

РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

УДК 539.375

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ МАЯТНИКОВЫХ ВОЛН, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ВЗРЫВЕ ЗАГЛУБЛЕННОГО ШНУРОВОГО ЗАРЯДА В БЛОЧНОМ ПОРОДНОМ МАССИВЕ

Н. И. Александрова

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: nialex@misd.ru,
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Численно исследуется распространение маятниковых волн в блочной среде при нестационарном воздействии на поверхность взрывной полости заглубленного шнуrowого заряда. Среда моделируется двумерной решеткой масс, соединенных упругими пружинами в осевых и диагональных направлениях. Конечно-разностным методом рассчитаны перемещения масс и их скорости в различных точках полупространства.

Заглубленная полость, блочная среда, полупространство, волновое движение, волна Рэлея, численное моделирование

DOI: 10.15372/FTPRPI20170504

Выяснение различных вопросов нестационарного деформирования неоднородных сред необходимо для создания моделей и методов расчета и обоснования оценок возможных разрушений подземных и наземных сооружений при воздействии сейсмических волн, вызванных землетрясениями, подземными взрывами, вибровоздействием.

Исследования последних лет свидетельствуют о необходимости учета в математических моделях, предназначенных для геомеханики и сейсмоки, блочного строения горных пород [1, 2]. При этом горный массив рассматривают как систему вложенных блоков разных масштабных уровней, соединенных прослойками, состоящими из более слабых трещиноватых пород. Динамическое поведение блочной среды может быть приближенно описано как движение жестких блоков за счет податливости прослоек между ними [2]. Расчетной моделью в этом случае может служить решетка масс, соединенных друг с другом пружинами и демпферами. Двумерные варианты такой модели использовались в [3–6], трехмерные — в [6, 7].

В данной работе в рамках двумерной модели получено конечно-разностное решение задачи о динамическом воздействии на поверхность взрывной полости заглубленного шнуrowого заряда, расположенного в блочной среде.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследуется действие нагрузки типа “центр расширения” на поверхность цилиндрической полости, находящейся в блочном полупространстве. Задача решается в плоской постановке. Образующие полости параллельны свободной от напряжений поверхности полупространства. Блочная среда моделируется однородной двумерной решеткой масс, соединенных пружинами в осевых и диагональных направлениях (рис. 1). Здесь x, y — горизонтальная и вертикальная оси; n, m — номера масс в направлениях осей x, y . Свободной поверхности соответствует значение $m = 0$, полупространству — $m < 0$. Полость внутри полупространства моделируется как зона, где связи отсутствуют. Центр симметрии полости находится в точке O на глубине $h + l/2$ (l — длина пружин в направлениях осей x, y). Ось y является осью симметрии задачи. Силы, одинаковые по амплитуде, но разные по направлению, приложены в четырех точках на поверхности полости. Зависимость нагрузки от времени описывается формулой $Q(t) = Q_0 H(t) \sqrt{2}$, где $H(t)$ — функция Хевисайда; Q_0 — амплитуда нагрузки.

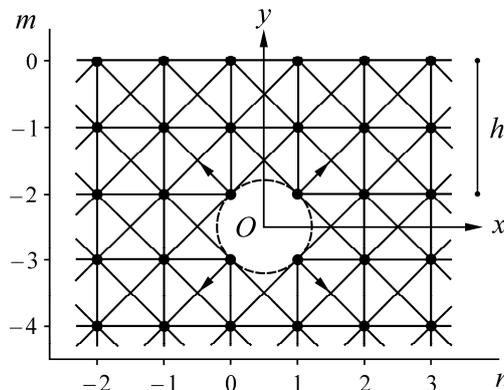


Рис. 1. Постановка задачи

Движение блочной среды внутри полупространства представляется следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}
 M\ddot{u}_{n,m} &= k_1(u_{n+1,m} - 2u_{n,m} + u_{n-1,m}) + k_2(u_{n+1,m+1} + u_{n-1,m-1} + u_{n+1,m-1} + \\
 &+ u_{n-1,m+1} - 4u_{n,m})/2 + k_2(v_{n+1,m+1} + v_{n-1,m-1} - v_{n-1,m+1} - v_{n+1,m-1})/2, \\
 M\ddot{v}_{n,m} &= k_1(v_{n,m+1} - 2v_{n,m} + v_{n,m-1}) + k_2(u_{n+1,m+1} + u_{n-1,m-1} - u_{n+1,m-1} - \\
 &- u_{n-1,m+1})/2 + k_2(v_{n+1,m+1} + v_{n-1,m-1} + v_{n-1,m+1} + v_{n+1,m-1} - 4v_{n,m})/2.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Здесь u, v — перемещения в направлениях x, y ; M — масса блоков; k_1 — жесткости пружин в направлениях осей x, y ; k_2 — в диагональных направлениях.

