

УДК 533.6.011.55:533.16

ОБТЕКАНИЕ ОХЛАЖДАЕМОГО СФЕРИЧЕСКОГО ЗАТУПЛЕНИЯ  
СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОГО ГАЗА

Ю. П. Головачев, Ф. Д. Попов

(Ленинград)

Исследовано сверхзвуковое обтекание сферического затупления на основе уравнений, полученных из полных уравнений Навье — Стокса без учета членов, имеющих во всем ударном слое порядок  $O(R^{-1/2})$ ,  $O(R^{-1})$  и т. д. ( $R$  — число Рейнольдса). Используемые уравнения применимы при любых значениях отношения плотностей на ударной волне, которая в данной работе считается поверхностью разрыва. Сравнение результатов расчетов с известными решениями полных уравнений Навье — Стокса, с результатами, полученными по теории невязкого обтекания и пограничного слоя, а также с экспериментальными данными показало, что принятая постановка задачи справедлива при числах Рейнольдса  $R_\infty \geqslant 10^2$ . В диапазоне  $10^2 \leqslant R_\infty \leqslant 10^5$  исследовано изменение аэродинамических характеристик охлаждаемого затупления и параметров ударного слоя в зависимости от числа Рейнольдса и температурного фактора при умеренных сверхзвуковых скоростях набегающего потока.

1. При оценке членов полных уравнений Навье — Стокса предполагается, что толщина пристеночной области, в которой вязкость и теплопроводность газа играют существенную роль, а также величина нормальной к поверхности тела составляющей скорости в этой области имеют порядок  $O(R^{-1/2})$ . Учитывая только члены, имеющие в какой-либо части ударного слоя порядок  $O(1)$ , получим систему уравнений, включающую в себя полностью члены уравнений невязкого течения и уравнений пограничного слоя. В сферических координатах для осесимметричного нестационарного случая эта система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} &= \frac{2}{\rho} \left[ \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu}{R} \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{RP} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} &= - \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{\rho R} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (4.1) \\ \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{p}{r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \theta} + 2u + v \operatorname{ctg} \theta \right) &= 0 \\ h = h(\rho, T), \quad p = p(\rho, T), \quad \mu = \mu(T), \quad \lambda = \lambda(T) \end{aligned}$$

Здесь компоненты скорости  $u$ ,  $v$  (соответственно вдоль осей  $r$ ,  $\theta$ ) отнесены к максимальной скорости  $V$ , плотность  $\rho$  — к плотности в набегающем потоке  $\rho_\infty$ , давление  $p$  — к  $\rho_\infty V^2$ , температура  $T$  — к  $m_\infty V^2 / R^*$  ( $m_\infty$  — молекулярный вес газа в набегающем потоке,  $R^*$  — универсальная газовая постоянная), удельная энталпия  $h$  — к  $\frac{1}{2} V^2$ , линейные размеры — к радиусу затупления  $a$ , время  $t$  — к  $a / V$ , коэффициент вязкости  $\mu$  и коэффициент теплопроводности  $\lambda$  — к соответствующим значениям  $\mu^*$  и  $\lambda^*$ , вычисленным при температуре  $T = m_\infty V^2 / R^*$ . Чис-

ла Рейнольдса и Прандтля определены следующим образом:

$$R = \frac{V_{\infty} a}{\mu^*}, \quad P = \frac{\mu^* R^*}{\lambda^* m_{\infty}}$$

Уравнения (1.1) решаются в области, ограниченной поверхностью тела, осью симметрии  $\theta = 0$ , ударной волной, которая считается поверхностью разрыва, и некоторым лучом  $\theta^* > 0$ . Границные условия задачи формулируются следующим образом. На поверхности тела ставятся обычные условия непроницаемости и прилипания для составляющих скорости и условие для температуры  $T = T_w = \text{const}$ , на оси  $\theta = 0$  — условия симметрии, на ударной волне используются нестационарные соотношения Ренкина — Гюгонио [1]. На крайнем луче  $\theta = \theta^*$  никаких дополнительных условий не ставится, поскольку в работе [2] показано, что при достаточно большом  $\theta^*$  обратное влияние потока на течение в рассматриваемой области мало. В большинстве расчетов принималось  $\theta^* = 90^\circ$ .

