

УДК 536.223

ТЕПЛОПЕРЕНОС ПРИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЗАМКНУТЫХ ДВУМЕРНЫХ И ТРЕХМЕРНЫХ КАМЕРАХ, ЗАПОЛНЕННЫХ НАНОЖИДКОСТЬЮ

П. Акбарзаде, А. Х. Фарди

Школа машиностроения и мехатроники Технологического университета г. Шахруд,
Шахруд, Иран
E-mail: akbarzad@ut.ac.ir, amirhosseinfardi94@gmail.com

Исследуется теплоперенос при естественной конвекции внутри двумерных и трехмерных камер с поперечным сечением трапециевидной формы, заполненных наножидкостью. Уравнения задачи решаются численно с использованием метода конечных объемов и SIMPLER-алгоритма. Изучается влияние на интенсивность теплопереноса объемной доли наночастиц в жидкости, числа Рэлея, угла наклона стенок камеры, в случае трехмерных камер — угла наклона оси камеры. Вычислено среднее число Нуссельта, построены изотермы потока. Установлено, что как в двумерных, так и в трехмерных камерах с увеличением числа Рэлея поток тепла (число Нуссельта) увеличивается. В двумерных камерах с поперечным сечением трапециевидной формы при увеличении объемной доли наночастиц от 0 до 2 % число Нуссельта уменьшается, при объемной доле наночастиц, превышающей 2 %, — увеличивается. В трехмерных камерах с увеличением угла наклона их осей число Нуссельта увеличивается.

Ключевые слова: естественная конвекция, наножидкости, наклонные трехмерные замкнутые сосуды, поперечные сечения трапециевидной формы, численное решение.

DOI: 10.15372/PMTF20180212

Введение. Наножидкости представляют собой коллоидные растворы, содержащие либо металлические частицы (Cu, Ag, Al и т. п.), либо частицы оксидов металлов (CuO, Al₂O₃, TiO₂ и т. п.), либо двухслойные или однослойные металлические нанотрубки. Объемная доля частиц составляет, как правило, не более 4 % объема основной (несущей) жидкости. При этом интенсивность теплового потока в наножидкости больше, чем в чистой жидкости (не содержащей частиц) [1]. Результаты изучения свойств наножидкостей находят применение в различных отраслях техники и при исследовании различных природных явлений (см., например, [2–4]). Большое количество работ посвящено изучению свойств теплопроводности и вязкости наножидкостей, а также теплопереноса в них при наличии естественной конвекции. Очевидно, что увеличение числа Нуссельта и интенсивности теплового потока зависит от множества факторов, в частности от броуновского движения наночастиц, расслоения жидкости и кластеризации наночастиц [5, 6].

Интенсивность теплового потока зависит также от типа наножидкости, геометрии сосудов, заполненных этой жидкостью, и граничных условий. Результаты экспериментальных и численных исследований влияния на интенсивность теплового потока геометрии

Работа выполнена при финансовой поддержке Технологического университета г. Шахруд.

сосудов и краевых условий различного типа приведены во многих работах (см., например, [7–16]). В работе [9] для замкнутых сосудов четырехугольной, в частности прямоугольной, формы проведено сравнение эффективности численных методов, используемых для решения задач о течении наножидкостей с различными физическими свойствами. В работе [9] изучалось двумерное течение в замкнутых сосудах прямоугольной формы. При этом на вертикальных стенках поддерживалась постоянная температура, нижняя и верхняя стенки считались теплоизолированными. В работе [9] установлено, что при наличии взвешенных наночастиц интенсивность теплового потока существенно увеличивается при любом значении числа Грасгофа, а также при увеличении объемной доли наночастиц. В работе [17] изучалась естественная конвекция в замкнутом наклонном сосуде квадратной формы, заполненном наножидкостью, в качестве которой использовалась вода с наночастицами Cu , Ag , CuO , Al_2O_3 , TiO_2 . В середине левой стенки находился тепловой источник, на правой стенке поддерживалась постоянная температура, остальные стенки были теплоизолированными. Обнаружено, что интенсивность теплового потока существенно зависит от объемной доли наночастиц в основной жидкости, а скорость теплового потока уменьшается при увеличении длины теплового источника. Также установлено, что максимальная и минимальная интенсивности теплового потока имеют место при углах наклона сосуда, равных 30 и 90° соответственно.

В работе [18] экспериментально и численно исследовалась естественная конвекция в сосуде квадратной формы, заполненном наножидкостью (водой с наночастицами Al_2O_3). На вертикальных стенках поддерживалась постоянная температура, горизонтальные стенки были теплоизолированными. Установлено, что при малой концентрации наночастиц теплопроводность наножидкости оказывает большее влияние на теплоперенос, чем ее вязкость, при большой концентрации, наоборот, большее влияние оказывает вязкость наножидкости, меньшее — ее теплопроводность. В [19] экспериментально и численно изучался теплоперенос в квадратном замкнутом сосуде, который заполнен жидкостью с наночастицами TiO_2 и на вертикальных стенках которого поддерживалась постоянная температура, а горизонтальные стенки были теплоизолированы. Установлено, что при малых числах Рэлея вязкость более существенно влияет на интенсивность теплового потока, чем теплопроводность. В работе [20] численно исследовался теплоперенос в замкнутом квадратном сосуде, заполненном водой, содержащей наночастицы CuO , Al_2O_3 , TiO_2 . Левая и нижняя стенки сосуда были нагретыми, верхняя и правая стенки — холодными. Обнаружено, что наибольшая интенсивность теплового потока наблюдается в воде, заполненной частицами CuO . Также установлено, что интенсивность теплового потока увеличивается с увеличением объемной доли наночастиц в жидкости и ширины сосуда. В работе [21] изучалась естественная конвекция в прямоугольном сосуде, заполненном водой с частицами CuO , одна стенка которого нагревалась, через верхнюю стенку осуществлялось охлаждение. Установлено, что при добавлении в воду наночастиц CuO интенсивность теплового потока увеличивается. Максимальное увеличение имеет место при отношениях длин сторон, равных $0,50$, $0,25$, и объемной доле наночастиц 2% , а также при отношениях длин сторон, равных $0,125$, $0,100$, $0,080$, и объемной доле наночастиц $2,5\%$. В работе [22] выполнено численное моделирование процесса теплопереноса в квадратном замкнутом сосуде, заполненном водой с частицами Cu . На нижней стенке поддерживалась большая постоянная температура, на вертикальных — небольшая температура, верхняя теплоизолированная стенка двигалась в горизонтальном направлении с постоянной скоростью. Обнаружено, что при увеличении числа Ричардсона интенсивность теплового потока увеличивается. В [23] выполнено численное моделирование естественной конвекции в замкнутом сосуде трапециевидной формы, заполненном водой с частицами Cu , и в сосуде, заполненном водой с наночастицами Al_2O_3 (на левой стенке сосуда поддерживалась постоянная высокая