Уравнения движения блоков на границе $m = 0$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 M\ddot{u}_{n,0} &= k_1(u_{n+1,0} - 2u_{n,0} + u_{n-1,0}) + k_2(u_{n-1,-1} + u_{n+1,-1} - 2u_{n,0})/2 + k_2(v_{n-1,-1} - v_{n+1,-1})/2, \\
 M\ddot{v}_{n,0} &= k_1(v_{n,-1} - v_{n,0}) + k_2(u_{n-1,-1} - u_{n+1,-1})/2 + k_2(v_{n-1,-1} - 2v_{n,0} + v_{n+1,-1})/2.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Уравнения движения на поверхности полости ввиду громоздкости не приводятся. Их можно написать, глядя на рис. 1. Начальные условия нулевые.

Рассмотрим случай “изотропной” решетки, т. е. когда $k_1 = 2k_2$ и длинные волны во всех направлениях распространяются с одинаковыми скоростями продольных и сдвиговых волн [4]:

$$c_p = l \sqrt{\frac{3k_1}{2M}}, \quad c_s = l \sqrt{\frac{k_1}{2M}}.
 \tag{3}$$

Как показано в [5], в этом случае скорость поверхностных рэлеевских волн определяется формулой

$$c_R = l \sqrt{\frac{k_1}{M} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)}. \quad (4)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Уравнения (1), (2) решались методом конечных разностей по явной схеме. Условие устойчивости разностной схемы $\tau \leq l \sqrt{2M/3k_1}$ (τ — шаг разностной сетки по времени). Поскольку задача симметрична относительно оси y , то расчеты проводились только для области $n \geq 1$ ($x \geq 0$) со следующими условиями симметрии на границе $n = 1$: $u_{0,m} = -u_{1,m}$, $v_{0,m} = v_{1,m}$ ($m \leq 0$).

На рис. 2 приведены распределения вертикального перемещения v и его скорости \dot{v} в полуплоскости в момент времени $t = 200$, рассчитанные для двух значений глубины залегания полости: $h = 1$ (рис. 2а), $h = 25$ (рис. 2б). Здесь и далее полагаем: $M = 1$, $l = 1$, $k_1 = 3/4$, $Q_0 = 1$, $\tau = 0.314$. Анализ возмущений показывает, что в случае залегания полости близко к поверхности рэлеевская R -волна формируется очень быстро (рис. 2а), при более глубоком залегании — существенно медленнее и в момент времени $t = 200$ ($h = 25$) ее практически не видно (рис. 2б). Продольная P -волна, излученная полостью, отражается от свободной поверхности полупространства в виде двух волн: продольной PP -волны и сдвиговой PS -волны. На рис. 2 прослеживаются фронты этих волн. Кроме того, на рис. 2а хорошо видно сдвиговую волну S , излученную полостью.

