

УДК 532.2

## **Аналитическая методика расчета формы поверхности жидкого металла в условиях лазерной наплавки\***

**Д.В. Беденко, О.Б. Ковалев**

*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: dmtr.bedenko@gmail.com

Предлагается развитие представленного ранее аналитического подхода для определения формы поверхности, образующейся при нанесении материалов и наращивании объемных металлоизделий в аддитивных технологиях. В подходе рассматривается баланс давлений на поверхности жидкого металла, возникающий под действием силы тяжести и поверхностного натяжения. Проведено обобщение метода на случай криволинейной формы подложки, что позволяет рассчитывать геометрию поверхности одиночных валиков, сплошных покрытий из валиков внахлест и вертикальных стенок при произвольных углах смачивания. Выполнена верификация метода для задач лазерной наплавки с привлечением экспериментальных данных, заимствованных из литературных источников.

**Ключевые слова:** лазерная наплавка, аналитическая модель, уравнение поверхности, поверхностное натяжение, угол смачивания.

### **Введение**

В последние десятилетия появились новые аддитивные технологии создания объемных изделий с помощью многократного послойного нанесения материала. Для этого источниками тепла — лазером, электрической дугой или электронным пучком — осуществляется нагрев материала и плавление с образованием жидкой ванны расплава. В результате при постепенной подаче материала образуется выпуклый валик. Тип источника тепла и его мощность определяют режимы и условия наплавки.

Лазерная наплавка широко применяется для восстановления и модификации поверхностей различных деталей. С развитием аддитивных технологий газопорошковая лазерная наплавка стала использоваться для прямого нанесения материалов и изготовления металлоизделий сложных конфигураций. В последние годы появилось большое количество экспериментальных и теоретических работ [1–9], посвященных исследованию процессов прямого лазерного нанесения материалов. Однако результаты моделирования не охватывают всего диапазона данных известных экспериментов. При создании натуральных изделий их форма поверхности не всегда может быть описана аналитически в явном виде. Например, это невозможно при изготовлении тонких стенок, когда наплавляемые слои

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-19-00430).

материала имеют большие ( $> 90^\circ$ ) углы смачивания между расплавом и подложкой. В работах по лазерной наплавке, например [1, 2, 4, 9], угол смачивания вообще не рассчитывается.

На основе теории капиллярности авторами [10–13] были предложены аналитические подходы для анализа формирования сварных соединений в условиях электродуговой сварки. С использованием этой теории для цилиндрической поверхности сварочной ванны методом графического интегрирования было получено семейство интегральных кривых, описывающих форму поверхности швов, формирующихся при электродуговой сварке в различных пространственных положениях. Путем наложения соответствующей кривой на профиль реального сварного шва в работах [10–13] удалось получить достаточно хорошее соответствие рассчитанной и реальной формы поверхности швов, наплавленных в горизонтальном, наклонном или вертикальном положениях. В указанных выше работах фактически решалась обратная задача, когда по изготовленному шлифу сварного шва определялись его ширина и площадь, после чего из предварительно построенного семейства интегральных кривых выбирался искомый профиль, по которому уточнялись исходные параметры сварки.

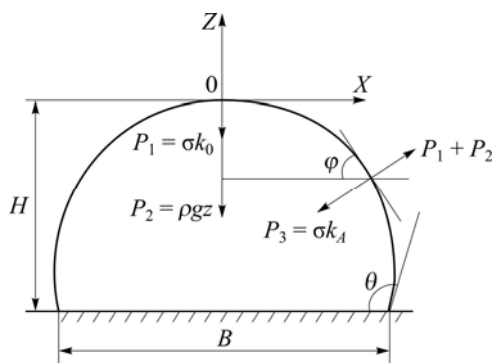
Следует отметить, что в литературе отсутствуют аналитические работы, рассматривающие процесс наплавки материала на подложки криволинейной формы. Такие случаи возникают, например, когда основанием для наращивания валика выступает другой валик, нанесенный ранее. В настоящей работе предложены обобщения метода, изложенного в публикациях [12, 13], на важные для аддитивных технологий задачи получения вертикальных стенок, состоящих из системы многократно укладываемых валиков, а также сплошных покрытий из валиков внахлест. Используются экспериментальные данные других авторов по нанесению материала с помощью лазера, а сам процесс плавления не рассматривается.

