

УДК 532.59; 551.466

## ВНУТРЕННИЙ ВОЛНОВОЙ БОР В ШЕЛЬФОВОЙ ЗОНЕ МОРЯ

В. Ю. Ляпидевский<sup>\*,\*\*</sup>, В. В. Новотрясов<sup>\*\*\*,\*\*\*\*</sup>,  
Ф. Ф. Храпченков<sup>\*\*\*</sup>, И. О. Ярошук<sup>\*\*\*</sup>

\* Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

\*\* Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

\*\*\* Тихоокеанский океанологический институт им. В. И. Ильичева ДВО РАН,  
690041 Владивосток, Россия

\*\*\*\* Дальневосточный федеральный университет, 690041 Владивосток, Россия

E-mails: liapid@hydro.nsc.ru, vadimnov@poi.dvo.ru, fedi@poi.dvo.ru, yaroshchuk@poi.dvo.ru

Представлены результаты наблюдения внутреннего волнового бора в прибрежной зоне Японского моря с помощью вертикальных цепочек термисторов. Для интерпретации полученных данных используются математические модели мелкой воды, в которых учитывается влияние нелинейности и дисперсии на распространение пакетов внутренних волн. В рамках теории многослойной мелкой воды решена задача о трансформации уединенной волны во внутренний бор и показана возможность восстановления пространственно-временной картины течения при прохождении внутреннего бора на участке между соседними экспериментальными донными станциями.

Ключевые слова: стратифицированные течения, уединенные волны, внутренний бор, трехслойная мелкая вода, шельфовая зона.

DOI: 10.15372/PMTF20170506

**Введение.** Одним из наиболее ярко выраженных проявлений волновых процессов в океане является внутренний бор, регулярно наблюдаемый в стратифицированных по плотности прибрежных водах в виде резкого вертикального смещения пикноклина с генерацией на фронте возмущения цуга внутренних волн большой амплитуды. Эти волны представляют собой приповерхностные внутренние волны, понижающие уровень пикноклина, и придонные волны, повышающие его [1, 2]. На фронте внутреннего бора генерируются также интенсивные внутренние волны, соответствующие высшим модам. Процесс распада гладкого внутреннего бора и трансформация его в цуг уединенных волн большой амплитуды при выходе в шельфовую зону изучается как экспериментально, так и теоретически [3–7]. Гидродинамический анализ этого явления с использованием различных модификаций уравнений Кортевега — де Фриза и Гарднера — Островского проведен в работах [1, 3, 8, 9].

Большинство математических моделей описывают нелинейные волновые процессы над шельфом только качественно. В то же время применение современных методов из-

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 15-01-03942) и частичной финансовой поддержке Тихоокеанского океанологического института им. В. И. Ильичева ДВО РАН (госбюджетная тема “Математическое моделирование и анализ динамических процессов в океане” (№ 117030110034-7)).

© Ляпидевский В. Ю., Новотрясов В. В., Храпченков Ф. Ф., Ярошук И. О., 2017

мерения и обработки натуральных данных позволяет получить большой объем экспериментальной информации, с использованием которой можно поставить задачу математического описания нелинейных волновых явлений.

В настоящей работе математические модели многослойной мелкой воды с учетом нелинейных дисперсионных эффектов используются для интерпретации натуральных данных об эволюции внутреннего волнового бора в прибрежной зоне Японского моря, полученных в 2012–2013 гг.

**Натурные наблюдения.** При исследовании внутренних волн в прибрежной зоне обнаружен характерный набор волновых конфигураций, определяемых существенно нелинейными процессами. Среди таких конфигураций выделяются внутренние боры, возникающие вследствие резкого изменения глубины залегания пикноклина. Данные процессы можно наблюдать в сентябре — октябре при проведении натуральных измерений на гидрофизическом полигоне Тихоокеанского океанологического института (ТОИ) ДВО РАН (Владивосток).

Наряду с традиционными механизмами возникновения скачкообразных волновых фронтов, формирующихся в сгонно-нагонных течениях под действием ветра, существует также менее изученный механизм генерации внутренних боров при выходе внутренних волн большой амплитуды в шельфовую зону. Для интерпретации натуральных данных необходимо построить достаточно простые математические модели, соответствующие тому или иному сценарию распространения внутренних волн.

Для описания нестационарных внутренних волновых боров в заливе Посьета Японского моря и их математического моделирования использованы данные натуральных измерений поля температуры на гидрофизическом полигоне ТОИ ДВО РАН на глубине от 20 до 80 м. При исследовании достаточно длинных внутренних волн, распространяющихся над шельфом по направлению к береговой линии, можно использовать квазидвумерную постановку задачи, если расположить измерительную систему вдоль разреза, перпендикулярного изобатам и ориентированного вдоль основного направления распространения волн (рис. 1).

Экспериментальные данные, используемые в настоящей работе, получены на указанном полигоне в 2012–2013 гг. Методика проведения экспериментов и соответствующие измерительные системы детально описаны в [5, 8, 10, 11]. Для анализа волновых процессов ограничимся данными, полученными со станций S1 (глубина 39 м) и S2 (глубина 42 м) в октябре 2012 г., а также данными, полученными со станции A1 (глубина 30 м) в октябре 2013 г. Автономные станции S1 и S2 были оснащены цепочками из 12 термисторов, которые размещались вертикально с шагом, равным 3 м. Первый термистор располагался на расстоянии от дна, равном 1 м. Кабельная станция A1 была расположена на выходе из бухты Витязь и оснащена цепочкой из 40 термисторов, которые размещались аналогично с шагом, равным 0,5 м. Данные с этой станции передавались на береговой компьютер в режиме онлайн.