температура, на правой стенке — низкая температура, остальные стенки теплоизолированы). Установлено, что в сосуде с острым углом наклона боковых стенок к горизонтальной плоскости наиболее существенное увеличение интенсивности теплового потока имеет место при большой объемной доле наночастиц. В работе [24], посвященной численному исследованию естественной конвекции в трапециевидном замкнутом сосуде, заполненном раствором этиленгликоля, содержащим углеродные нанотрубки, установлено, что при малых числах Рэлея ($Ra = 10^3, 10^4$) перенос тепла происходит в основном за счет теплопроводности, а при больших числах Рэлея преобладает конвективный перенос тепла. Также показано, что при малых числах Рэлея ($Ra < 10^4$) среднее число Нуссельта уменьшается с увеличением угла наклона боковых стенок сосуда при любой объемной доле наночастиц. В работе [25] проведено численное моделирование установившейся естественной конвекции в трапециевидном сосуде с двумя прямыми углами, заполненном наножидкостью. Стенки сосуда выполнены из пористого материала. Верхняя и нижняя стенки сосуда теплоизолированы, на правой стенке поддерживалась низкая температура, на левой стенке — высокая температура. Установлено, что при увеличении числа Рэлея числа Нуссельта и Шервуда увеличиваются. В работе [26] численно моделировался конвективный теплоперенос в трапециевидной камере с двумя подвижными стенками при различных углах наклона боковых стенок. Камера заполнена наножидкостью. Верхняя стенка, на которой поддерживалась низкая температура, перемещалась с постоянной скоростью, на нижней стенке поддерживалась высокая температура, остальные стенки были теплоизолированными. Из работы [26] следует, что при больших значениях температуры на нижней стенке с увеличением угла наклона камеры интенсивность теплового потока увеличивается. Если на нижней стенке поддерживается низкая температура, то при увеличении угла наклона камеры интенсивность теплового потока уменьшается. В работе [27] численно исследован естественный конвективный теплоперенос в замкнутой трапециевидной камере, заполненной наножидкостью с частицами Cu . Нижняя и верхняя стенки камеры были теплоизолированы, на левой стенке поддерживалась высокая температура, на нижней — низкая. Установлено, что наибольшее количество тепла переносится при наименьшем отношении характерного размера основания камеры к ее высоте. В работе [28] исследованы производство энтропии и естественный конвективный теплоперенос в наножидкости с частицами Cu при наличии постоянного магнитного поля. Рассматривался тепловой поток на нижней стенке трапециевидной камеры. Из результатов работы [28] следует, что при наличии наночастиц производство энтропии уменьшается, а при наличии магнитного поля — увеличивается.

В настоящей работе исследуется естественный конвективный теплоперенос в камерах, заполненных наножидкостями различного типа. Рассматриваются двумерные и трехмерные камеры с поперечным сечением трапециевидной формы.

1. Физическая модель и математическая постановка задачи. На рис. 1 приведены схемы двумерной и наклонной трехмерной камер. Левые стенки двумерной и трехмерной камер полагаются нагретыми, правые — холодными, нижняя и верхняя стенки — теплоизолированными. Также полагается, что стенки камер являются непроницаемыми и частицы жидкости на них не проскальзывают. Поэтому компоненты вектора скорости на стенках полагаются равными нулю. Вектор ускорения свободного падения \mathbf{g} направлен вниз. В качестве характерной длины принимается высота камеры H , L — длина основания, θ — угол наклона боковых стенок, γ — угол наклона камеры к горизонтальной плоскости, $A_y = H/L$, $A_z = b/L$, b — длина камеры в направлении оси z . При большом значении отношения A_z течение можно рассматривать как двумерное. В трехмерной задаче полагается, что $A_z \gg 1$. Конвективное течение имеет место в вертикальном направлении. Поэтому вектор скорости течения образует угол γ с плоскостью xy . Для того