## 1. Математические модели

Согласно теории капиллярности, к основным силам, определяющим форму поверхности жидкого валика, относятся сила поверхностного натяжения и сила тяжести. Задача может быть рассмотрена в двумерной постановке, так как кривизна поверхности жидкости  $k$  в поперечном сечении валика является преобладающей по сравнению с кривизной в продольном направлении:  $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$ .

### 1.1. Плоская подложка

Рассмотрим поперечное сечение жидкого валика на поверхности твердой подложки в условиях равновесия, представленное на рис. 1, где  $H$  и  $B$  — высота и ширина валика,  $\theta$  — угол смачивания. В стационарных условиях можно записать условие баланса давлений в любой точке на поверхности валика в декартовой системе координат  $Oxz$ :



$P_1 + P_2 + P_3 = 0$ , где  $P_1 = \rho g z$  — гидростатическое давление, создаваемое силой тяжести,  $P_2 = \sigma k_0$  — давление в верхней точке валика, создаваемое поверхностным натяжением и направленное внутрь области, и  $P_3 = \sigma k_A$  — такое же давление, но в произвольной точке  $A$  поверхности и направленное внутрь.

Рис. 1. Схематическое изображение профиля жидкой части валика в поперечном сечении на твердой подложке в условиях равновесия.

Тогда уравнение баланса давлений можно переписать в виде

$$\rho gz + \sigma k_0 - \sigma k_A = 0. \quad (1)$$

Используя формулу для кривизны плоской кривой в неявном представлении ( $x = x(\varphi)$ ,  $z = z(\varphi)$ ), в безразмерном виде будем иметь

$$\frac{x_\varphi z_{\varphi\varphi} - x_{\varphi\varphi} z_\varphi}{(x_\varphi^2 + z_\varphi^2)^{3/2}} = z - z_0, \quad (2)$$

где  $z_0 = a/R_0$  — величина, обратно пропорциональная радиусу кривизны валика  $R_0$  в верхней точке  $O$  поверхности,  $R_0$  — радиус кривизны в верхней точке  $O$ ,  $a = \sqrt{\sigma/(\rho g)}$  — капиллярная постоянная.

Согласно работам [11, 12] для уравнения (1), в случае явного представления кривой было предложено решение в параметрическом виде, которое также является решением и для уравнения (2):

$$x(\varphi) = \int_0^\varphi \frac{\cos(\xi) d\xi}{\sqrt{z_0^2 + 2(1 - \cos(\xi))}}, \quad (3)$$

$$z(\varphi) = -\sqrt{z_0^2 + 2(1 - \cos(\varphi))} + z_0, \quad (4)$$

здесь и далее  $x = X/a$ ,  $z = Z/a$ ;  $\varphi$  — угол между касательной к поверхности и осью  $OX$ . Максимальное значение угла  $\varphi$ , равное  $\theta$ , достигается в точке контакта с подложкой и является углом смачивания поверхности.

Для построения формы поверхности искомого валика необходимо составить систему уравнений для определения неизвестных параметров  $z_0$  и  $\theta$ . Первое уравнение можно получить из (3) для безразмерной ширины валика у его основания  $b = B/a$ :

$$b = 2 \int_0^\theta \frac{\cos(\xi) d\xi}{\sqrt{z_0^2 + 2(1 - \cos(\xi))}}. \quad (5)$$

В точке контакта жидкости и подложки, исходя из условий равновесия, записывается уравнение баланса силы веса, давления в жидкости и поверхностного натяжения:  $mg = PB - 2\sigma \sin(\theta)$ , где  $m = \rho F_B$  — масса валика,  $F_B$  — площадь его поперечного сечения,  $P$  — давление в жидкости у основания валика,  $\sigma \sin(\theta)$  — проекция силы поверхностного натяжения на вертикальную ось, действующую у основания валика. Тогда последнее соотношение можно записать в развернутом виде:  $\rho g F_B = B \left( \frac{\sigma}{R_0} + \rho g H \right) - 2\sigma \sin(\theta)$ . С учетом замены  $f_b = F_B/a^2$  будем иметь

$$f_b = b \sqrt{z_0^2 + 2(1 - \cos(\theta))} - 2 \sin \theta. \quad (6)$$

Описанная выше методика использовалась в работах [12, 13] для расчета геометрии одиночных валиков, было получено хорошее соответствие расчетной и реальной форм поверхности сварных швов, наплавляемых на плоские поверхности подложки в горизонтальном или наклонном положениях. При этом решалась обратная задача: по известной геометрии шлифа сварного шва определялись ширина  $b$  и площадь  $f_b$  поперечного сечения валика, а также задавалась капиллярная постоянная  $a$ , характеризующая свойства