2. Для решения задачи удобно ввести новые независимые пространственные переменные  $x, y$

$$x = \frac{\ln(1 + H\xi)}{\ln(1 + H)}, \quad y = \theta \quad \left( \xi = \frac{r - G(\theta)}{F(\theta, t) - G(\theta)}, \quad H > 0 \right) \quad (2.1)$$

где  $r = G(\theta)$  и  $r = F(\theta, t)$  — уравнения контура тела и ударной волны. В переменных (2.1) рассматриваемая область течения становится прямоугольной, а линии  $\xi = \text{const}$  сгущаются к поверхности тела с увеличением параметра  $H$ . В матричной форме исходная система уравнений (1.1) записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial x^2} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial x} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial y} + \mathbf{D} = 0 \\ \mathbf{e} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} + \mathbf{b} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial x} + \mathbf{c} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial y} + \mathbf{d} = 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

где  $\mathbf{X} = \{T v u \rho\}'$  — вектор-столбец искомых функций, а прямоугольные матрицы  $\mathbf{E}, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{e}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}$  определяются через коэффициенты системы уравнений (1.1).

В области  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \theta^*, t \geq 0$  вводится расчетная сетка с координатами узлов

$$\begin{aligned} x_i = ih \quad (h = 1/M, \quad i = 0, 1, \dots, M), \quad y_j = jl \quad (l = \theta^*/N, \quad j = 0, 1, \dots, N) \\ t^n = n\Delta t \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Система дифференциальных уравнений (2.2) заменяется системой разностных уравнений с использованием неявной (с весом  $\alpha$ ) схемы, имеющей второй порядок аппроксимации по пространственным переменным. Коэффициенты системы записываются во «взвешенной» между слоями  $n$  и  $(n+1)$  точке. Краевая задача для полученной таким образом нелинейной системы разностных уравнений решается методом последовательных приближений, подобным предложенному в [1] для расчета течений невязкого газа. Для определения вектора неизвестных функций на слое  $(n+1)$  в  $(s+1)$  итерации по известным данным на слое  $n$  коэффициенты системы, а также производные по  $y$  считаются известными из предыдущей  $s$  итерации.

Тогда полная система разностных уравнений распадается на независимые подсистемы вида (2.4), (2.5) для неизвестных на отдельных лучах

$$y = y_j$$

$$\mathbf{P}_i^{n+(\alpha s)} \mathbf{X}_{i+1}^{n+(s+1)} + \mathbf{R}_i^{n+(\alpha s)} \mathbf{X}_i^{n+(s+1)} + \mathbf{Q}_i^{n+(\alpha s)} \mathbf{X}_{i-1}^{n+(s+1)} + \Phi_i^{n+(\alpha s)} = 0 \quad (2.4)$$

(i = 1, 2, ..., M - 1)

