УДК 532.529+541.126

ВЫХОД ВОЛНЫ ГЕТЕРОГЕННОЙ ДЕТОНАЦИИ В КАНАЛ С ЛИНЕЙНЫМ РАСШИРЕНИЕМ. II. КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ

А. В. Фёдоров, Т. А. Хмель, С. А. Лаврук

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск fedorov@itam.nsc.ru, khmel@itam.nsc.ru

В рамках механики гетерогенных реагирующих сред исследовано распространение детонационной волны в монодисперсных взвесях реагирующих частиц (на модели алюминия в кислороде) в каналах с участком линейного расширения. Описание приведенной кинетики проводится с учетом переходного (от диффузионного к кинетическому) режима горения микронных и субмикронных сферических частиц алюминия. Определено влияние ширины канала, диаметра частиц и угла наклона стенки на условия распространения и режимы детонации. Установлена немонотонная зависимость критической ширины канала от угла расширения, что связано с качественным различием волновых картин за косым уступом. Построены карты течений, проведено сопоставление результатов с данными задач о распространении волн гетерогенной детонации в каналах с уступом и с резким расширением.

Ключевые слова: газовзвеси алюминия, гетерогенная детонация, расширяющийся канал, численное моделирование, карты распространения детонации.

DOI 10.15372/FGV20180111

ВВЕДЕНИЕ

Данное исследование является продолжением работы [1], в которой приведена физикоматематическая постановка задачи о распространении гетерогенной детонации в канале с изменяемой геометрией, заполненном смесью частиц алюминия и кислорода. Рассматривается плоский канал с участком линейного расширения (рис. 1), вдоль которого распространяется плоская волна детонации Чепмена — Жуге (ЧЖ). Исследуется выход детонации в линейно расширяющуюся часть канала. В [1] описаны волновые картины течения при переходе детонации в расширяющуюся часть канала в различных режимах распространения или срыва. Целью настоящей работы являются параметрические исследования влияния ширины канала, угла наклона стенки и диаметра частиц на режимы распространения детонации.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Ширина канала H менялась в пределах $0.005 \div 0.05$ м, рассматривались углы наклона

© Фёдоров А. В., Хмель Т. А., Лаврук С. А., 2018.



Рис. 1. Геометрия канала:

 L_1 — положение фронта детонации в начальный момент времени, L_2 — начало расширения, H — высота узкой части канала, L — длина расчетной области, α — угол наклона стенки

стенки $\alpha = 15, 30, 40, 45, 50$ и 60° . По сравнению с [1] расширен диапазон диаметров d частиц: от 500 нм до 3.5 мкм. Для описания горения частиц субмикронных размеров использовалась модифицированная схема приведенной кинетики.

Расчеты проводились для взвеси частиц алюминия в кислороде стехиометрического состава на основе модели детонации, развитой и верифицированной в работе [2] и использованной в [2–9].

Принимается температурный критерий воспламенения, обоснованный в теоретических расчетах [7]: реакция начинается, когда части-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 15-08-01947, 16-08-00778).

ца достигает критической температуры, близкой к температуре плавления алюминия. Воспламенение крупных частиц алюминия в динамических условиях обусловлено локальными нарушениями целостности оксидной пленки за счет механических напряжений, вызванных терморасширением [10]. Этот механизм подтверждается экспериментальными наблюдениями воспламенения на некотором участке поверхности частицы [10]. Для частиц нанометрового диапазона размеров аналогичный механизм воспламенения, основанный на том, что за счет термического расширения частицы при быстром нагреве и плавлении происходят множественные разрывы оксидной пленки, обсуждался в [11].