материала. Далее методом Ньютона решалась система нелинейных уравнений (5) и (6) для определения неизвестных величин  $z_0$  и  $\theta$ , характеризующих форму валика. Заметим, что методика [12, 13] была разработана для плоской подложки и не позволяет рассчитывать геометрию валика, находящегося на основании с криволинейной формой.

### 1.2. Криволинейная форма поверхности подложки

Рассмотрим схему наплавки одиночного валика на криволинейную поверхность с основанием  $S$ , задаваемую уравнением  $z = h(x)$  (рис. 2). Форма поверхности валика будет, как и ранее, описываться параметрическими уравнениями (3), (4). Баланс сил между жидким валиком и основанием запишем в интегральной форме  $\rho g F_B = \int_S \left( \frac{\sigma}{R_0} + \rho g (H - h(s)) \right) ds -$

$-\sigma \sin(\theta_1) + \sigma \sin(\theta_2)$ , имеющий в безразмерных величинах вид

$$f_b = \int_L \left( z_0 + (z(\theta_2) - \varepsilon(s)) \right) ds - \sin(\theta_1) + \sin(\theta_2), \tag{7}$$

где интегрирование ведется по дуге  $L$ , которая формирует основание валика;  $\varepsilon(x) = h(x)/a$  — высота подложки, отмеряемая от нижней точки жидкости;  $\theta_1, \theta_2$  — углы в точках контакта, отмеряемые по горизонтали (см. рис. 2). Неизвестными параметрами являются  $\theta_1, \theta_2$  и  $z_0$ . Для нахождения этих неизвестных требуется два дополнительных уравнения. Такие уравнения можно составить, зная ширину валика  $b$  и разницу по высоте  $c = C/a$  (рис. 2) между его крайними точками контакта с подложкой:

$$b = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\cos(\xi) d\xi}{\sqrt{z_0^2 + 2(1 - \cos(\xi))}}, \tag{8}$$

$$c = \sqrt{z_0^2 + 2(1 - \cos(\theta_1))} - \sqrt{z_0^2 + 2(1 - \cos(\theta_2))}. \tag{9}$$

В результате решения системы нелинейных уравнений (7)–(9) находятся все неизвестные параметры.

### 1.3. Наплавка валиков в виде стенки

Рассмотрим частные случаи, когда форма поверхности подложки задается аналитически и уравнение (7) можно проинтегрировать. Один из них возникает, когда поверхностью основания является поверхность уже построенного валика. Это типичный случай в лазерной наплавке, когда из порошка наращивается, например, тонкая вертикальная стенка [1]. Так как верхний  $i$ -ый валик контактирует только с нижним  $(i-1)$ -ым валиком, то достаточно рассмотреть систему из двух валиков, которая представлена в безразмерных координатах на рис. 3. Валики расположены симметрично относительно оси  $O\bar{Z}$ , поэтому в отличие от случая,

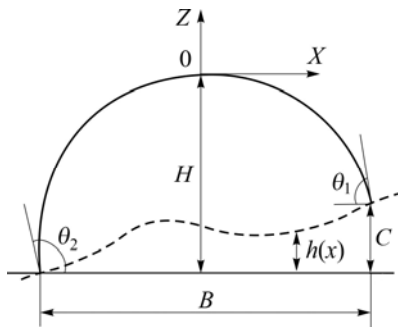


Рис. 2. Схема профиля одиночного валика, наращиваемого на неровное основание с криволинейной формой поверхности.

Рис. 3. Профили валиков, наращиваемых друг на друга.