$$\mathbf{r}_{i-1/2}^{n+(\alpha s)} \mathbf{X}_i^{n+(s+1)} + \mathbf{q}_{i-1/2}^{n+(\alpha s)} \mathbf{X}_{i-1}^{n+(s+1)} + \Psi_{i-1/2}^{n+(\alpha s)} = 0 \quad (i=1,2,\dots,M) \quad (2.5)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_i &= \kappa (2/h\mathbf{A} + \mathbf{B})_i, \quad \mathbf{R}_i = 4(\mathbf{E} - \kappa/h\mathbf{A}_i), \quad \mathbf{Q}_i = \kappa (2/h\mathbf{A} - \mathbf{B})_i \\ \Phi_i &= \frac{1-\alpha}{\alpha} \mathbf{P}_i \mathbf{X}_{i+1}^n + \frac{1}{\alpha} [-4\mathbf{E} + (1-\alpha)\mathbf{R}_i] \mathbf{X}_i^n + \\ &\quad + \frac{1-\alpha}{\alpha} \mathbf{Q}_i \mathbf{X}_{i-1}^n + 4\Delta t \left( \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial y} + \mathbf{D} \right)_i \\ \mathbf{r}_{i-1/2} &= \mathbf{e} + \kappa \mathbf{b}_{i-1/2}, \quad \mathbf{q}_{i-1/2} = \mathbf{e} - \kappa \mathbf{b}_{i-1/2} \quad \left( \kappa = \frac{2\Delta t \alpha}{h} \right) \\ \Psi_{i-1/2} &= \frac{1}{\alpha} [-\mathbf{e} + (1-\alpha)\mathbf{r}_{i-1/2}] \mathbf{X}_i^n + \\ &\quad + \frac{1}{\alpha} [-\mathbf{e} + (1-\alpha)\mathbf{q}_{i-1/2}] \mathbf{X}_{i-1}^n + 2\Delta t \left( \mathbf{c} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial y} + \mathbf{d} \right)_{i-1/2} \end{aligned}$$

(верхний индекс  $n + (\alpha s)$  для краткости опущен).

Вдоль каждого луча система уравнений (2.4), (2.5) решается методом прогонки. Используя граничные условия на теле для температуры и составляющей скорости  $v$ , а также оба уравнения первого порядка (2.5) при  $i = 1$ , получим

$$\mathbf{X}_0 + \Omega_1 \mathbf{X}_1 + \Pi_1 = 0 \quad (2.6)$$

где

$$\Omega_1 = \begin{Bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{q}_{1/2} \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{r}_{1/2} \end{Bmatrix}, \quad \Pi_1 = \begin{Bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{q}_{1/2} \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -T_w \\ 0 \\ \Psi_{1/2} \end{Bmatrix}$$

Найдем для всех  $i = 1, 2, \dots, M$  соотношение

$$\mathbf{X}_{i-1} + \Omega_i \mathbf{X}_i + \Pi_i = 0 \quad (2.7)$$

Для этого из разностных уравнений второго порядка (2.4) исключим с помощью (2.7) вектор  $\mathbf{X}_{i-1}$ . Присоединяя к полученной системе уравнения первого порядка (2.5), найдем рекуррентные формулы для определения коэффициентов  $\Omega_i$ ,  $\Pi_i$

$$\Omega_{i+1} = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_i - \mathbf{Q}_i \Omega_i \\ \mathbf{q}_{i+1/2} \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_i \\ \mathbf{r}_{i+1/2} \end{Bmatrix}, \quad \Pi_{i+1} = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_i - \mathbf{Q}_i \Omega_i \\ \mathbf{q}_{i+1/2} \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \Phi_i - \mathbf{Q}_i \Pi_i \\ \Psi_{i+1/2} \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

Не использовавшееся пока граничное условие на теле для нормальной составляющей скорости  $u$  запишем в виде

$$\omega_0 \mathbf{X}_0 + \pi_0 = 0 \quad (\omega_0 = \{0010\}, \quad \pi_0 = 0) \quad (2.9)$$

и будем искать соотношение вида (2.9) для всех  $i = 0, 1, \dots, M$ . Используя (2.7), легко получить

$$\omega_{i+1} = \beta \omega_i \Omega_{i+1}, \quad \pi_{i+1} = \beta (\omega_i \Pi_{i+1} - \pi_i) \quad (2.10)$$

где  $\beta$  — нормирующий множитель, в качестве которого выбиралась величина, обратная длине строки  $\omega_i \Omega_{i+1}$ . Выполнив прямую прогонку, т. е. вычислив все коэффициенты  $\Omega_i$ ,  $\Pi_i$ , с помощью (2.9), (2.10) получим на