Горение частиц алюминия (размером $1 \div 10$ мкм) описывалось в [1-9] одной реакцией приведенной химической кинетики аррениусовского типа с энергией активации 32 кДж/моль. Это значительно ниже значений $50 \div 80$ кДж/моль, определенных в [11, 12] для режима горения наночастиц алюминия диаметром 80 нм, и в то же время уже не отвечает диффузионному режиму горения крупных частиц алюминия (при котором время горения пропорционально квадрату диаметра частиц, $\tau_b \sim d^2$). В [13] утверждается, что переход к кинетическому режиму происходит при размере частиц 10÷100 мкм, в зависимости от условий обтекания, при этом показана линейная зависимость $\tau_b \sim d$. В [11, 14] представлены многочисленные данные экспериментов, из которых видно, что в интервале $d = 1 \div 10$ мкм происходит переход к режиму горения с более низким значением показателя степени n в зависимости $\tau_b \sim d^n$. Для наночастиц значение *п* меняется в пределах 0.29÷0.33 [11, 14], что учитывалось в [15] при построении полуэмпирической модели детонации наноразмерных частиц алюминия. Это также учитывается в настоящей работе при описании горения в переходной области (микронных и субмикронных частиц). Для частиц диаметром d > 3.5 мкм характерное время горения определялось, как и в [1–9]: $\tau_\xi=\tau_0(d/d_0)^2,$ где $d_0=10$ мкм, $\tau_0=2.4$ мкс. Для частиц в диапазоне d=500 нм $\div\,3.5$ мкм при той же энергии активации (32 кДж/моль) для характерного времени горения принята зависимость

$$\tau_{\xi} = \tau_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^{0.3},\tag{1}$$

позволяющая согласовать данные по времени горения микроразмерных и наноразмерных частиц [15], где $d_1 = 3.5$ мкм, $\tau_1 = 0.294$ мкс. Следует отметить, что при $d \ge 500$ нм число Кнудсена в структуре детонационной волны достаточно мало [15], поэтому в описании процессов межфазного взаимодействия пренебрегается поправками, связанными с переходом к свободномолекулярному режиму обтекания и теплообмена.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

2.1. Влияние ширины канала на режимы детонации

В [1] получены и описаны следующие основные режимы распространения детонации в расширяющемся канале: закритический (непрерывное распространение), критический (распространение с частичным срывом и восстановлением в поперечных волнах) и докритический (со срывом детонации). Реализация того или иного режима выявляется на картинах огибающих максимального давления в плоскости симметрии (рис. 2). Аналогичные картины огибающих профилей давления приведены в [3, 4], где рассматривался выход детонации за прямоугольный уступ. На рис. 2 представлены данные по распространению детонации в канале шириной H = 0.01 и 0.05 м и при угле расширения $\alpha = 30^{\circ}$ (сплошная линия), 45°



Рис. 2. Огибающие максимального давления на плоскости симметрии (d = 2 мкм, t = 0.26 мс):

1 - H = 0.01 м, 2 - H = 0.05 м; сплошная линия — $\alpha = 30^{\circ}$, пунктирная — $\alpha = 45^{\circ}$, штрих-пунктирная — $\alpha = 90^{\circ}$ [4]

(штриховая) и 90° (штрихпунктирная). Режимы с выходом на значение давления ЧЖ или близкие к нему значения соответствуют распространению детонации, режимы с падением давления (штрихпунктирная линия) — срыву детонации.

2.2. Влияние угла наклона стенки на режимы детонации

При фиксированной ширине канала реализация того или иного режима определяется величиной угла расширения. Так, в канале шириной H = 0.01 м после выхода детонационной волны в расширяющуюся часть для всех углов расширения наблюдается снижение давления на плоскости симметрии до 30 атм (рис. 2, кривые 1). Затем в случае $\alpha = 90^{\circ}$ [4] происходят срыв детонации и последующее разделение фронтов ударной волны и горения, при этом давление снижается ниже 10 атм (линия 2). В то же время при $\alpha = 45^{\circ}$ наблюдается восстановление детонации (штриховая линия 1). При Н = 0.05 м огибающие совпадают для углов $45 \text{ и } 90^{\circ}$ и полностью сливаются (сплошная линия 2).

На рис. 3 представлены огибающие давления для ширины канала H = 0.05 м и углов расширения 15° (сплошная линия), 30° (штрихпунктирная линия), 45° (штриховая линия) и 60° (пунктирная линия). Во всех случаях срыва детонации не наблюдается, уменьшение пикового давления является временным и сменяется последующим его ростом.