изображенного на рис. 2, левый и правый углы в точках контакта, отмеряемых по горизонтали, совпадают:  $\theta_1^i = \theta_2^i = \theta^i$ ,  $i = 1, 2$ . Так как форма поверхности нижнего валика описывается аналитически уравнениями (3) и (4), то баланс сил (7) можно явно проинтегрировать и получить в безразмерном виде уравнение (10). Записав дополнительное интегральное соотношение (11) на ширину валика  $b^i$ , получим систему из двух нелинейных уравнений для определения неизвестных  $z_0^i, \theta^i$ :

$$f_b = b^i \sqrt{(z_0^i)^2 + 2(1 - \cos(\theta^i))} - 2 \sin(\theta^i) - \left[ b^{i-1} \sqrt{(z_0^{i-1})^2 + 2(1 - \cos(\gamma^{i-1}))} - 2 \sin(\gamma^{i-1}) \right], \quad (10)$$

$$b^i = 2 \int_0^{\theta^i} \frac{\cos(\xi) d\xi}{\sqrt{(z_0^i)^2 + 2(1 - \cos(\xi))}} \quad (11)$$

Заметим, что соотношение (10) описывает разность площадей под верхней и нижней кривыми (рис. 3). Для решения системы уравнений (10) и (11) требуется задать угол  $\gamma^{i-1}$ , характеризующий боковую точку контакта валиков, который может быть найден из уравнения

$$b^i = 2 \int_0^{\gamma^{i-1}} \frac{\cos(\xi) d\xi}{\sqrt{(z_0^{i-1})^2 + 2(1 - \cos(\xi))}} \quad (12)$$

#### 1.4. Наплавка валиков внахлест

В лазерной наплавке при получении сплошного покрытия распространен случай, когда наплавку валиков осуществляют внахлест. В такой ситуации производится смещение луча вправо на величину  $d$  (рис. 4), равную расстоянию между центрами валиков  $O^{i-1}$  и  $O^i$ . Величина нахлеста  $\Delta$  однозначно определяется, если известны ширины обоих валиков  $b^{i-1}, b^i$  и смещение  $d$ :  $\Delta = (b^{i-1} + b^i)/2 - d$ , при этом  $\Delta < b^i$ .

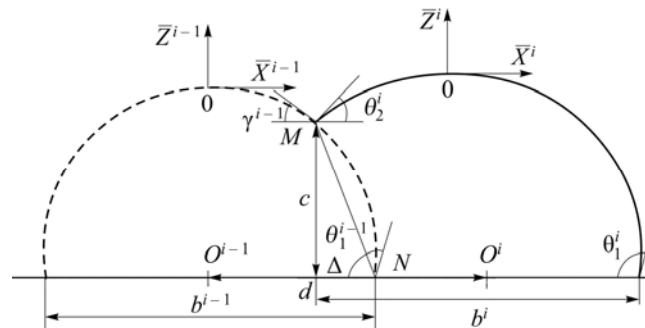


Рис. 4. Схема наплавки валиков внахлест.

Метод, предложенный в работе [13] для построения профилей валиков, наплавляемых при сварке внахлест, основан на локальной замене криволинейного участка дуги, соединяющего точки  $M$  и  $N$  отрезком прямой  $MN$  (рис. 4), что понижает точность расчетов. Рассмотрим алгоритм, где эта неточность устранена. Система уравнений для определения неизвестных параметров  $z_0^i, \theta_1^i, \theta_2^i$  имеет вид:

$$f_b = b^i \sqrt{(z_0^i)^2 + 2(1 - \cos(\theta_1^i))} - \sin(\theta_1^i) + \sin(\theta_2^i) - \left[ \Delta \sqrt{(z_0^{i-1})^2 + 2(1 - \cos(\theta_1^{i-1}))} - \sin \theta_1^{i-1} + \sin \gamma^{i-1} \right], \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(z_0^{i-1})^2 + 2(1 - \cos \theta_1^{i-1})} - \sqrt{(z_0^{i-1})^2 + 2(1 - \cos \gamma^{i-1})} = \\ & = \sqrt{(z_0^i)^2 + 2(1 - \cos \theta_1^i)} - \sqrt{(z_0^i)^2 + 2(1 - \cos \theta_2^i)}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$b^i = \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} \frac{\cos(\xi) d\xi}{\sqrt{(z_0^i)^2 + 2(1 - \cos(\xi))}}. \quad (15)$$