ударной волне соотношение

$$\omega_M X_M + \pi_M = 0 \quad (2.11)$$

Присоединяя (2.11) к нестационарным соотношениям Ренкина — Гюгонио и решая полученную нелинейную систему пяти уравнений, определим вектор искомых функций на ударной волне и величину  $F_t'$ , через которую определяется отход ударной волны. Обратная прогонка осуществляется с помощью соотношения (2.7), в котором третье уравнение заменяется прогоночным соотношением

$$\omega_i X_i + \pi_i = 0 \quad (2.12)$$

На оси симметрии ( $y = 0$ ) после устранения особенности системы разностных уравнений для  $\mathbf{X} = \{T_{i0}\}'$  решается аналогично. На последнем луче ( $y = \theta^*$ ) производные по  $y$  вычисляются с помощью несимметричных разностных аппроксимаций второго порядка.

Решение задачи считается законченным, если, начиная с некоторого момента времени, относительные изменения всех функций в любом узле сетки для двух временных слоев убывают, и максимальное из них оказывается меньше, чем  $\Delta t \cdot 10^{-3}$ .

3. Расчеты проведены для случая обтекания сферы совершенным газом с отношением удельных теплоемкостей  $\gamma = 1.4$  при числах Рейнольдса  $10^2 \leq R_\infty \leq 10^5$ . Значение температурного фактора  $k = T_w / T_0$  ( $T_0$  — температура торможения) варьировалось в пределах от 0.14 до 0.7. Предполагалось, что коэффициент динамической вязкости зависит от температуры по степенному закону с показателем  $\omega$ . В большинстве расчетов принималось  $\omega = 0.5$ , число Прандтля  $P_\infty = 0.7$ . Для удобства сравнения полученных результатов с имеющимися в литературе данными кроме  $R_\infty = V_\infty \rho_\infty a / \mu_\infty$  используются также величины

$$R_s = \frac{V_s \rho_s a}{\mu_s} = R_\infty \left[ 1 + \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2 M_\infty^2} (M_\infty^2 - 1)(1 + \gamma M_\infty^2) \right]^{-\omega},$$

$$R_w = \frac{2V_\infty \rho_\infty a}{\mu_w} = 2R_\infty (T_\infty / T_w)^\omega \quad (3.1)$$

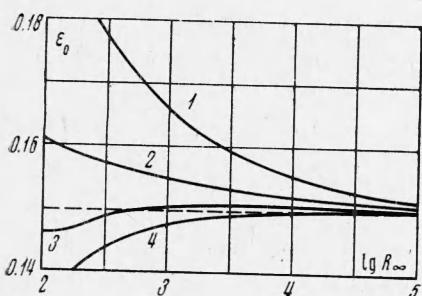
где индексом  $s$  отмечены значения параметров газа на оси симметрии сразу за ударной волной.

Обсуждаемые ниже результаты ( $M_\infty = 6$ ) получены при следующих значениях параметров расчетной сетки:  $M = 25$ ,  $N = 10$ ,  $H = 100$ . Контрольные расчеты показали, что при этом обеспечивается точность в пределах 1% по всему полю газодинамических функций, отходу ударной волны, тепловому потоку и коэффициенту трения.

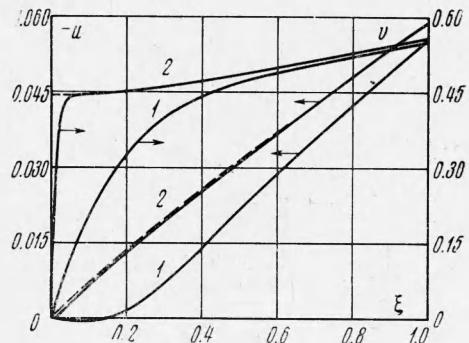
На фиг. 1 представлено изменение отхода ударной волны на оси симметрии  $\epsilon_0$  в зависимости от числа Рейнольдса  $R_\infty$ . Кривые 1, 2, 3, 4 получены при следующих значениях температурного фактора  $k = 0.7, 0.35, 0.21, 0.14$ . Пунктирная линия соответствует значению  $\epsilon_0$ , полученному из расчета обтекания сферы невязким газом ( $M = 25$ ,  $N = 10$ , равномерный шаг по координате  $\xi$ ). Видно, что температурный фактор в значительной мере определяет не только величину отхода ударной волны, но и характер зависимости  $\epsilon_0$  от числа Рейнольдса.