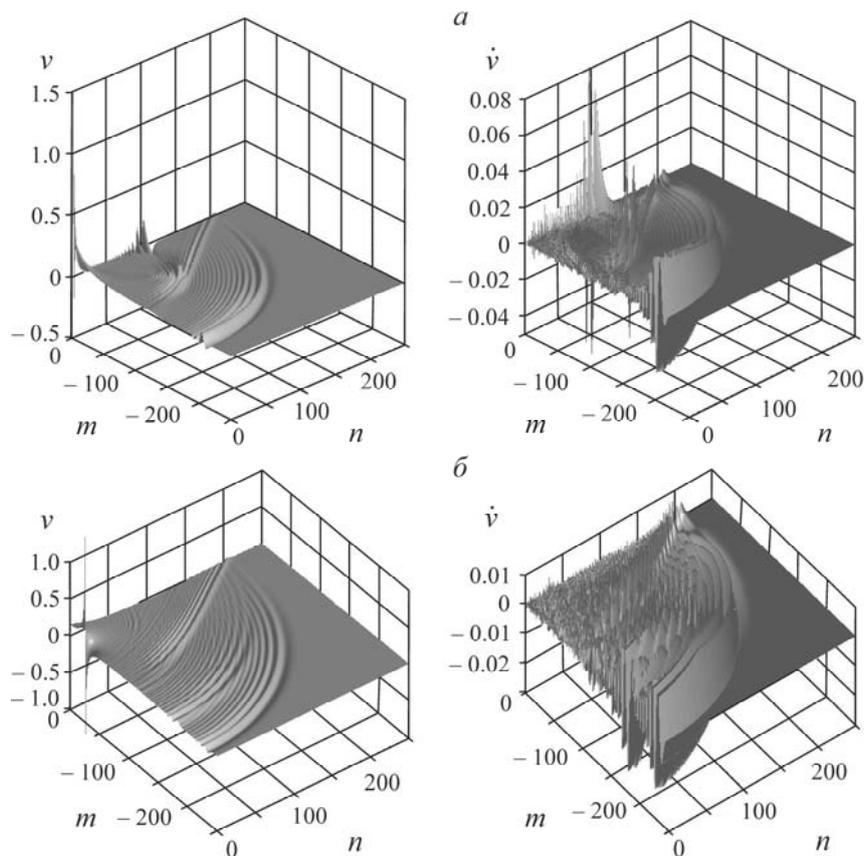


Рис. 2. Распределения вертикальной скорости перемещений в полуплоскости в момент времени $t = 200$ для случаев $h = 1$ (а) и $h = 25$ (б)

Схема фронтов волн представлена на рис. 3а, на рис. 3б — результаты расчетов вертикального перемещения для той же глубины расположения полости ($h = 66$, $t = 93.3$). Фронт продольной P -волны находится в момент времени $t = 93.3$ от источника на расстоянии $r_p = tc_p = 99$. Фронт PS -волны является огибающей фронтов волн, отраженных от поверхности полуплоскости в точках с координатами $(n, 0)$: $r_{ps} = c_s(t - \sqrt{h^2 + (n-1)^2} / c_p)$.

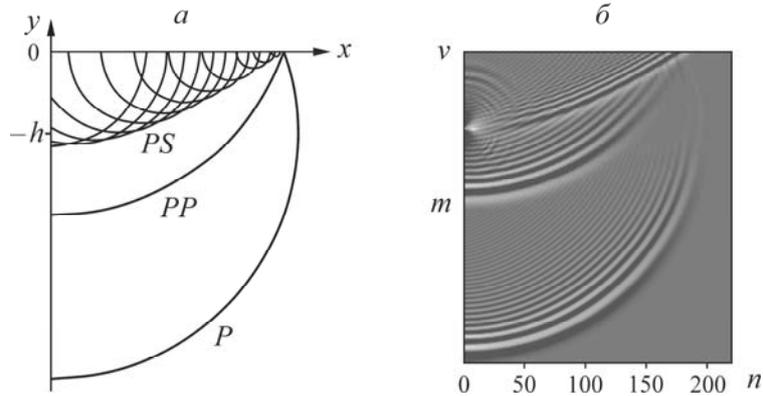


Рис. 3. Схема фронтов волн (а) и распределение вертикального перемещения в плоскости (n, m) для $h = 66$, $t = 93.3$ (б)

Далее исследуем влияние глубины залегания полости на вертикальные перемещения в различных точках полуплоскости. На рис. 4 показана схема расположения точек, в которых будут выводиться результаты расчетов: A_1, A_2, A_3 — точки на поверхности полупространства, B_1, B_2, B_3 — точки на биссектрисе угла xOy , C_1, C_2, C_3 — точки на вертикальной оси y . Точки с индексом 1 находятся на расстоянии $r_1 = 100$ от полости, точки с индексом 2 — $r_2 = 200$, точки с индексом 3 — $r_3 = 300$.