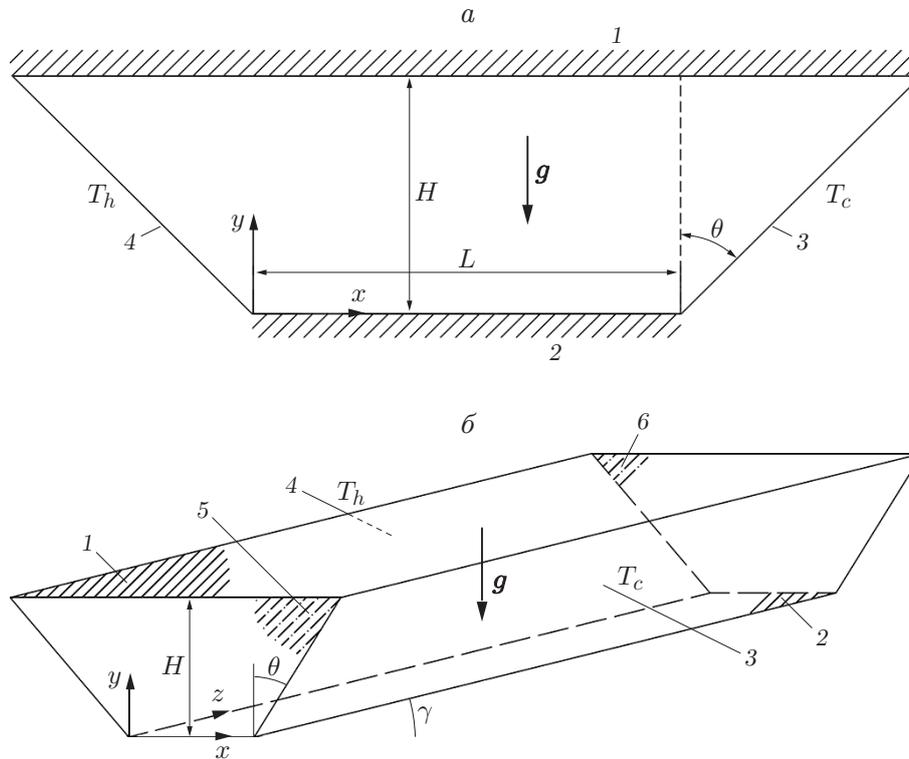


Рис. 1. Геометрия двумерной (а) и трехмерной (б) камер:

1 — верхняя теплоизолированная стенка, 2 — нижняя теплоизолированная стенка, 3 — правая стенка, 4 — левая стенка, 5 — передняя поверхность, 6 — задняя поверхность

чтобы уменьшить объем вычислений, рассматриваются камеры малой глубины, а в трехмерной задаче на передней и задней стенках задаются условия периодичности. В качестве наножидкости используется вода с наночастицами Al_2O_3 . Характеристики наножидкости [29, 30] при температуре, равной температуре холодной стенки $T_c = 295$ К, приведены в табл. 1. В приближении Буссинеска уравнение неразрывности, уравнения движения в проекциях на оси x , y , z и уравнение энергии записываются в виде [24, 26–28, 31]

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \xi \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \\ \rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \xi w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \xi \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \\ \rho_{nf} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \xi w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \xi \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + g \rho_{nf} \beta_{nf} (T - T_c) \cos \gamma, \\ \rho_{nf} \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + g \rho_{nf} \beta_{nf} (T - T_c) \sin \gamma, \\ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \xi w \frac{\partial T}{\partial z} &= \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \xi \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi) \rho_f + \varphi \rho_s, \quad \beta_{nf} = (1 - \varphi) \beta_f + \varphi \beta_s,$$

T — температура жидкости; T_c — температура холодной стенки; u , v , w — компоненты вектора скорости в проекциях на оси x , y , z соответственно; φ — объемная доля наноча-

Таблица 1

Характеристики несущей жидкости и наночастиц [29, 30] при $T = 22 \text{ }^\circ\text{C}$

Компонент наножижкости	C_p , Дж/(кг · К)	ρ , кг/м ³	k , Вт/(м · К)	$\beta \cdot 10^{-5}$
Вода	4179	997,1	0,613	21,00
Наночастицы Al ₂ O ₃	765	3970,0	40,000	0,85

стиц; $\alpha_{nf} = k_{nf}/(\rho C_p)_{nf}$ — коэффициент тепловой диффузии; $(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_s$; C_p — удельная теплоемкость; ρ — плотность; k — теплопроводность; μ — динамическая вязкость; β — коэффициент расширения; нижние индексы s, f, nf соответствуют наночастицам, несущей жидкости и наножижкости.

В системе (1) в случае трехмерной задачи $\xi = 1$, двумерной — $\xi = \gamma = 0$ и уравнение движения в проекции на ось z обращается в тождество.

Следует отметить, что вязкость и теплопроводность наножижкости зависят от ее температуры и объемной доли наночастиц. В работе [32] с использованием результатов [33] предложена следующая формула для вычисления вязкости наножижкости вода — частицы Al₂O₃:

$$\mu_{Al_2O_3} = \exp(3,003 - 0,04203T - 0,5445\varphi + 0,0002553T^2 + 0,0524\varphi^2 - 1,622\varphi^{-1}). \quad (2)$$

В уравнении (2) температура измеряется в градусах по шкале Цельсия, вязкость μ — в сантипуазах. Теплопроводность наножижкости может вычисляться по различным формулам [34–36], в настоящей работе используется формула, предложенная в [36]:

$$k_{nf}/k_f = 1 + 64,7\varphi^{0,7640}(d_f/d_p)^{0,3690}(k_f/k_p)^{0,7476} Pr_f^{0,9955} Re_f^{1,2321},$$

где $Pr = \mu/(\rho\alpha)$ — число Прандтля; $Re = \rho k_b T / (3\pi\mu^2 l)$ — число Рейнольдса; $d_f = 0,384$ нм, $d_p = 47$ нм — диаметры молекул жидкости и наночастиц соответственно; $k_b = 1,3807 \times 10^{-23}$ — константа Больцмана; $l = 0,17$ нм — длина свободного пробега частиц жидкости.

Число Рэлея $Ra = g\beta\Delta TH^3/(\alpha\nu)$ ($\nu = \mu/\rho$ — кинематическая вязкость) является одним из основных безразмерных параметров, характеризующих процесс естественной конвекции. Это число можно определить, используя свойства либо несущей жидкости, либо наножижкости. В настоящей работе при определении числа Рэлея используются характеристики наножижкости, так как они зависят от температуры: $Ra_{nf} = g\beta_{nf}\Delta TH^3/(\alpha_{nf}\nu_{nf})$. Поскольку в трехмерной задаче при увеличении угла наклона γ характерная длина изменяется, необходимо определять ее по формуле $h = H/\cos\gamma$. Поэтому в трехмерной задаче число Рэлея вычисляется по формуле

$$Ra_{nf,\gamma} = g\beta_{nf}\Delta TH^3/(\alpha_{nf}\nu_{nf}\cos^3\gamma), \quad (3)$$

локальное и среднее числа Нуссельта — по формулам

$$Nu = -\frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial\tau}{\partial n} \Big|_w, \quad Nu_{avg} = \frac{1}{L_w} \int_0^{L_w} Nu \, dl,$$