При $\alpha = 30$ и 45° в сценариях реинициирования детонации давление в плоскости симметрии повышается вследствие образования тройных точек и прихода поперечных волн. Давления в диапазоне $p = 120 \div 150$ атм (сплошная и штрихпунктирная линии на рис. 3), более чем вдвое превышающие значения в точке химпика режима ЧЖ, характерны для развитой ячеистой детонации. Более высокие значения давления при H = 0.01 м и $\alpha = 45^{\circ}$ связаны с описанным в [1] сценарием восстановления детонации в критическом режиме. Пик на штриховой линии (p = 320 arm) соответствует моменту восстановления детонации в плоскости симметрии при одновременном воздействии на общирную область несгоревших частиц падающих и отраженных от плоскости симметрии поперечной волны и изогнутого фронта лидирующей волны [1].



Рис. 3. Огибающие максимального давления на плоскости симметрии:

t = 0.26 мс, d = 2 мкм, H = 0.05 м, сплошная линия — $\alpha = 15^{\circ}$, штрихпунктирная — $\alpha = 30^{\circ}$, штриховая — $\alpha = 45^{\circ}$, пунктирная — $\alpha = 60^{\circ}$

Отметим, что при $\alpha = 45$ и 60° характер распространения детонации соответствует закритическому режиму, при этом кривые различаются незначительно. Наблюдается определенное установление детонационного течения (штриховая и пунктирная линии на рис. 3). Отсутствие всплесков давления здесь связано с тем, что поперечная волна, распространяющаяся по фронту детонационной волны за отведенный период времени, не успевает достигнуть плоскости симметрии.

Таким образом, развитие детонации в каналах с углами расширения детонации $\alpha = 15 \div 60^{\circ}$ протекает следующим образом: при сравнительно малых углах расширения, от нуля до некоторого предельного значения, близкого к 45°, при данных расчетных временах детонация распространяется в режиме, аналогичном ячеистой детонации. При углах, больших этого предельного значения, детонация развивается по сценарию, аналогичному распространению за прямоугольным уступом.

2.3. Влияние размера частиц

Влияние дисперсности смеси на картины течения и на режимы распространения детонации аналогично случаям прямоугольного уступа [3, 4]. На рис. 4 представлены результаты расчетов при H = 0.01 м, $\alpha = 45^{\circ}$ и d = 2, 1и 0.5 мкм: история максимального давления до



Рис. 4. Картины истории максимального давления в канале с углом расширения $45^\circ,\,H=0.01$ м, t=0.25 мс:

a - d = 2 мкм, b - d = 1 мкм, e - d = 0.5 мкм, c -огибающие максимального давления в плоскости симметрии: сплошная линия — d = 0.5 мкм, штриховая — d = 1 мкм, штрихпунктирная — d = 2 мкм

момента времени t = 0.25 мс (рис. 4,*a*-*a*) и огибающие максимального давления в плоскости симметрии (рис. 4,*c*).

Для частиц диаметром 2 мкм (рис. 4,*a*) наблюдается срыв детонации, при этом давление на фронте падает по мере продвижения ударной волны и к указанному моменту составляет не более 10 атм (штрихпунктирная линия на рис. 4,*c*). При уменьшении размера частиц до 1 мкм (рис. 4, δ) в канале наблюдается режим без срыва детонации, характеризующийся образованием нерегулярной ячеистой структуры вблизи плоскости симметрии (что видно также по нерегулярным пикам на штриховой линии рис. 4,*г*). Для взвеси частиц диаметром 0.5 мкм течение в канале соответствует также режиму непрерывного распространения (рис. 4,*e*). Здесь хорошо прослеживается появление ячеистой структуры из развития возмущений на фронте дифрагированной волны. Сначала поперечных волн немного и они достаточно слабые (до x = 0.35 м), затем волны усиливаются и становятся множественными и на определенных участках регулярными. Отметим, что, в отличие от картин распространения детонации в плоском канале, здесь поперечные волны сильно искривлены. В целом, вблизи плоскости симметрии образуется ячеистая структура с неравномерными ячейками. Давление в тройных точках достигает 150 атм (см. рис. 4,*г*), что характерно для ячеистой детонации монодисперсных газовзвесей частиц алюминия [6].