Уравнение (13) по аналогии с (7) или (10) описывает баланс сил, действующих на жидкость. Уравнение (14) получено из условия равенства координаты точки контакта  $c$  (рис. 4), вычисляемой по левому  $(i-1)$ -валику как

$$c = \sqrt{(z_0^{i-1})^2 + 2(1 - \cos \theta_1^{i-1})} - \sqrt{(z_0^{i-1})^2 + 2(1 - \cos \gamma^{i-1})}$$

и по правому  $i$ -валику как

$$c = \sqrt{(z_0^i)^2 + 2(1 - \cos \theta_1^i)} - \sqrt{(z_0^i)^2 + 2(1 - \cos \theta_2^i)}.$$

Уравнение (15) дает связь ширины  $i$ -валика  $b^i$  с его краевыми углами смачивания  $\theta_1^i, \theta_2^i$  в точках контакта, отмеряемых от горизонтали, что замыкает систему нелинейных уравнений. Значение угла  $\gamma^{i-1}$ , как и ранее (11), определяется по ширине  $(i-1)$ -го валика:

$$b^{i-1} = 2 \int_0^{\gamma^{i-1}} \frac{\cos(\xi) d\xi}{\sqrt{(z_0^{i-1})^2 + 2(1 - \cos(\xi))}}. \quad (16)$$

В результате решения системы нелинейных уравнений (13)–(15) находятся все неизвестные, и по уравнениям (2) и (3) строится профиль валика, наплавленного внахлест.

## 2. Результаты расчетов и верификация методики

Уравнения (3), (4), (7)–(9), полученные на основе теории капиллярности, позволяют определить форму поверхности наплавленного лазером валика, если заранее известны геометрические размеры валика: ширина и площадь поперечного сечения. Эти данные, как и в случае электросварки [10–13], легко получить после обработки экспериментальных данных, представленных в виде шлифов. Заметим, что характерные размеры валиков, получаемых традиционной лазерной наплавкой [1, 2], могут быть на порядок меньше характерных размеров электросварных соединений [10–13]. Для верификации и определения области применимости описанного подхода для задач аддитивных технологий

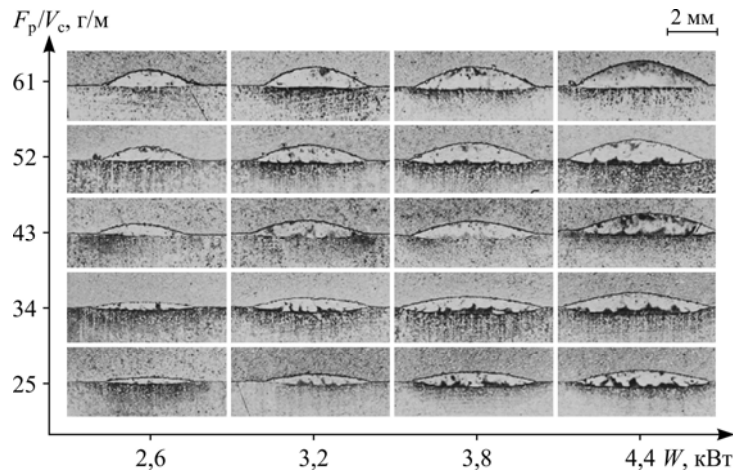


Рис. 5. Профили валиков, полученные лазерной наплавкой порошковой смеси (16NCD13/TiC, 85/15 % объем) при вариации расхода порошка  $F_p$ , скорости сканирования  $V_c$  и мощности лазерного излучения  $W$  [3].

ниже на примере лазерной газопорошковой наплавки представлены результаты тестирования полученных решений уравнений (2)–(4) в сравнении с имеющимися экспериментальными данными.

### 2.1. Профили одиночных валиков

Авторы работы [3] с помощью метода лазерной наплавки исследовали возможности получения карбидных матричных композитных покрытий на основе смеси стального порошка (16NCD13) с различной долей содержания карбида титана (TiC). На рис. 5 приведены фотографии типовых шлифов одиночных валиков, показывающие, что их геометрия существенно зависит от основных параметров процесса, таких как расход порошка  $F_p$ , скорость сканирования  $V_c$  и мощность лазерного излучения  $W$ . По представленным фотографиям измерялись ширина валика  $B$  и площадь его поперечного сечения  $F_B$ . На рис. 6 приведены результаты сравнения решения задачи, основанной на уравнениях (3)–(6),