На фиг. 2, 3 приведены профили газодинамических функций в ударном слое на луче  $\theta = 45^\circ$  при  $k = 0.35$  для  $R_\infty = 355$  (кривые 1) и 71 000 (кривые 2). Пунктирные кривые — результаты расчета невязкого обтекания. На ударной волне ( $\xi = 1$ ) значения газодинамических функций отличаются незначительно. Это указывает на слабое изменение формы

ударной волны при изменении числа Рейнольдса. Влияние вязкости и теплопроводности газа проявляется в пристеночной области, размер которой уменьшается с увеличением числа Рейнольдса. При больших  $\theta$  с увеличением  $R_\infty$  поведение температуры и плотности в пристеночной области становится существенно немонотонным.

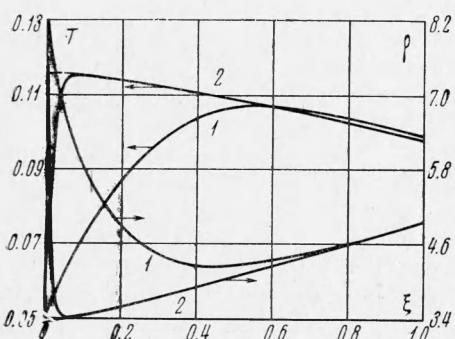


Фиг. 1

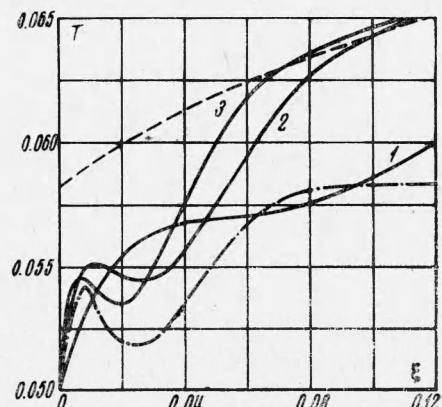


Фиг. 2

На фиг. 4,5 приведены профили  $T$  и  $\rho$  в этой области при  $\theta = 90^\circ$  ( $k = 0.35$ ) для различных чисел  $R_\infty$ : 1 — 3550, 2 — 35 500, 3 — 71 000. В этих расчетах принималось  $\theta^* = 100^\circ$ . Пунктирные кривые — профили  $T$  и  $\rho$  при невязком обтекании, а штрих-пунктирные — результаты проведенного расчета пограничного слоя для  $R_\infty = 71 000$ . Расчет пограничного слоя выполнен с помощью двухслойной неявной шеститочечной схемы [3] с использованием на внешней границе данных, полученных из