3. КАРТЫ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ

Критерии сохранения детонации в газовзвеси частиц алюминия при выходе из плоского канала в полупространство ($\alpha = 90^{\circ}$) обсуждались в работах [5, 8]. Как указано в [8], условия срыва или распространения детонации за уступом определяются, главным образом, геометрическим фактором расширения, а наличие поперечных волн ячеистой структуры детонации влияет слабо. Значение имеет отношение масштабов зон воспламенения, горения и степени ослабления за счет геометрического расширения фронта. Для гетерогенной детонации принятый в литературе критерий распространения, связывающий ширину канала (диаметр трубы) с размером детонационной ячейки, можно переформулировать как связь ширины канала (диаметра трубы) с начальным размером частиц, определяющим протяженность зоны горения. В [8] такой критерий получен на основе критерия Митрофанова и Солоухина [16].

Как указано в [17], критическая ширина плоского канала связана с критическим диаметром трубы зависимостью $H = \frac{\sqrt{\pi}}{4} D$, что следует из сопоставления площадей распространения детонации. Применяя аналогичные [17] рассуждения к задаче о выходе детонации из щели в сектор с некоторым углом α , отличным от 90°, мы ограничиваем площадь сегментом, заданным углом наклона стенки. Таким образом, теоретически критическая ширина канала для сектора должна быть пропорциональна углу расширения и связана с критической шириной для полупространства формулой $H(\alpha) = (\pi/2)H(2\alpha/\pi)$. Линейная зависимость частично подтверждена в экспериментах и теоретических расчетах выхода газовой ячеистой детонации из трубы в конус [18] при углах расширения до $\alpha \leq 40^{\circ}$.

На рис. 5 представлены карты режимов течений в плоскости α -H для частиц размером 2, 3, 3.5 мкм. На рисунке показаны случаи срыва детонации (звездочки), распространения детонации с частичным срывом или без срыва (квадраты), а также приведены соответствующие линии, разделяющие случаи срыва и



Рис. 5. Карта режимов течения:

a - d = 2 мкм, b - d = 3 мкм, e - d = 3.5 мкм; звездочки — срыв детонации, квадраты — критический режим, сплошные линии — аналитические критерии

распространения. Как видно из рис. 5,*a*,*b*, корреляционные зависимости удовлетворительно согласуются с данными расчетов и описывают переход от режимов со срывом к режимам с распространением детонации в каналах с небольшими углами расширения $\alpha < 30^{\circ}$ и, напротив, с углами $60 < \alpha < 90^{\circ}$. На рис. 5, е данные при $\alpha = 90^{\circ}$ соответствуют приведенным в работе [7] для частиц с d = 3.5 мкм. Таким образом, определены две области углов наклона перехода от режимов со срывом детонации к режимам с распространением, где критические параметры (ширина канала и угол наклона стенки) примерно соответствуют линейной зависимости.

Однако из этой закономерности существенным образом выпадает область средних значений угла расширения ($\alpha = 40 \div 50^{\circ}$), где во всех рассмотренных случаях (d = 2, 3 и 3.5 мкм) срыв детонации происходит в каналах значительно большей ширины. Дополнительные расчеты на измельчающихся сетках показали, что эти режимы стабильно воспроизводятся, т. е. данный эффект не является следствием численных ошибок. Объяснение подобного поведения можно получить из анализа волновых картин для различных углов. На рис. 6 показаны шлирен-изображения течения в канале шириной H = 0.03 м при $\alpha = 45$ и 60° в различные моменты времени для смеси частиц диаметром 3 мкм в случаях, когда при меньшем угле расширения реализуется срыв детонации, а при большем — восстановление. На рис. 6,а видно, что в области плоскости симметрии картины распространения при $\alpha =$ $45, 60^{\circ}$ близки. В обоих случаях на общирном участке лидирующих фронтов происходит разделение фронтов ударной волны и волны воспламенения и горения. Вблизи наклонной стенки в момент времени t = 0.16 мс отставание фронта волны горения от фронта лидирующей ударной волны при $\alpha = 45^{\circ}$ больше, чем при $\alpha = 60^{\circ}$. Это может быть связано с влиянием сформированного за углом вихря, обусловливающего вытягивание фронта горения вдоль стенки [4]. Восстановление детонации происходит в средней части дифрагированного фронта (рис. 6, δ). В момент времени t = 0.20 мс при $\alpha = 60^{\circ}$ фронт горения ($\Phi\Gamma$) приближается к фронту лидирующей ударной волны (УВ), а при $\alpha = 45^{\circ}$ наблюдается сближение фронтов, но их «сцепления» не происходит. Это видно по расстоянию между линиями фронтов горения и ударной волны при $\alpha = 45^{\circ}$ (рис. 6, δ). Причиной, на наш взгляд, является влияние вихревого течения в области за углом, которое в случае $\alpha = 60^{\circ}$ является интенсивным и