где $\tau = (T - T_c)/(T_H - T_c)$ — безразмерная температура; n — нормаль к твердой стенке; L_w — длина боковой стенки камеры. Как в двумерной, так и в трехмерной задаче задаются следующие граничные условия:

- на левой стенке $T = T_H$;
- на правой стенке $T = T_c$;
- на верхней и нижней стенках $\partial T/\partial n = 0$;

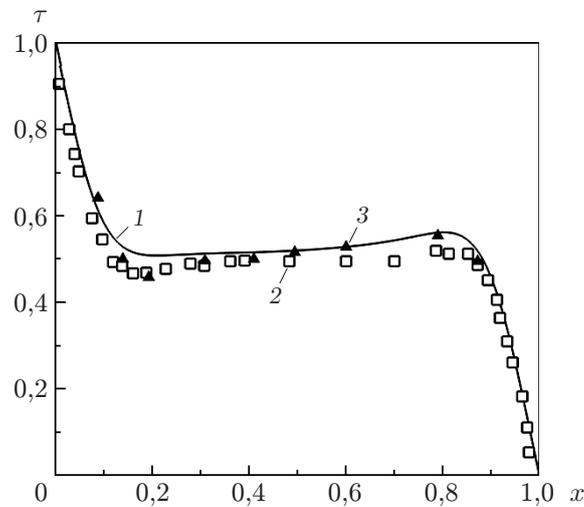


Рис. 2. Зависимость безразмерной температуры τ в среднем сечении камеры от безразмерной координаты x при $Ra = 10^5$, $Pr = 0,7$:

1 — данные настоящей работы, 2 — данные работы [9], 3 — данные работы [39]

— в нижнем левом углу $p = 0$;

— на всех стенках $u = v = w = 0$ (условие непротекания).

В трехмерной задаче должны выполняться условия $(u, v, w, T)_{rf} = (u, v, w, T)_{ff}$ (индекс rf соответствует задней поверхности, ff — передней).

2. Метод численного решения. Сформулированная краевая задача решалась численно с использованием метода конечных объемов. Для аппроксимации диффузионных членов в уравнении энергии и уравнениях движения использовались центральные разности второго порядка, для аппроксимации конвективных членов — разности вверх по потоку второго порядка. Для решения уравнений течения несжимаемой жидкости использовалась схема SIMPLER [37, 38]. Область численного решения разбивалась на четырехузловые элементы при решении двумерной задачи и восьмиузловые при решении трехмерной задачи.

3. Тестовые расчеты. Для того чтобы численные результаты не зависели от размера сетки, получены численные решения двумерной и трехмерной задач на сетках четырех размеров для камер с поперечным сечением трапециевидной формы. В табл. 2 приведены средние числа Нуссельта на нагретой стенке, вычисленные с использованием сеток различных размеров. Видно, что результаты, полученные на сетках размером 80×80 , 160×160 при решении двумерной задачи, и результаты, полученные на сетках размером $80 \times 80 \times 80$, $160 \times 160 \times 160$ при решении трехмерной задачи, практически совпадают. Поэтому в дальнейшем при решении двумерной задачи использовалась сетка размером 80×80 , при решении трехмерной задачи — сетка размером $80 \times 80 \times 80$. При апробации численного алгоритма также решалась задача о естественной конвекции в квадратной камере, заполненной чистой водой. Результаты решения сравнивались с экспериментальными данными [39] и с результатами численного решения [9]. На рис. 2 приведены соответствующие зависимости безразмерной температуры $\tau = (T - T_c)/(T_H - T_c)$ в среднем сечении камеры от безразмерной координаты x .

4. Результаты численных решений. В двумерных задачах исследовалось влияние на интенсивность теплового потока числа Рэлея Ra_{nf} , угла наклона боковых стенок камеры θ , объемной доли наночастиц φ , в трехмерных задачах — числа Рэлея $Ra_{nf,\gamma}$, угла наклона камеры γ и объемной доли наночастиц φ .

Таблица 2

Средние значения числа Нуссельта при различных значениях угла наклона боковых стенок

Размерность задачи	Число конечных элементов	Nu_{avg}		
		$\theta = 30^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 60^\circ$
Двумерная	20×20	5,60	4,92	3,80
	40×40	5,14	4,49	3,52
	80×80	5,03	4,36	3,44
	160×160	5,00	4,35	3,44
Трехмерная ($\gamma = 0^\circ$)	$20 \times 20 \times 20$	2,43	—	—
	$40 \times 40 \times 40$	2,71	—	—
	$80 \times 80 \times 80$	2,94	—	—
	$160 \times 160 \times 160$	2,96	—	—

4.1. *Двумерная задача.* Рассмотрим результаты численных решений двумерных и трехмерных задач.

На рис. 3 приведена зависимость среднего числа Нуссельта от числа Рэлея при различных значениях угла наклона боковых стенок камеры θ и объемной доли наночастиц φ в наножидкости. Видно, что при увеличении числа Рэлея среднее значение числа Нуссельта увеличивается при всех рассмотренных значениях θ и φ . Это объясняется тем, что при увеличении числа Рэлея увеличивается отношение скорости диффузии количества движения к скорости диффузии тепла, вследствие чего возрастает скорость циркуляции вблизи нагретой стенки. Вследствие этого уменьшается толщина теплового пограничного слоя, увеличиваются градиент температуры вблизи нагретой стенки и интенсивность теплового потока (число Нуссельта).

Зависимость среднего числа Нуссельта на левой стенке камеры от угла наклона боковых стенок камеры θ при различных значениях числа Рэлея и объемной доли наночастиц φ в наножидкости приведена на рис. 4. Видно, что при увеличении угла наклона θ коэффициент теплопередачи (число Нуссельта Nu) уменьшается. При $\theta = 0^\circ$ (камера с вертикальными стенками) нагретая жидкость при движении вверх остается вблизи нагретой стенки, поэтому толщина теплового пограничного слоя остается небольшой. При увеличении угла наклона стенок камеры θ нагретая жидкость быстро удаляется от горячей стенки и толщина теплового пограничного слоя увеличивается. Вследствие этого коэффициент теплопередачи (число Нуссельта) уменьшается.