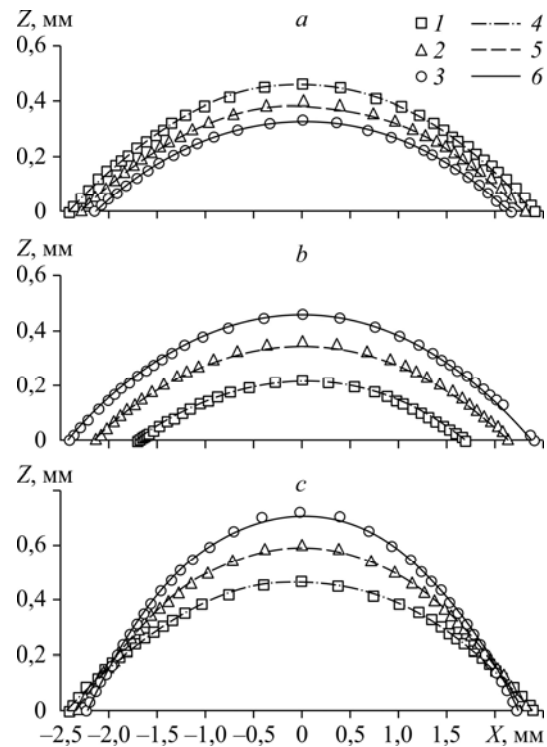


Рис. 6. Сравнение профилей поперечных сечений одиночных валиков при различных скоростях сканирования луча  $V_c$  (a), мощностях лазера  $W$  (b), расходах порошка  $F_p$  (c).

Линии — результаты расчетов, символы — данные экспериментов [3];  
 a —  $V_c = 0,6$  (1, 4), 0,7 (2, 5), 0,8 (3, 6) м/мин,  
 b —  $W = 3$  (1, 4), 4 (2, 5), 5 (3, 6) кВт,  
 c —  $F_p = 20,1$  (1, 4), 26,4 (2, 5), 32,0 (3, 6).

с данными экспериментов [3]. Средняя плотность смеси 16NCD13/TiC с долей содержания в пропорции 85/15 % по объему составляла  $\rho = 7412 \text{ кг/м}^3$ , а поверхностное натяжение  $\sigma = 1,9 \text{ Н/м}$ . Видно количественное соответствие между экспериментальной и рассчитанной формами поверхностей одиночных валиков, наплавленных на плоскую подложку во всем диапазоне режимов наплавки.

## 2.2. Профили многослойных стенок

В работах [1, 2, 8, 9] предпринимались попытки построения вертикальных стенок путем многослойной лазерной наплавки валиков друг на друга. Для этого использовались методы расчета, которые не учитывали капиллярных эффектов на границах контакта жидкой и твердой фаз. Описанный выше подход используется для прогнозирования геометрии таких стенок, получаемых прямым нанесением материала с помощью лазера. Как и ранее, по известным значениям ширины стенки  $B$  и числу слоев графическим методом измерялись площади сечений представленных шлифов, по которым вычислялось среднее значение площади сечения слоя для одного прохода луча  $F_B$ . Неизвестные параметры для первого валика были получены из системы уравнений (4) и (5). Для каждого последующего  $i$ -го слоя неизвестные величины определялись с учетом формы предыдущего  $i-1$  слоя из решения нелинейной системы уравнений (10) и (11) после предварительного вычисления  $\gamma^{i-1}$  из (12). На рис. 7 с разрешения Р. Реуге и соавторов приведены результаты проведенных ими экспериментов, частично представленные в работе [2]; на полученных фотографиях отображены шлифы одного валика и стенок от двух до четырех слоев. Сплошными линиями показаны аналитически полученные решения, которые наложены на изображения шлифов. Наблюдаемые различия между этими изображениями и результатами расчетов вызваны выбором одинаковых средних значений площади ( $F_B = \text{const}$ ) и ширины стенки ( $B = \text{const}$ ) для каждого наращиваемого слоя. В натурной наплавке размеры образующихся валиков сильно зависят от теплового состояния подложки, которое постоянно меняется при каждом новом прохождении луча. В расчетах использованы данные титанового сплава Ti6Al4V с плотностью  $\rho = 4500 \text{ кг/м}^3$  и поверхностным натяжением  $\sigma \approx 1,52 \text{ Н/м}$ .