открытым, а при $\alpha = 45^{\circ}$ «заперто» висячими скачками, простирающимися от наклонной стенки до плоскости симметрии. Наличие этих скачков оказывает влияние на скорость распространения фронта горения и ограничивает возможность восстановления детонации. Соответственно, при $\alpha = 60^{\circ}$ на рис. 6, 6 видно выпячивание фронта и формирование поперечной волны, а при $\alpha = 45^{\circ}$ продолжается отставание фронта горения от лидирующей ударной волны. Подобные волновые структуры течения обсуждались также в [18].

Таким образом, представленные на рис. 6 картины демонстрируют перестройку течения в области расширения канала в диапазоне углов наклона стенки $\alpha = 40 \div 60^{\circ}$. В случаях, когда геометрический фактор является определяющим (большие или, напротив, малые углы наклона), наличие или отсутствие скачков за углом расширения не оказывает влияния на срыв или реинициирование детонации. При средних значениях углов незначительное ускорение фронта горения за счет вихревого течения приводит к качественному изменению режима. В результате зависимость критической ширины канала от угла становится немонотонной, и в среднем диапазоне углов значительно отклоняется от линейного закона.

Наличие скачков не препятствует распространению детонации при достаточных условиях в плоскости *H*-*d*. На рис. 7, 8 приведен случай развития ячеистой детонационной структуры в критическом режиме при H = 0.02 м, d = 2 мкм, $\alpha = 45^{\circ}$. Здесь разделение фронтов происходит как вблизи наклонной стенки, так и вблизи плоскости симметрии, а в средней части фронт остается детонационным (рис. $7, a, \delta$). Поскольку разделения фронта в средней части не наблюдается, то наличие сформированных скачков не приводит к полному срыву детонации. На наклонной стенке восстановление детонации происходит раньше (рис. $7, \delta$), поперечная волна распространяется вдоль искривленного фронта детонации (рис. 7, б, в). Вблизи плоскости симметрии также происходят частичный срыв и реинициирование детонации (см. рис. 7, 6, 6). В дальнейшем детонация распространяется непрерывно по всему фронту. Сформированные первичные поперечные волны порождают вторичные волны, которые, отражаясь от плоскости симметрии, формируют нерегулярную ячеистую структуру (см. рис. 8). При реинициировании детонации на наклонной



Рис. 6. Волновые картины течения при
 $\alpha=45^\circ$ (слева) и $\alpha=60^\circ$ (справа) пр
иt=0.16 (a), 0.20 (б), 0.30 мс (в)



Рис. 7. Критический режим распространения детонации при $\alpha = 45^{\circ}$, H = 0.02 м, d = 2 мкм в моменты времени t = 0.16 (a), 0.24 (б) 0.31 мс (6)

стенке и в плоскости симметрии, а также в тройных точках при столкновении поперечных волн давление достигает 160 атм.

Таким образом, на картах решений (см. puc. 5) кривая, разделяющая область параметров со срывом детонации и область с ее распространением, характеризуется немонотонной зависимостью от угла расширения канала. Эту кривую можно аппроксимировать функцией



Рис. 8. Развитие нерегулярной яче
истой детонации при $\alpha=45^\circ,\,H=0.02$ м, d=2 мк
м, t=0.56мс:

а — шлирен-фотография, б — поля максимального давления

$$H(\alpha) = k\alpha_1 + b\exp[-\gamma(\alpha_1 - \alpha_*)^2], \ \alpha_1 = \pi\alpha/180,$$

где зависимость коэффициентов k и γ от диаметра можно представить в виде k(d) = $0.046d^{1.6}$, $\gamma(d) = 166/d^{1.6}$ при b = 0.02 м для частиц размером d = 3, 3.5 мкм и при b = 0.01 м для частиц диаметром d = 2 мкм, $\alpha_* = 0.75$.