На рис. 5 приведена зависимость среднего числа Нуссельта на левой стенке камеры от объемной доли наночастиц при различных значениях числа Рэлея Ra_{nf} и угла θ . При увеличении объемной доли наночастиц от 0 до 2 % число Нуссельта быстро уменьшается, при увеличении объемной доли наночастиц с 2 до 4 % — увеличивается, но с меньшей скоростью. Это можно объяснить следующим образом. При увеличении числа наночастиц увеличивается вязкость наножидкости, вследствие чего уменьшается циркуляция вблизи стенок камеры, что, в свою очередь, приводит к уменьшению интенсивности теплового потока. Однако при дальнейшем увеличении объемной доли наночастиц увеличение теплопроводности наножидкости может компенсировать уменьшение циркуляции. В результате число Нуссельта постепенно увеличивается.

4.2. *Трехмерная задача.* Исследуем естественную конвекцию в наклонной трехмерной камере, заполненной наножидкостью. Поперечное сечение камеры имеет форму трапеции. Правая стенка камеры является холодной, левая — нагретой. Нижняя и верхняя стенки теплоизолированы. На передней и задней стенках задаются условия периодичности. В качестве характерной длины выбирается величина $h = H / \cos \gamma$, число Рэлея вычисляется

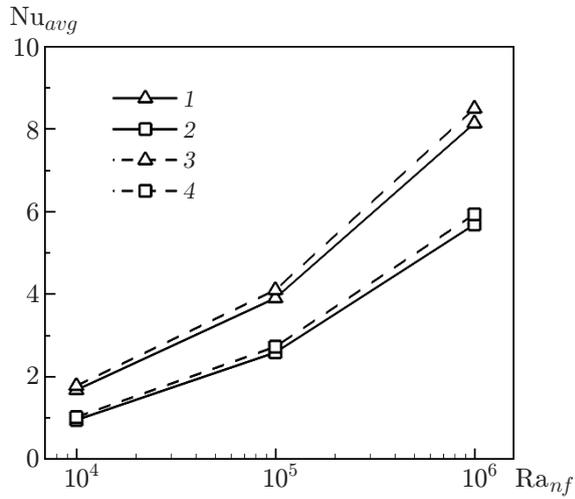


Рис. 3

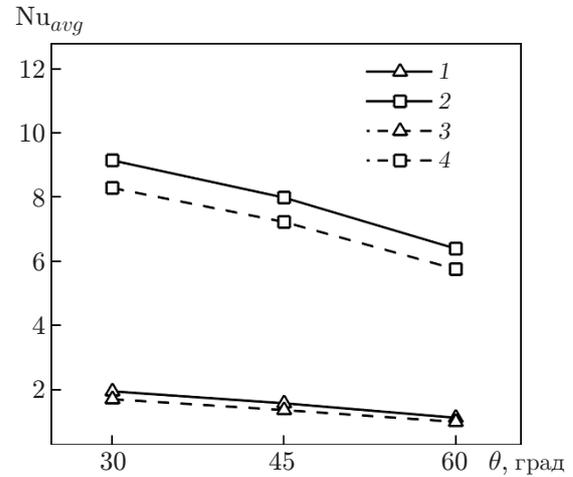


Рис. 4

Рис. 3. Зависимость среднего числа Нуссельта на левой стенке двумерной камеры от числа Рэлея при различных значениях угла наклона боковых стенок и объемной доли наночастиц:

1 — $\varphi = 2\%$, $\theta = 30^\circ$; 2 — $\varphi = 2\%$, $\theta = 60^\circ$; 3 — $\varphi = 4\%$, $\theta = 30^\circ$; 4 — $\varphi = 4\%$, $\theta = 60^\circ$

Рис. 4. Зависимость среднего числа Нуссельта на левой стенке двумерной камеры от угла θ при различных значениях числа Рэлея и объемной доли наночастиц:

1 — $\varphi = 1\%$, $Ra_{nf} = 10^4$; 2 — $\varphi = 3\%$, $Ra_{nf} = 10^4$; 3 — $\varphi = 1\%$, $Ra_{nf} = 10^6$; 4 — $\varphi = 3\%$, $Ra_{nf} = 10^6$

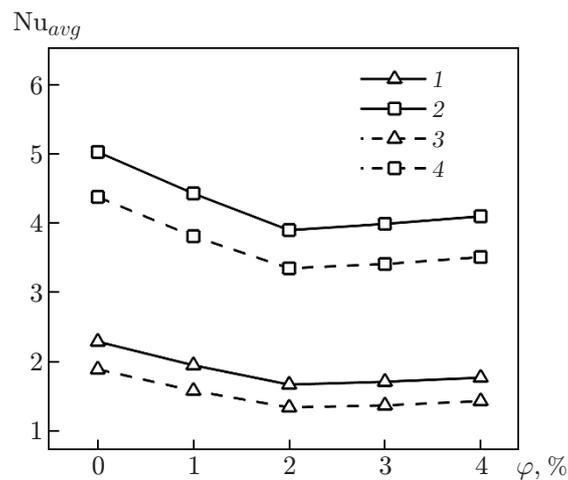


Рис. 5. Зависимость среднего числа Нуссельта на левой стенке двумерной камеры от объемной доли наночастиц в наножидкости при различных значениях числа Рэлея и угла наклона боковых стенок камеры:

1 — $\theta = 30^\circ$, $Ra_{nf} = 10^4$; 2 — $\theta = 30^\circ$, $Ra_{nf} = 10^5$; 3 — $\theta = 45^\circ$, $Ra_{nf} = 10^4$; 4 — $\theta = 45^\circ$, $Ra_{nf} = 10^5$