## 2.3. Профили сплошного покрытия из валиков внахлест

Авторы работы [6] исследовали методику коаксиальной лазерной наплавки сплошного покрытия для титанового сплава TiAl. На рис. 8 представлена фотография шлифа такого покрытия, где хорошо просматриваются профили одиночных валиков, наплавленных внахлест.

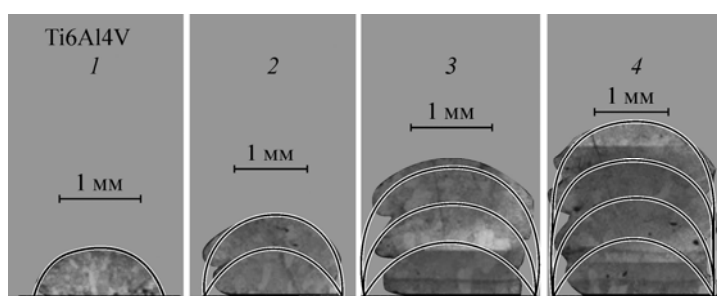


Рис. 7. Сравнение расчетных профилей (сплошные линии) с экспериментальными шлифами стенок при последовательном двух-, трех- и четырехкратном послойном наращивании металла (результаты экспериментов предоставлены Р. Реуге и соавторами и частично приведены в работе [2]).



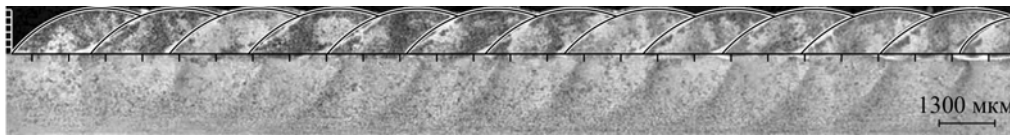


Рис. 8. Сравнение расчетной формы валиков внахлест с экспериментальным шлифом сплошного покрытия из работы [6].

Ширина сетки  $B = 3,5$  мм, шаг  $d = 2,15$  мм,  $F_B = 2,5$  мм<sup>2</sup>; материал Ti6Al4V.

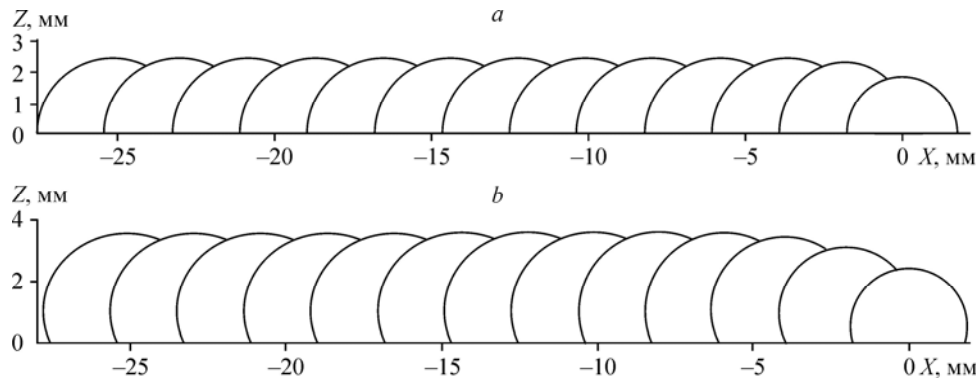


Рис. 9. Расчетная форма поверхности сплошного покрытия из валиков внахлест.

Шаг  $d = 2,15$  мм,  $B = 3,5$  мм;  $F_B = 5,0$  (a),  $7,5$  (b) мм<sup>2</sup>.

Сплошными линиями на рис. 8 показан результат решения уравнений (13)–(15) и уравнения (16) для угла  $\gamma^{i-1}$ , который указывает координаты точки примыкания последующего  $i$ -го к предыдущему  $i-1$  валику. С использованием найденных значений  $z_0^i, \theta_1^i, \theta_2^i$  и параметрического представления поверхности (3), (4) последовательно строились все профили последующих валиков, которые затем накладывались на фотографию шлифа из работы [6]. На рис. 8 видно хорошее соответствие между расчетным и экспериментальным профилем покрытия.

