нагружения задавались одинаковыми, и, как видно из экспериментальных диаграмм, одинаковыми оказались конечные значения компонент деформации. Следовательно, влияние осуществленного в этом опыте излома траектории нагружения быстро затухает. Это происходит всегда, когда в процессе нагружения все три главных касательных напряжения растут и вызывают монотонный рост вееров скольжения.

Монотонное развитие скольжений по площадке  $T$  ( $\dot{\theta} > 0$ ) накладывает ограничение на приращение главных напряжений:

$$\frac{d\sigma_1}{d\sigma_2} > \frac{2(2\sigma_2 - \sigma_1)(\tau_m + 4\tau_n)}{[9m\tau_0 - 2(2\sigma_1 - \sigma_2)]\tau_m - [3(5 + 3m_1)\tau_0 + 8(2\sigma_1 - \sigma_2)]\tau_n}$$

Аналогично проверяется и условие монотонности роста вееров скольжения по другим площадкам ( $T_{12}$  и  $T_{23}$ ).

Как известно, малые знакопеременные (по параметру  $\mu_\sigma$ ) отклонения от пропорционального нагружения при каком-либо виде напряженного состояния приводят к малым отклонениям и по деформациям, отвечающим данному  $\mu_\sigma$ . Это подтвердилось при испытании образца № 4—070 (светлые кружки на рис. 4,  $k_n = 1,09$ ). Для сравнения на рис. 4 приведена диаграмма  $\epsilon_z = \epsilon_z(\sigma_z)$  при чистом сдвиге (сплошная линия, образец № 4—115).

В отличие от только что описанного опыта при переходе от состояния одноосного растяжения к состоянию чистого сдвига наблюдается заметное влияние истории нагружения (рис. 4, темные кружки — образец № 4—108,  $k_n = 1,05$ ). Согласно вышеприведенной модели, после излома траектории нагружения в данном случае скольжения по площадке  $T_{23}$  возникают, когда достигается локальный предел текучести  $\tau_{23}^0$ , удовлетворяющий условию (3.4). В данном случае  $\tau_{23}^0 \approx 3,5 \cdot 9,81^{-1}$  МПа. Такое «отставание» скольжений по площадке  $T_{23}$  от развития скольжений по другим площадкам ( $T$  и  $T_{12}$ ) приводит к постоянному росту (по модулю) деформации  $\Gamma_2 = \Gamma_\varphi$ , хотя

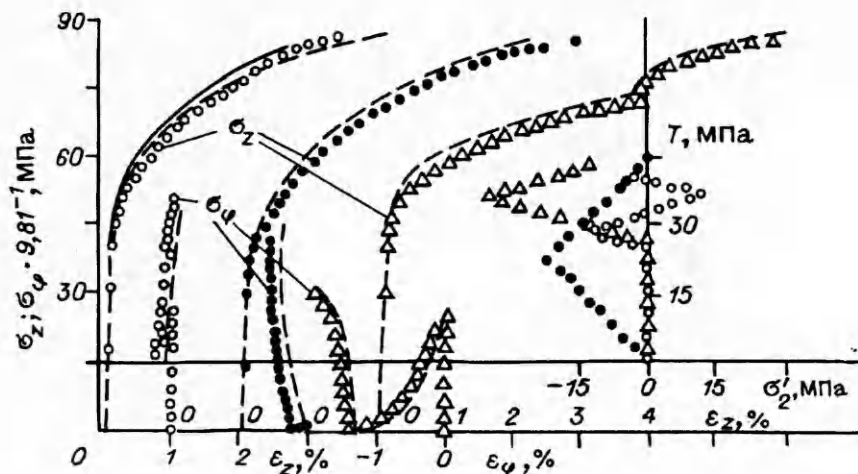


Рис. 4

и менее интенсивному, чем при одноосном растяжении, но сохраняющемуся вплоть до достижения состояния чистого сдвига.

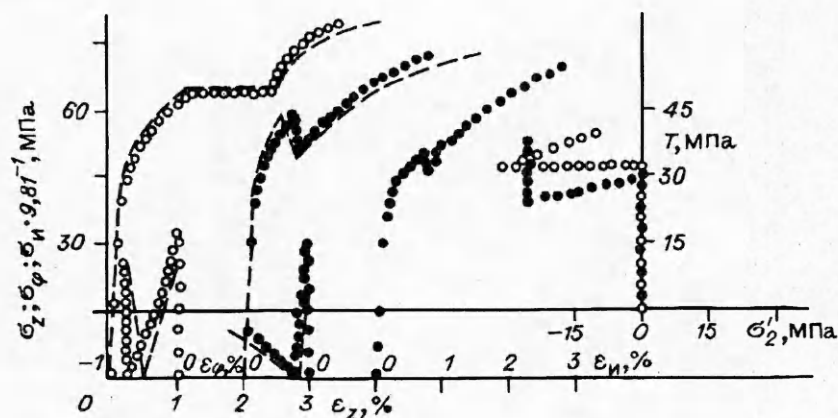
Несколько иная картина изменения деформаций при противоположном переходе — от чистого сдвига к одноосному растяжению (рис. 4, образец № 4—100 — треугольники,  $k_n = 1,02$ ). Разница между компонентами деформации в малой окрестности пределов текучести при  $\mu_\sigma = -1$  и  $\mu_\sigma = 0$  мала. Она практически стирается с ростом уровня напряжений при указанной траектории нагружения образца № 4—100 при  $\mu_\sigma \rightarrow -1$ . Это происходит в силу преобладания скольжений по площадкам Т и  $T_{12}$ .