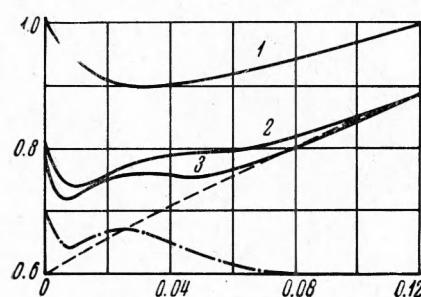
Фиг. 3



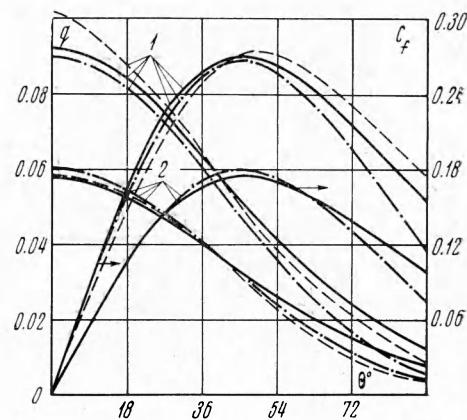
Фиг. 4

решения задачи невязкого обтекания. Как видно из фиг. 4, 5, при больших числах Рейнольдса вблизи поверхности тела имеются максимум температуры и минимум плотности, которые с увеличением  $R_\infty$  становятся более выраженным и смещаются к телу. Отметим, что для невязкого газа температура и плотность вблизи поверхности изменяются монотонно (пунктирные кривые). При  $\xi \geq 0.1$  профили  $T$  и  $\rho$  для  $R_\infty = 35 500$  и 71 000 практически совпадают с результатами расчета невязкого течения. При этих же значениях координаты  $\xi$  происходит выход на асимптоту пограничного решения, однако в силу поставленных граничных усло-

вий асимптотические значения температуры и плотности при  $\xi \geq 0.1$  отличаются от истинных значений  $T$  и  $\rho$ , найденных из расчета вязкого ударного слоя. Погранслойное решение дает немонотонные профили температуры и плотности вблизи поверхности так же, как и расчет вязкого ударного слоя при больших числах Рейнольдса.



Фиг. 5



Фиг. 6

Перейдем к обсуждению результатов, относящихся к теплообмену и трению на поверхности тела. Безразмерный тепловой поток  $q$  и коэффициент трения  $C_f$  определялись по формулам

$$q = \frac{1}{\rho_\infty V^3} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)'_w, \quad C_f = \frac{2}{\rho_\infty V^2} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right)'_w \quad (3.2)$$

где штрихом отмечены размерные величины. На фиг. 6 для  $\omega = 3/4$ ,  $P_\infty = 0.72$ ,  $k = 0.527$  сравниваются результаты проведенного в работе расчета (сплошные кривые) с результатами решения полных уравнений Навье — Стокса [2] (пунктирные кривые) и с результатами расчета пограничного слоя (штрих-пунктирные кривые).

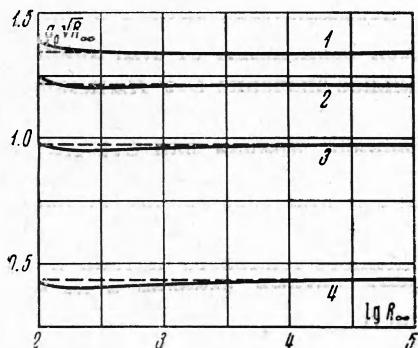
Заметим, что в работе [2] за внешнюю границу области течения принимался не скачок уплотнения, а поверхность, расположенная целиком в невозмущенном набегающем потоке. Кривые 1 соответствуют  $R_\infty = 90$ , кривые 2 —  $R_\infty = 200$ . Интересно отметить, что при  $\theta \lesssim 60^\circ$  результаты настоящей работы так же, как и результаты [2], незначительно отличаются от вычисленных по классической теории пограничного слоя с использованием на его внешней границе данных, полученных на поверхности тела из расчета невязкого течения. При больших  $\theta$  расхождение становится больше. Оно увеличивается также с уменьшением числа Рейнольдса.

На фиг. 7 представлена зависимость величины  $q_0 V \bar{R}_\infty$  от числа Рейнольдса ( $q_0$  — безразмерный тепловой поток в критической точке). Цифрами 1, 2, 3, 4 отмечены результаты для  $k = 0.14, 0.21, 0.35$  и  $0.7$ . Пунктирными линиями показаны соответствующие значения, полученные из решения уравнений пограничного слоя. Видно, что с увеличением температуры поверхности отличие  $q_0 V \bar{R}_\infty$  от погранслойного значения наступает при больших числах Рейнольдса.