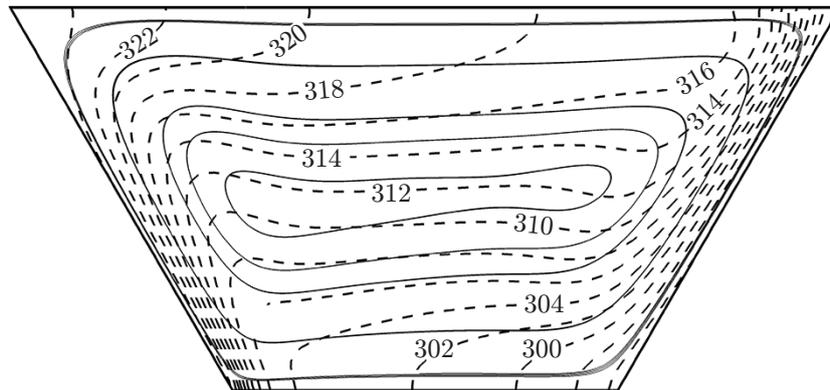


Рис. 6. Линии тока (сплошные линии) и изотермы (градусы Кельвина) (штриховые линии) в трехмерной камере с поперечным сечением трапециевидной формы при $Ra_{nf,\gamma} = 10^5$, $\gamma = 30^\circ$, $\varphi = 2\%$

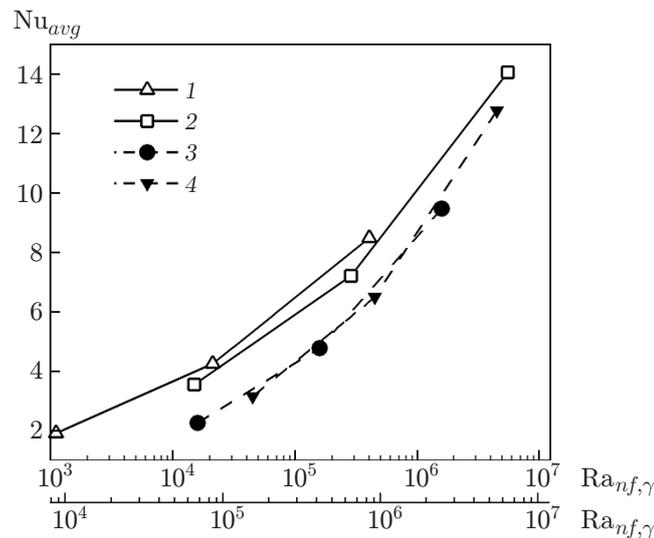


Рис. 7. Зависимость среднего числа Нуссельта на левой стенке трехмерной камеры от числа Рэлея (1, 2 — нижняя ось $Ra_{nf,\gamma}$, 3, 4 — верхняя ось $Ra_{nf,\gamma}$) при различных значениях угла наклона камеры и объемной доли наночастиц: 1 — $\varphi = 1\%$, $\gamma = 10^\circ$; 2 — $\varphi = 1\%$, $\gamma = 60^\circ$; 3 — $\varphi = 4\%$, $\gamma = 10^\circ$; 4 — $\varphi = 4\%$, $\gamma = 60^\circ$

по формуле $Ra_{nf,\gamma} = g\beta_{nf}\Delta TH^3/(\alpha_{nf}\nu_{nf}\cos^3\gamma)$. На рис. 6 приведены линии тока и изотермы при $Ra_{nf,\gamma} = 10^5$, $\gamma = 30^\circ$, $\varphi = 2\%$. Формы линий тока свидетельствуют о том, что внутри камеры происходит интенсивная циркуляция жидкости без образования малых вторичных вихрей в окрестности углов. Угол между изотермами (в градусах Кельвина) и горизонтальными стенками равен 90° , температура, соответствующая этим изотермам, равна температуре горизонтальных стенок. Это свидетельствует о корректности краевых условий.

На рис. 7 приведена зависимость среднего числа Нуссельта на левой стенке камеры от числа Рэлея $Ra_{nf,\gamma}$ при различных значениях угла наклона камеры γ и объемной доли наночастиц φ . С увеличением числа Рэлея среднее число Нуссельта на нагретой стенке увеличивается при различных значениях γ и φ . Объяснение такой зависимости приведено в подп. 4.1 для случая двумерной камеры.

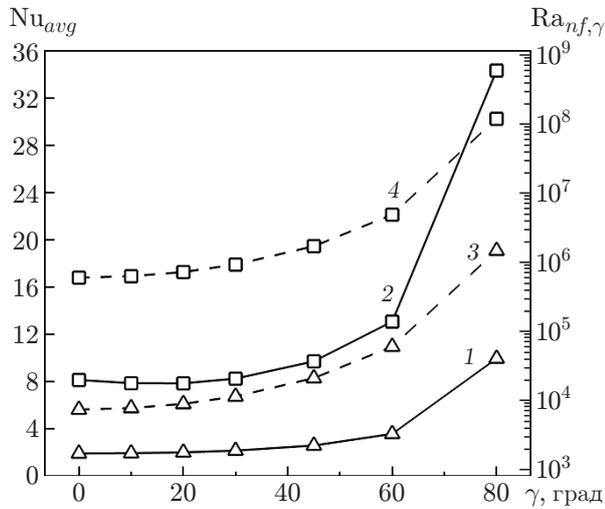


Рис. 8

Рис. 8. Зависимости среднего числа Нуссельта (1, 2) и числа Рэлея $Ra_{nf,\gamma}$ (3, 4) на левой стенке от угла наклона камеры при различных значениях числа Рэлея Ra_{nf} и объемной доли наночастиц:

1 — $Ra_{nf} = 10^4$, $\varphi = 1\%$; 2 — $Ra_{nf} = 10^4$, $\varphi = 4\%$; 3 — $Ra_{nf} = 10^6$, $\varphi = 1\%$; 4 — $Ra_{nf} = 10^6$, $\varphi = 4\%$