Траектория нагружения образца № 4—100 содержит еще третье звено: после достижения состояния одноосного растяжения производился обратный переход от  $\mu_\sigma = -1$  к  $\mu_\sigma = 0$  (однако состояние  $\mu_\sigma = 0$  не было достигнуто: из-за наличия достаточно большой общей деформации образца опыт был прекращен). Характерная особенность: в начале третьего этапа деформирования упрочнение материала резко возрастает, приближаясь к упругому деформированию (см. рис. 4), затем диаграмма упрочнения  $\sigma_z = \sigma_z(\varepsilon_z)$  стремится к подобной диаграмме при чистом сдвиге (когда  $\sigma_z = 2\sigma_\varphi$ ). Это объясняется тем, что при смене напряженного состояния значение инварианта  $m$  уменьшается, функция  $\psi(\tau_0, m)$  на некотором участке третьего звена траектории нагружения остается постоянной, функция  $\Psi(\tau_0, m)$  убывает значительно меньше, чем на предыдущих этапах. В результате интенсивность скольжений на этом участке увеличивается незначительно. Ее приращение начинает возрастать, когда функция  $\psi(\tau_0, m)$  вновь уменьшается с ростом уровня напряжений.

Изменение деформаций и характера упрочнения, подобное описанному для образца № 4—100, наблюдалось и в случае перехода от чистого сдвига к одноосному растяжению при постоянном максимальном касательном напряжении (рис. 5, образец № 4—131 — светлые кружки,  $k_n = 1,05$ ). Эти экспериментальные данные подкрепляют вывод о значительной роли функции  $\psi(\tau_0, m)$  в сопротивлении сдвигу вида (2.1).

Приращение пластической деформации в случае перехода от  $\mu_\sigma = 0$  к  $\mu_\sigma = -1$  происходит и при некотором уменьшении максимального касательного напряжения, вызывающем уменьшение интенсивности напряжений  $\sigma_n$  — «нырок» на диаграмме  $\sigma_n = \sigma_n(\varepsilon_n)$ . Это наблюдалось при испытании образца № 4—133 (рис. 5, темные кружки,  $k_n = 1,05$ ). Анализ экспериментальных данных показал, что в этом случае разгрузка на площадках Т сопровождается ростом касательного напряжения на площадках  $T_{12}$ , при





Р и с. 5

котором в конце второго звена нагружения  $\Delta\Gamma_z \approx 0,1\%$  и  $\Delta\Gamma_\varphi \approx -0,1\%$ , т.е.  $\Delta\Gamma_1 = -\Delta\Gamma_2$  и, следовательно,  $\Delta\Gamma_3 = 0$ . Иначе говоря, при нагружении по второму звену траектории пластическая деформация обусловлена только скольжениями по площадке  $T_{12}$  при их отсутствии («замораживании») по двум другим площадкам. Это следует и из модельных представлений и использовалось в расчете.

Таким образом, модель материала, оперирующая представлениями о главных площадках скольжения, вполне обоснована. Рассмотренные разнообразные эффекты сложного нагружения достаточно четко обнаруживают «включение» и «выключение» этих площадок при различной смене напряженных состояний. Сопrotивление сдвигу (скольжению), принятое в качестве основной прочностной характеристики материала при пластической деформации, позволяет достаточно надежно определять возникающую деформационную анизотропию.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Вакуленко А.А. Связь микро- и макросвойств в упругопластических средах // Итоги науки и техники. Сер. МДТТ. — М.: ВИНТИ, 1991. — Т. 22.
2. Васин Р.А. Определяющие соотношения теории пластичности // Итоги науки и техники. Сер. МДТТ. — М.: ВИНТИ, 1990. — Т. 21.
3. Жигалкин В.М., Рычков Б.А., Усова О.М. Закономерности пластической деформации стали при нагружениях с частичной разгрузкой. — Фрунзе, 1991. — (Препр. / АН КиргССР, Ин-т автоматки).
4. Леонов М.Я., Нисневич Е.Б., Рычков Б.А. Плоская теория пластичности, основанная на синтезе скольжений // Изв. АН СССР. МТТ. — 1979. — № 6.
5. Шемякин Е.И. Анизотропия пластического состояния // Численные методы механики сплошной среды. — Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. — 1973. — Т. 4, № 4.
6. Христианович С.А. Деформация упрочняющегося пластического материала // Изв. АН СССР. МТТ. — 1974. — № 2.
7. Поль Б. Макроскопические критерии пластического течения и хрупкого разрушения // Разрушение. Математические основы разрушения. — М.: ИЛ, 1975. — Т. 2. — Гл. 4.
8. Жигалкин В.М. О характере упрочнения пластического материала. Сообщение 1,2 // Пробл. прочности. — 1980. — № 2.
9. Дошинский Г.А., Коренева А.М. Пластическое течение при постоянной интенсивности напряжений // Изв. АН СССР. МТТ. — 1970. — № 5.

г. Новосибирск

Поступила 8/VI 1993 г.