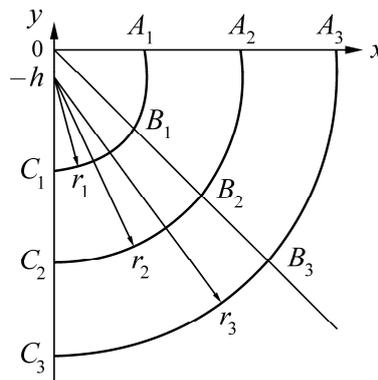


Рис. 4. Схема расположения точек, в которых выводятся результаты расчетов

Рассчитаем время прихода фронтов волн в точки $A_i = (n_i, 0)$ ($i = 1, 2, 3$):

$$t_p = \frac{\sqrt{h^2 + (n_i - 1)^2}}{c_p} \text{ — время прихода фронта } P\text{-волны,}$$

$$t_R = \frac{h}{c_p} + \frac{n_i - 1}{c_R} \text{ — время прихода фронта } R\text{-волны.}$$

Определим время прихода фронтов волн в точки $B_i = (n_i, m_i) = (n_i, 1 - n_i)$ ($i = 1, 2, 3$). Время прихода фронта P -волны:

$$\text{если } m_i < -h, \text{ то } t_p = \frac{\sqrt{(h - m_i)^2 + (n_i - 1)^2}}{c_p},$$

$$\text{если } m_i = -h; -h - 1, \text{ то } t_p = \frac{m_i}{c_p},$$

$$\text{если } m_i < -h - 1, \text{ то } t_p = \frac{\sqrt{(h + 1 - m_i)^2 + (n_i - 1)^2}}{c_p}.$$

Время прихода фронта PP -волны: $t_{pp} = \sqrt{(h - m_i)^2 + n_i^2} / c_p$. Время прихода фронта PS -волны: $t_{ps} = \sqrt{h^2 + x^2} / c_p + \sqrt{(x - n_i)^2 + m_i^2} / c_s$. Здесь неизвестная переменная x находится из условия, что функция $t_{ps}(x)$ достигает минимума, т. е. $\partial t_{ps} / \partial x = 0$. Из этого условия найдем уравнение относительно x :

$$x^2[(x - n_i)^2 + m_i^2] - \frac{c_p^2}{c_s^2}(n_i - x)^2(h^2 + x^2) = 0,$$

которое решается численно на ПК.

Рассчитаем время прихода фронтов волн в точки $C_i = (1, m_i)$ ($i = 1, 2, 3$). Время прихода фронта P -волны: $t_p = (h + 1 + m_i) / c_p$. Время прихода фронта PP -волны: $t_{pp} = (h - m_i) / c_p$. Время прихода фронта PS -волны: $t_{ps} = h / c_p - m_i / c_s$. Напомним, что здесь и везде выше $m_i < 0$.

На рис. 5 представлены зависимости вертикальных перемещений от времени в различных точках полуплоскости при действии ступенчатой нагрузки на полость: $h = 1$, $h = 15$, $h = 25$. Вертикальные линии отвечают моментам времени прихода фронтов P - и R -волн, а также отраженных PP - и PS -волн. Рядом с каждой вертикальной линией подписано, фронту какой волны она соответствует. Также обозначены координаты точки, в которых выведены результаты расчетов.

Анализ возмущений на рис. 5 показывает, что для данных значений r_i ($i = 1, 2, 3$) максимум модуля вертикальных перемещений реализуется на поверхности полуплоскости в точках A_i в окрестности R -волны в том случае, когда полость находится близко к поверхности ($h = 1$). Причем максимум модуля амплитуды v в рэлеевской волне в несколько раз превосходит амплитуду v в продольной волне. В точках C_i максимум модуля амплитуды вертикальных перемещений для любых h достигается в продольной волне. В точках B_i при малых h максимум модуля амплитуды перемещений v в PS -волне может быть больше максимальной амплитуды $|v|$ в P -волне (см. рис. 5а), при больших значениях h может быть наоборот (см. рис. 5б, в).