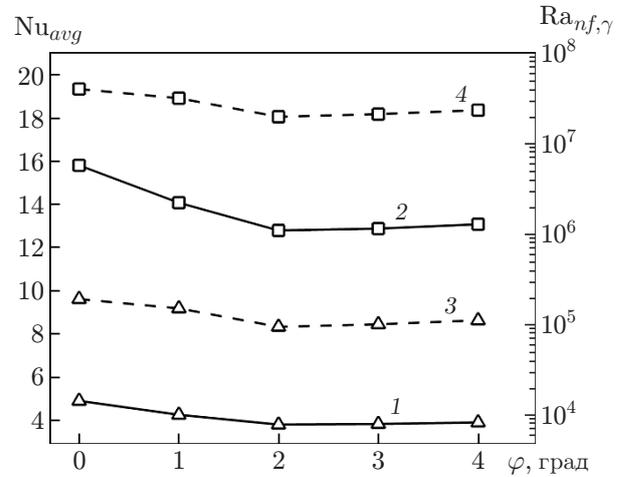


Рис. 9

Рис. 9. Зависимости среднего числа Нуссельта (1, 2) и числа Рэлея $Ra_{nf,\gamma}$ (3, 4) на левой стенке камеры от объемной доли наночастиц при различных значениях числа Рэлея Ra_{nf} и угла наклона камеры:

1 — $Ra_{nf} = 10^5$, $\gamma = 10^\circ$; 2 — $Ra_{nf} = 10^5$, $\gamma = 60^\circ$; 3 — $Ra_{nf} = 10^6$, $\gamma = 10^\circ$; 4 — $Ra_{nf} = 10^6$, $\gamma = 60^\circ$

На рис. 8 приведена зависимость среднего числа Нуссельта от угла наклона камеры γ при различных значениях числа Рэлея Ra_{nf} и объемной доли наночастиц φ . При увеличении угла наклона камеры происходит существенное увеличение интенсивности теплового потока (числа Нуссельта). При увеличении угла наклона γ увеличивается характерная длина трехмерной камеры $h = H/\cos\gamma$. Поэтому согласно уравнению (3) число Рэлея $Ra_{nf,\gamma}$ и толщина теплового пограничного слоя увеличиваются и, следовательно, увеличивается интенсивность теплового потока.

На рис. 9 приведена зависимость среднего числа Нуссельта от объемной доли наночастиц Al_2O_3 в наножидкости при различных значениях числа Рэлея и угла наклона камеры. При увеличении объемной доли наночастиц от 0 до 2 % число Нуссельта быстро уменьшается, при увеличении объемной доли наночастиц от 2 до 4 % — увеличивается, но с меньшей скоростью. Это можно объяснить следующим образом. При увеличении числа наночастиц увеличивается вязкость наножидкости, вследствие чего уменьшается циркуляция вблизи стенок камеры, что, в свою очередь, приводит к уменьшению интенсивности теплового потока. При дальнейшем увеличении объемной доли наночастиц увеличение теплопроводности наножидкости может компенсировать уменьшение циркуляции. В результате число Нуссельта начинает постепенно увеличиваться.

Заключение. В работе исследован теплоперенос при свободной конвекции в двумерных и трехмерных камерах с поперечным сечением трапециевидной формы. Краевая задача решена с использованием метода конечных объемов и SIMPLER-алгоритма. Исследована зависимость интенсивности теплового потока от объемной доли наночастиц, числа

Рэлея, угла наклона боковых стенок камеры. Показано, что в двумерных и трехмерных камерах интенсивность теплового потока увеличивается при увеличении числа Рэлея. При увеличении объемной доли наночастиц от 0 до 2 % число Нуссельта быстро уменьшается, при увеличении объемной доли наночастиц от 2 до 4 % — увеличивается, но с меньшей скоростью. С увеличением угла наклона боковых стенок двумерной камеры число Нуссельта уменьшается, трехмерной — увеличивается.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Karthik V., Sahoo S., Pabi S. K., Ghosh S.** On the phononic and electronic contribution to the enhanced thermal conductivity of water-based silver nanofluids // *Intern. J. Thermal Sci.* 2013. V. 64. P. 53–61.
2. **Wong K. V., De Leon O.** Applications of nanofluids: current and future // *Adv. Mech. Engng.* 2010. V. 2. 519659.
3. **Saidur R., Leong K. Y., Mohammad H. A.** A review on applications and challenges of nanofluids // *Renewable Sustainable Energy Rev.* 2011. V. 15, N 3. P. 1646–1668.
4. **Yadav D., Kim C., Lee J., Cho H. H.** Influence of magnetic field on the onset of nanofluid convection induced by purely internal heating // *Comput. Fluids.* 2015. V. 121. P. 26–36.
5. **Wen D., Ding Y.** Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2004. V. 47, N 24. P. 5181–5188.
6. **Aminossadati S. M., Ghasemi B.** Natural convection cooling of a localised heat source at the bottom of a nanofluid-filled enclosure // *Europ. J. Mech. B. Fluids.* 2009. V. 28, N 5. P. 630–640.
7. **Aminossadati S. M., Ghasemi B.** Enhanced natural convection in an isosceles triangular enclosure filled with a nanofluid // *Comput. Math. Appl.* 2011. V. 61, N 7. P. 1739–1753.
8. **Jou R. Y., Tzeng S. C.** Numerical research of nature convective heat transfer enhancement filled with nanofluids in rectangular enclosures // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer.* 2006. V. 33, N 6. P. 727–736.
9. **Khanafer K., Vafai K., Lightstone M.** Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2003. V. 46, N 19. P. 3639–3653.
10. **Saidi M., Karimi G.** Free convection cooling in modified L-shape enclosures using copper — water nanofluid // *Energy.* 2014. V. 70. P. 251–271.
11. **Sheikholeslami M., Gorji-Bandpay M., Ganji D. D.** Magnetic field effects on natural convection around a horizontal circular cylinder inside a square enclosure filled with nanofluid // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer.* 2012. V. 39, N 7. P. 978–986.
12. **Sebdani S. M., Mahmoodi M., Hashemi S. M.** Effect of nanofluid variable properties on mixed convection in a square cavity // *Intern. J. Thermal Sci.* 2012. V. 52. P. 112–126.
13. **Sheikholeslami M., Gorji-Bandpy M., Ganji D. D., et al.** Natural convection of nanofluids in an enclosure between a circular and a sinusoidal cylinder in the presence of magnetic field // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer.* 2012. V. 39, N 9. P. 1435–1443.
14. **Roslan R., Saleh H., Hashim I.** Effect of rotating cylinder on heat transfer in a square enclosure filled with nanofluids // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2012. V. 55, N 23. P. 7247–7256.
15. **Hussain S. H., Hussein A. K.** Mixed convection heat transfer in a differentially heated square enclosure with a conductive rotating circular cylinder at different vertical locations // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer.* 2011. V. 38, N 2. P. 263–274.
16. **Putra N., Roetzel W., Das S. K.** Natural convection of nano-fluids // *Heat Mass Transfer.* 2003. V. 39, N 8/9. P. 775–784.