Отметим, что в экспериментах и расчетах [19] по выходу газовой детонации из круглой трубы в конус получены следующие результаты. До угла расширения $\alpha = 40^{\circ}$ зависимость критического диаметра от угла расширения линейна, а в интервале $\alpha = 40 \div 90^{\circ}$ этот параметр не зависит от α . На рис. 5 для всех рас-

смотренных диаметров частиц также при некотором критическом значении угла ($\alpha = 40^{\circ}$) происходит качественное изменение зависимости критической ширины от угла расширения. Как и в настоящей работе, в [19] это также связывают с появлением в течении диска Маха. Отметим, что в [19] исследовалась газовая детонация, критические условия распространения которой, в соответствии с аррениусовской зависимостью времени индукции воспламенения, иные, чем в гетерогенной детонации реагирующих частиц. Этот вопрос, как и критерии сохранения детонации при выходе за прямоугольный уступ, обсуждался в [4, 5]. В частности, там отмечено и обосновано значительное уменьшение критического числа ячеек гетерогенной детонации в сравнении с газовой. Далее, в [19] изучались режимы развитой ячеистой детонации с большим числом ячеек в выходной части трубы, т. е. с достаточно большим числом уже имеющихся поперечных волн, которые могут влиять на реинициирование детонации за углом расширения. В рассматриваемых же нами сценариях выхода плоской детонационной волны в интервале средних значений угла α восстановление детонации происходит за счет выпячивания фронта без участия поперечной волны (см. рис. 6). В силу вышесказанного прямое сравнение критических условий газовой и гетерогенной детонации не представляется корректным, хотя изменение закона зависимости критической ширины от угла расширения при $\alpha \approx 40^{\circ}$ согласуется с результатами [19].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В задаче о распространении детонационной волны в монодисперсных взвесях реагирующих частиц в каналах с линейным расширением проведен параметрический анализ влияния ширины канала, угла наклона стенки и размера частиц на режимы распространения. Получены критические, закритические и докритические режимы детонации. Построены карты этих течений смеси, и проведено сопоставление с данными о распространении волн гетерогенной детонации в каналах с уступом и с резким расширением. В частности, при малых углах расширения типы течений близки к течениям в каналах без расширения, при больших углах — к течениям за прямоугольным уступом.

Установлено влияние диаметра частиц на условия распространения и режимы детона-

ции с учетом переходного (от диффузионного к кинетическому) режима горения микронных и субмикронных сферических частиц алюминия. Показано, что в закритических режимах распространения мелких (субмикронных) частиц происходит формирование системы регулярных поперечных волн и развитие ячеистой детонации.

Влияние ширины канала на режимы распространения при фиксированных угле расширения и дисперсности взвеси сходно с задачами выхода детонации из канала или трубы в полупространство: при увеличении ширины канала происходит переход от докритических режимов к критическим и закритическим.

Влияние угла расширения на режимы распространения в случае малых (до 30°) и больших значений угла ($\alpha = 60 \div 90^{\circ}$) соответствует линейной зависимости критической ширины от угла расширения с корректирующим множителем критерия работы [17].