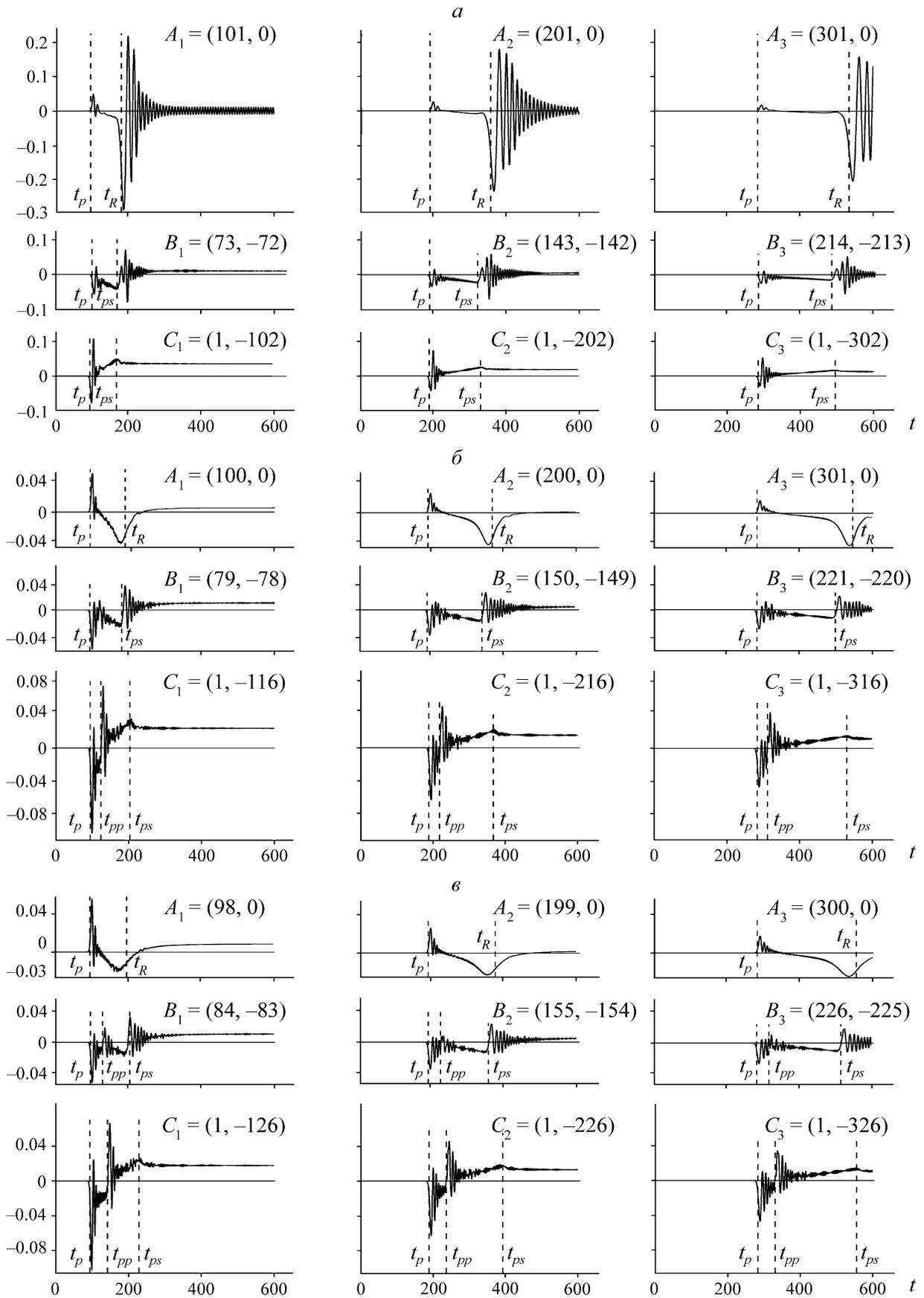


Рис. 5. Зависимости вертикальных перемещений от времени: *a* — $h=1$; *б* — $h=15$; *в* — $h=25$

С увеличением расстояния h от поверхности полупространства до полости максимальные значения $|v|$ в окрестности фронта рэлеевской волны существенно уменьшаются и начинают превосходить максимумы $|v|$ в продольной волне на все больших расстояниях от точки $x = 0, y = 0$. На рис. 6 приведены зависимости от глубины залегания полости $h + 0.5$ координаты $x = n - 0.5$ точки на поверхности полупространства, в которой максимум $|v|$ в R -волне начинает превосходить максимальную амплитуду v в P -волне. Сплошная линия соответствует результатам численных расчетов, штриховая — линейная аппроксимация численных результатов: $x = 9.555(h + 0.5) - 20.554$. Координата точки на поверхности полупространства, в которой максимум модуля амплитуды v в окрестности рэлеевской волны начинает превосходить максимальную амплитуду v в окрестности продольной волны, линейно растет с ростом глубины залегания полости.