С целью демонстрации возможностей описанной выше теории на рис. 9 приведен расчет формы поверхности сплошного покрытия разной толщины при наплавке валиков внахлест. Получающиеся формы поверхности для каждого валика имеют угол смачивания равный,  $90^\circ$  (рис. 9a) или больше (рис. 9b).

### Заключение

Проведено обобщение аналитического подхода, предложенного в работах [11–13], на случай наплавки валиков на криволинейную поверхность подложки. Данная методика позволяет получать геометрии одиночных валиков, сплошных покрытий и вертикальных стенок для углов смачивания от  $0^\circ$  до  $180^\circ$  и может быть использована при решении ряда практических задач для нахождения формы поверхности валиков из жидкого металла при послойной лазерной наплавке или наплавке внахлест. Проведена верификация метода и получено количественное соответствие с данными экспериментов в широком диапазоне наплавочных параметров. Продемонстрирована корректность предположения о преобладающем характере сил поверхностного натяжения и силы гидростатического давления в формировании поверхности жидкого валика применительно к лазерной наплавке. В силу принципа аналогизации физических процессов [14] подобный подход может быть применен в других методах аддитивных технологий, где в результате плавления/кристаллизации из расплава формируется новая поверхность.

### Список литературы

1. Pinkerton A.J., Li L. An investigation of the effect of pulse frequency in laser multiple-layer cladding of stainless steel // *Applied Surface Sci.* 2003. Vol. 208, 209. P. 405–410.
2. Peyre P., Aubry P., Fabbro R., Neveu R., Longuet A. Analytical and numerical modeling of the direct metal deposition laser process // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2008. Vol. 41, No. 2. P. 025403-1–025403-10.
3. Novichenko D., Marants A., Thivillon L., Bertrand Ph., Smurov I. Metal matrix composite material by direct deposition // *Physics Procedia.* 2011. Vol. 12. P. 296–302.
4. El Cheikh H., Courant B., Branchua S., Hascoët J.-Y., Guillén R. Analysis and prediction of single laser tracks geometrical characteristics in coaxial laser cladding process // *Optics and Lasers in Engng.* 2012. Vol. 50. P. 413–422.
5. Беденко Д.В., Ковалев О.Б. Моделирование тепло- и массообмена в наращиваемом слое металла при лазерно-порошковой наплавке // *Теплофизика и аэромеханика.* 2013. Т. 20, № 2. С. 255–265.
6. Cárcel B., Serrano A., Zambrano J., Amigó V., Cárcel A.C. Laser cladding of TiAl intermetallic alloy on Ti6Al4V. Process optimization and properties // *Physics Procedia.* 2014. Vol. 56. P. 284–293
7. Bedenko D.V., Kovalev O.B., Smurov I., Zaitsev A.V. Numerical simulation of transport phenomena, formation the bead and thermal behavior in application to industrial DMD technology // *Int. J. Heat and Mass Transfer.* 2016. Vol. 95. P. 902–912.
8. Gan Z., Liu H., Li S., He X., Yu G. Modeling of thermal behavior and mass transport in multi-layer laser additive manufacturing of Ni-based alloy on cast iron // *Int. J. Heat and Mass Transfer.* 2017. Vol. 111. P. 709–722.
9. Lalas C., Tsirbas K., Salonitis K., Chryssolouris G. An analytical model of the laser clad geometry // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2007. Vol. 32. P. 34–41.
10. Емельянов И.И. Влияние сил поверхностного натяжения и внешнего давления на форму наплавленного валика // *Тр. Ленинградского ин-та инженеров водного транспорта.* 1972. Т. 135. С. 135–145.
11. Nishiguchi K., Ohji T., Matsui H. Fundamental research on bead formation in overlaying and fillet welding processes (Report 1). Surface tensional analysis of bead surface profile // *J. of the Japan Welding Soc.* 1976. Vol. 45. P. 82–87.
12. Березовский Б.М., Стихин В.А. Влияние сил поверхностного натяжения на формирование усилия сварного шва // *Сварочное производство.* 1977. № 1. С. 51–53.
13. Berezovsky B.M., Stikhin A.V. Optimisation of the formation of a metal layer in arc deposition // *Welding International.* 1991. Vol. 5, No. 11. P. 888–891.
14. Федоткин И.М. Математическое моделирование технологических процессов. Киев: Выща школа, Головное издательство, 1988. 415 с.

*Статья поступила в редакцию 25 апреля 2018 г.*