Для среднего диапазона углов расширения ($\alpha = 40 \div 50^{\circ}$) критическая ширина канала значительно больше теоретических оценок, при этом немонотонно зависит от угла расширения. Объяснение этому факту заключается в качественной перестройке вихревого течения в области за углом расширения, в частности, образование висячих скачков при уменьшении угла наклона влияет на скорость распространения фронта горения и ограничивает возможность сцепления фронтов и восстановления детонации.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Федоров А. В., Хмель Т. А., Лаврук С. А. Выход волны гетерогенной детонации в канал с линейным расширением. І. Режимы распространения // Физика горения и взрыва. 2017. Т. 53, № 5. С. 104–114.
- 2. Федоров А. В. Структура гетерогенной детонации частиц алюминия, диспергированных в кислороде // Физика горения и взрыва. — 1992. — Т. 28, № 3. — С. 72–83.
- Fedorov A. V., Khmel T. A., Kratova Y. V. Shock and detonation wave diffraction at a sudden expansion in gas-particle mixtures // Shock Waves. — 2008. — V. 18. — P. 280–290.
- 4. Кратова Ю. В., Федоров А. В., Хмель Т. А. Дифракция плоской детонационной волны на обратном уступе в газовзвеси // Физика горения и взрыва. 2009. Т. 45, № 5. С. 95–107.
- 5. Fedorov A. V., Khmel T. A., Kratova Y. V. Cellular detonation diffraction in gas-

particle mixtures // Shock Waves. — 2010. — V. 20, N 6. — P. 509–519.

- Федоров А. В., Хмель Т. А. Численное моделирование формирования ячеистой гетерогенной детонации частиц алюминия в кислороде // Физика горения и взрыва. — 2005. — Т. 41, № 4. — С. 84–98.
- 7. Федоров А. В., Хмель Т. А. Характеристики и критерии воспламенения взвесей частиц алюминия в детонационных процессах // Физика горения и взрыва. — 2010. — Т. 48, № 2. — С. 76–88.
- Кратова Ю. В., Хмель Т. А., Федоров А. В. Осесимметричная расширяющаяся гетерогенная детонация в газовзвесях частиц алюминия // Физика горения и взрыва. — 2016. — Т. 52, № 1. — С. 84–95.
- Кратова Ю. В., Федоров А. В., Хмель Т. А. Особенности ячеистой детонации в полидисперсных газовзвесях частиц алюминия // Физика горения и взрыва. — 2011. — Т. 47, № 5. — С. 85–94.
- Раздобреев А. А., Скорик А. И., Фролов Ю. В. К вопросу о механизме воспламенения и горения частиц алюминия // Физика горения и взрыва. — 1976. — Т. 12, № 2. — С. 203–208.
- 11. Сандарам Д., Янг В., Зарко В. Е. Горение наночастиц алюминия (обзор) // Физика горения и взрыва. — 2015. — Т. 51, № 2. — С. 37-63.
- 12. Bazyn T., Krier H., Glumac N. Combustion of nanoaluminum at elevated pressure and temperature behind reflected shock waves // Combust. Flame. — 2006. — P. 703–713.

- Tanguay V., Goroshin S., Higgins A. J., Zhang F. Aluminum particle combustion in highspeed detonation products // Combust. Sci. Technol. — 2009. — V. 181, N 4. — P. 670–693.
- Huang Y., Risha G. A., Yang V., Yetter R. A. Combustion of bimodal nano/micron-sized aluminum particle dust in air // Proc. Combust. Inst. — 2007. — V. 31. — P. 2001–2009.
- Fedorov A. V., Khmel T. A. Detonation structures in gas suspensions of submicron and nano aluminum particles // Nonequilibrium Processes in Physics and Chemistry / A. M. Starik, S. M. Frolov (Eds). M.: Torus Press, 2016. V. II. P. 341–351.
- Митрофанов В. В., Солоухин Р. И. О дифракции многофронтовой детонационной волны // Докл. АН СССР. — 1964. — Т. 159, № 5. — С. 1003–1006.
- Васильев А. А. Критические условия инициирования цилиндрической многофронтовой детонации // Физика горения и взрыва. — 1998. — Т. 34, № 2. — С. 114–120.
- Бедарев И. А., Гольдфельд М. А., Захарова Ю. В., Федорова Н. Н. Исследование температурных полей в сверхзвуковом течении за обратным уступом // Теплофизика и аэромеханика. — 2009. — Т. 16, № 3. — С. 375–386.
- Khasainov B., Presles H.-N., Desbordes D., Demontis P., Vidal P. Detonation diffraction from circular tubes to cones // Shock Waves. — 2005. — V. 14, N 3. — P. 187–192.

Поступила в редакцию 21/IV 2017 г.