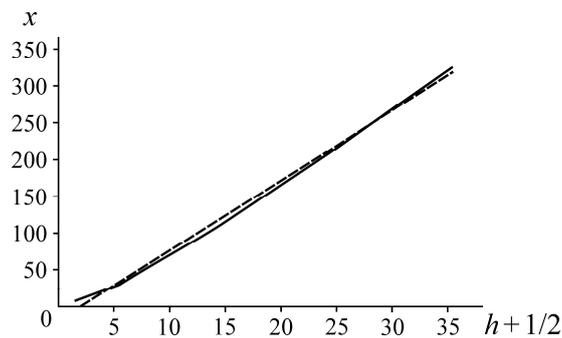


Рис. 6. Зависимость от глубины залегания полости координаты точки на поверхности полупространства, в которой максимум модуля амплитуды v в R -волне начинает превосходить максимум амплитуды v в P -волне

Рассмотрим зависимости максимальной амплитуды модуля вертикальных перемещений в окрестности фронта рэлеевской волны $\max |v_R|$ от расстояния $x = n - 0.5$ для различных значений h (рис. 7). Видно, что максимум модуля амплитуды вертикальных перемещений в рэлеевской волне сначала растет с ростом n , затем начинает затухать. Также видно, что чем глубже полость, тем меньше $\max |v_R|$ и тем быстрее $\max |v_R|$ с ростом x выходит на постоянное значение.

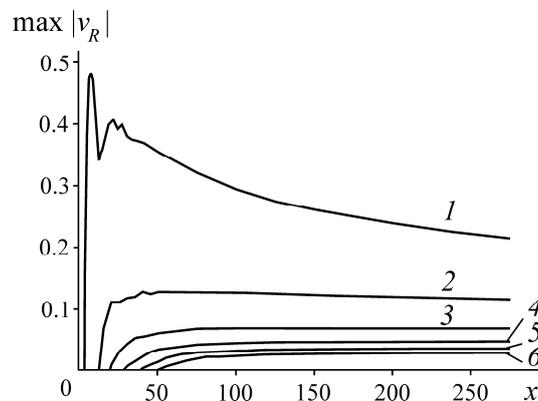


Рис. 7. Зависимости модуля максимальной амплитуды v от x : 1 — $h = 1$; 2 — $h = 5$; 3 — $h = 10$; 4 — $h = 15$; 5 — $h = 20$; 6 — $h = 25$

ВЫВОДЫ

Численно проведено исследование плоской задачи о динамическом воздействии на поверхность взрывной полости заглубленного шнурового заряда, расположенного в блочной среде. Показано, что максимум модуля амплитуды вертикальных перемещений в окрестности рэлеевской волны сначала растет с ростом расстояния от полости, затем затухает и стремится к постоянному значению, которое убывает с ростом глубины залегания полости. Координата точки на поверхности полупространства, в которой максимум модуля амплитуды v в окрестности рэлеевской волны начинает превосходить максимальную амплитуду v в окрестности продольной волны, линейно растет с ростом глубины залегания полости.

Показано, что влияние блочности среды сказывается на появлении высокочастотных осцилляций в окрестности фронтов P -, R -, PP - и PS -волн.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Садовский М. А. Естественная кусковатость горной породы // ДАН СССР. — 1979. — Т. 247. — № 4. — С. 829–832.
2. Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И. О формировании упругих волновых пакетов при импульсном возбуждении блочных сред. Волны маятникового типа U_μ // ДАН СССР. — 1993. — Т. 333. — № 4. — С. 3–13.
3. Jensen J. S. Phononic band gaps and vibrations in one- and two-dimensional mass — spring structures, J. of Sound and Vibration, 2003, Vol. 266. — P. 1053–1079. doi:10.1016/S0022-460X(02)01629-2.
4. Александрова Н. И., Шер Е. Н. Распространение волн в двумерной периодической модели блочной среды. Ч. 1. Особенности волнового поля при действии импульсного источника // ФТПРПИ. — 2010. — № 6. — С. 60–72.
5. Aleksandrova N. I. The discrete Lamb problem: Elastic lattice waves in a block medium, Wave Motion, 2014, Vol. 51. — P. 818–832. doi:10.1016/j.wavemoti.2014.02.002.
6. Alessandrini B., Raganelli V. The propagation of elastic waves in a discrete medium, Eur. J. Mech. A Solids, 1989, Vol. 8, No. 2. — P. 129–160.
7. Aleksandrova N. I. Seismic waves in a three-dimensional block medium, Proc. R. Soc. A, 2016, Vol. 472, No. 2192, Article ID 20160111. doi: 10.1098/rspa.2016.0111.

Поступила в редакцию 21/IV 2017