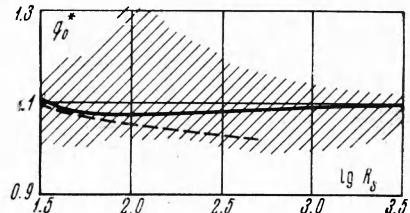
При малых  $R_\infty$  для всех значений температурного фактора полученная зависимость соответствует известной тенденции к увеличению  $q_0$  с уменьшением  $R_\infty$ . При этом для  $k = 0.14$  величина  $q_0 V \bar{R}_\infty$  остается все

время выше своего погранслойного значения, а для других  $k$  проходит через минимум, в котором ее значение тем меньше погранслойного, чем больше  $k$ . Сравнение теплового потока в критическую точку с экспериментальными данными приведено на фиг. 8. Здесь  $q_0^*$  — тепловой поток, отнесенный к рассчитанному по формуле Фэя—Ридделла [4] в предположении

$$L = 1, K = (\rho_w u_w / \rho_s u_s)_{0.1} = 1$$



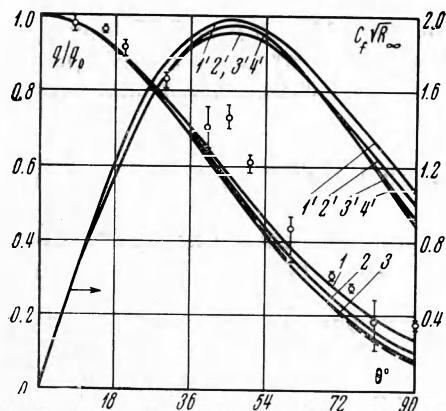
Фиг. 7



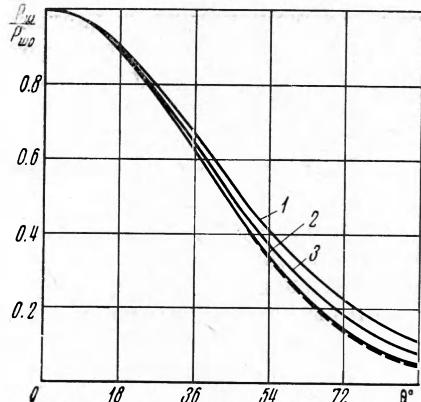
Фиг. 8

где  $L$  — число Льюиса. Сплошная кривая — результаты настоящей работы ( $k = 0.35$ ), пунктирная — получена по формуле

$$q_0^* = 1 + 0.52 / \sqrt{R_s} \quad (3.3)$$



Фиг. 9



Фиг. 10

предложенной в [5] на основании обработки экспериментальных данных ( $M_\infty = 6$ ,  $\gamma = 1.4$ ,  $k = 0.33$ ,  $20 \leq R_s \leq 500$ ). Расхождение результатов находится в пределах указанной авторами [5] погрешности эксперимента (7%). Заштрихованная область — данные экспериментов, приведенные в [6]. При больших числах Рейнольдса отличие  $q_0^*$  от единицы объясняется отчасти тем, что при использовании формулы Фэя — Ридделла предполагалось  $K = 1$ , в то время как в рассматриваемых условиях  $K = 1.064$ .

На фиг. 9 показано распределение по поверхности сферы приведенного теплового потока и величины  $C_f \sqrt{R_\infty}$  для  $k = 0.35$ . Кривые 1, 2, 3 соответствуют  $R_\infty = 177.5$ , 3550 и 71 000, а кривые 1', 2', 3', 4' —  $R_\infty = 100$ , 355, 3550 и 71 000. Видно, что распределение  $q / q_0$  зависит от числа Рейнольдса и с увеличением его стремится к погранслойному (пунктирная