17. **Öğüt E. B.** Natural convection of water-based nanofluids in an inclined enclosure with a heat source // *Intern. J. Thermal Sci.* 2009. V. 48, N 11. P. 2063–2073.
18. **Hu Y., He Y., Qi C., et al.** Experimental and numerical study of natural convection in a square enclosure filled with nanofluid // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2014. V. 78. P. 380–392.
19. **Hu Y., He Y., Wang S., et al.** Experimental and numerical investigation on natural convection heat transfer of TiO₂ — water nanofluids in a square enclosure // *J. Heat Transfer.* 2014. V. 136, N 2. 022502.
20. **Corcione M., Cianfrini M., Quintino A.** Enhanced natural convection heat transfer of nanofluids in enclosures with two adjacent walls heated and the two opposite walls cooled // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2015. V. 88. P. 902–913.
21. **Bouhaleb M., Abbassi H.** Natural convection of nanofluids in enclosures with low aspect ratios // *Intern. J. Hydrogen Energy.* 2014. V. 39, N 27. P. 15275–15286.
22. **Hasan M. N., Samiuzzaman K., Haque S. H., et al.** Mixed convection heat transfer inside a square cavity filled with Cu-water nanofluid // *Procedia Engng.* 2015. V. 105. P. 438–445.
23. **Saleh H., Roslan R., Hashim I.** Natural convection heat transfer in a nanofluid-filled trapezoidal enclosure // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2011. V. 54, N 1. P. 194–201.
24. **Esfe M. H., Arani A. A. A., Yan W. M., et al.** Natural convection in a trapezoidal enclosure filled with carbon nanotube — EG — water nanofluid // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2016. V. 92. P. 76–82.
25. **Sheremet M. A., Groşan T., Pop I.** Steady-state free convection in right-angle porous trapezoidal cavity filled by a nanofluid: Buongiorno's mathematical model // *Europ. J. Mech. B. Fluids.* 2015. V. 53. P. 241–250.
26. **Hasib M. H., Hossen M. S., Saha S.** Effect of tilt angle on pure mixed convection flow in trapezoidal cavities filled with water — Al₂O₃ nanofluid // *Procedia Engng.* 2015. V. 105. P. 388–397.
27. **Nasrin R., Parvin S.** Investigation of buoyancy-driven flow and heat transfer in a trapezoidal cavity filled with water — Cu nanofluid // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer.* 2012. V. 39, N 2. P. 270–274.
28. **Mahmoudi A. H., Pop I., Shahi M., Talebi F.** MHD natural convection and entropy generation in a trapezoidal enclosure using Cu — water nanofluid // *Comput. Fluids.* 2013. V. 72. P. 46–62.
29. **Abu-Nada E.** Effects of variable viscosity and thermal conductivity of Al₂O₃ — water nanofluid on heat transfer enhancement in natural convection // *Intern. J. Heat Fluid Flow.* 2009. V. 30, N 4. P. 679–690.
30. **Jang S. P., Choi S. U.** Effects of various parameters on nanofluid thermal conductivity // *J. Heat Transfer.* 2007. V. 129, N 5. P. 617–623.
31. **Arefmanesh A., Aghaei A., Ehteram H.** Mixed convection heat transfer in a CuO — water filled trapezoidal enclosure, effects of various constant and variable properties of the nanofluid // *Appl. Math. Modelling.* 2016. V. 40, N 2. P. 815–831.
32. **Abu-Nada E., Masoud Z., Oztop H. F., Campo A.** Effect of nanofluid variable properties on natural convection in enclosures // *Intern. J. Thermal Sci.* 2010. V. 49, N 3. P. 479–491.
33. **Nguyen C. T., Desgranges F., Roy G., et al.** Temperature and particle-size dependent viscosity data for water-based nanofluids — hysteresis phenomenon // *Intern. J. Heat Fluid Flow.* 2007. V. 28, N 6. P. 1492–1506.
34. **Yu W., Choi S. U. S.** The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: a renovated Maxwell model // *J. Nanoparticle Res.* 2003. V. 5, N 1/2. P. 167–171.

35. **Xue Q. Z.** Model for effective thermal conductivity of nanofluids // Phys. Lett. A. 2003. V. 307, N 5. P. 313–317.
36. **Chon C. H., Kihm K. D., Lee S. P., Choi S. U.** Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid (Al_2O_3) thermal conductivity enhancement // Appl. Phys. Lett. 2005. V. 87, N 15. 3107.
37. **Patankar S. V.** Numerical heat transfer and fluid flow. N. Y.: Hemisphere Publ. Corp.: Taylor and Francis Group, 1980.
38. **Versteeg H. K.** An introduction to computational fluid dynamic: The finite volume method / H. K. Versteeg, W. Malalasekera. N. Y.: John Wiley, 1995.
39. **Krane R. J., Jessee J.** Some detailed field measurements for a natural convection flow in a vertical square enclosure // Proc. 1st ASME-JSME thermal engng joint conf. S. 1., 1983. V. 1. P. 323–329.

*Поступила в редакцию 20/II 2017 г.,
в окончательном варианте — 28/IV 2017 г.*