кривая). Существенное различие кривых  $q / q_0(\theta)$  по числу Рейнольдса имеет место при больших  $\theta$ , где тепловой поток мал. Поэтому в экспериментах [5], данные которых с указанием разброса показаны кружками, не было обнаружено зависимости распределения приведенного теплового потока от числа Рейнольдса. Распределение коэффициента трения также оказывается зависящим от  $R_\infty$ , причем максимальное значение  $C_f \sqrt{R_\infty}$  немонотонно изменяется с изменением  $R_\infty$ . Погранслойная кривая для  $C_f \sqrt{R_\infty}$  совпадает с кривой 4'. Расчеты показали также, что при всех числах Рейнольдса распределения по поверхности сферы приведенного теплового потока и коэффициента трения зависят и от температурного фактора.

Распределение давления, отнесенного к давлению в критической точке, приведено на фиг. 10. Кривые 1 и 2 соответствуют  $R_\infty = 177.5$  и 35 500 при  $k = 0.7$ , а кривая 3 —  $R_\infty = 177.5$  при  $k = 0.14$ . Пунктирная кривая построена по результатам расчета невязкого течения. Видно, что вязкость и теплопроводность газа приводят к увеличению приведенного давления. С ростом  $R_\infty$  кривые  $p_w / p_{w0}(\theta)$  приближаются к распределению давления для невязкого газа. При фиксированном значении числа Рейнольдса (кривые 1 и 3) распределение приведенного давления тем меньше отличается от случая невязкого газа, чем ниже температура поверхности. На фиг. 11 для  $k = 0.35$  приведена зависимость коэффициента сопротивления сферы от числа Рейнольдса  $R_w$ . Безразмерный коэффициент сопротивления  $C_d^*$  определялся как отношение величины

$$C_d = 4 \frac{2(\gamma - 1)^{-1} + M_\infty^{-2}}{M_\infty^{-2}} \int_0^{0^*} (p_w \cos \theta + 1/2 C_f \sin \theta) \sin \theta d\theta \quad (3.4)$$

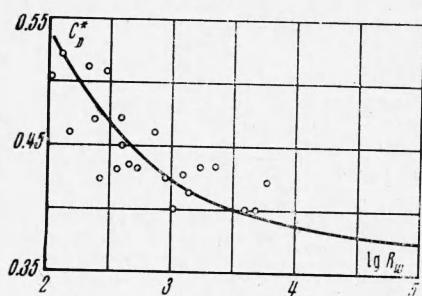
к значению коэффициента сопротивления при свободно-молекулярном обтекании для случая чисто диффузного отражения [7]. Кружками показаны экспериментальные данные [6].

Авторы благодарны Ю. П. Лунькину за полезные обсуждения работы.

Поступила 17 IV 1972

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Любимов А. Н., Русланов В. В. Течения газа около тупых тел, ч. 1, 2, М., «Наука», 1970.
2. Павлов Б. М. Расчет сверхзвукового обтекания охлаждаемой сферы на основе полных уравнений Навье — Стокса. В сб. «Вычислительные методы и программирование», вып. 15, М., Изд-во МГУ, 1970, стр. 19—30.
3. Шенинков В. В. Расчет ламинарного пограничного слоя вдоль образующей сублимирующего тела вращения. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1965, т. 5, № 1.
4. Фей Д., Ридделл Ф. Теоретический анализ теплообмена в передней критической точке, омываемой диссоциированным воздухом. В сб. «Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций», М., Изд-во иностр. лит., 1962, стр. 190—224.
5. Hickman R. S., Giedt W. H. Heat transfer to a hemisphere-cylinder at low Reynolds number. AIAA Journal, 1963, vol. 1, No. 3. (Рус. перев.: Теплоотдача к цилиндрам со сферическим носком при низких значениях чисел Рейнольдса. Ракетная техника и космонавтика, 1963, т. 1, № 3.)
6. Pottier J. L. The transitional rarefied flow regime. Rarefied gas dynamics (ed. by Brundin C. L.), New York — London, Acad. Press, 1967, vol. 2.
7. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1962.



Фиг. 11