Структура внутреннего бора описывалась на основе данных, полученных при прохождении волнового бора через станцию S1 19 октября 2012 г. (рис. 2, *a*) и в процессе формирования столообразной внутренней волны (top-table wave) в окрестности станции A1 21 октября 2013 г.

На рис. 2, *a* показаны вариации температуры, зафиксированные 12 термисторами на станции S1. Интервал регистрации данных — 60 с. Так как температурная стратификация является устойчивой (с увеличением глубины температура уменьшается), то нетрудно соотнести показания каждого датчика температуры с его положением. Начало отсчета выбрано таким образом, чтобы показать период плавного изменения температуры в придонном слое толщиной 7 м и практически однородное распределение температуры выше этого слоя до прихода нелинейного цуга волн. В придонном слое толщиной 12 м температура

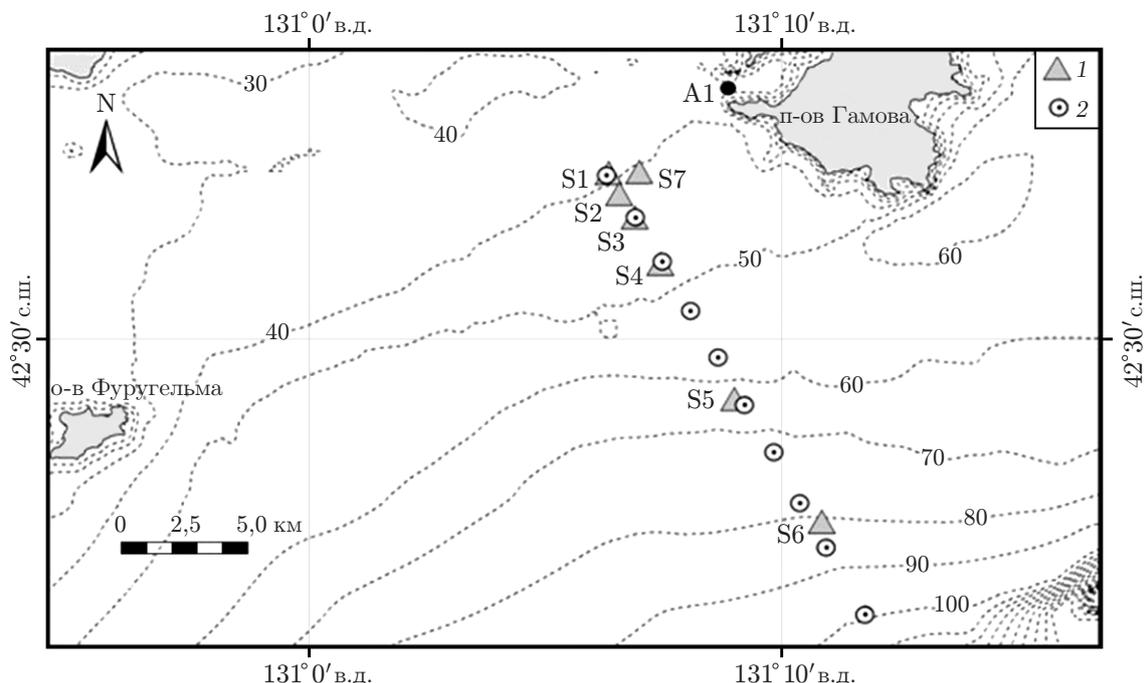


Рис. 1. Карта-схема района эксперимента:

1 — зоны установки термогирлянд, 2 — зоны зондирования зондом СТД; S1–S7 — автономные станции, A1 — кабельная станция

в волновом боре менялась на  $10 \div 12$  °С со средним периодом, составляющим приблизительно 300 с. При этом средний уровень, на котором располагался слой более холодной воды (с температурой менее 10 °С), постепенно повышался.

Другой пример прохождения фронта холодной воды в среднем слое показан на рис. 2, б (станция A1). Большое количество термисторов, которые проводили измерение температуры (40 термисторов в придонном слое толщиной 20 м), затрудняет отождествление их показаний с соответствующими линиями на рис. 2. Однако, поскольку устойчивость температурной стратификации не нарушается при прохождении фронта волны и линии, соответствующие показаниям различных термисторов, не пересекаются, данный способ представления информации позволяет показать тонкую волновую структуру фронта. Одной из особенностей возмущения температурного поля при прохождении внутреннего бора, представленного на рис. 2, б, является наличие двух четко выраженных фронтов, причем структура замыкающего бора практически не содержит осцилляций основного термоклина и может быть ассоциирована со структурой так называемого гладкого бора в стратифицированной жидкости [12].

В данной работе построена математическая модель, описывающая внутренний волновой бор в шельфовой зоне в рамках теории многослойной мелкой воды с учетом нелинейных и дисперсионных эффектов.

**Математическая модель.** Рассматривается класс течений стратифицированной жидкости в предположении, что длина внутренних волн существенно превышает глубину канала, в то же время в модели учитывается влияние вертикального ускорения частиц жидкости на положение и форму фронта волны. В рамках трехслойной модели течения, в которой два однородных слоя жидкости, имеющие плотности  $\rho^+$  и  $\rho^-$  ( $\rho^+ < \rho^-$ ), разделены промежуточным слоем со средней плотностью  $\bar{\rho}$ , будем считать, что давление в промежуточном слое распределено по гидростатическому закону. В этой гипотезе учтены толщина

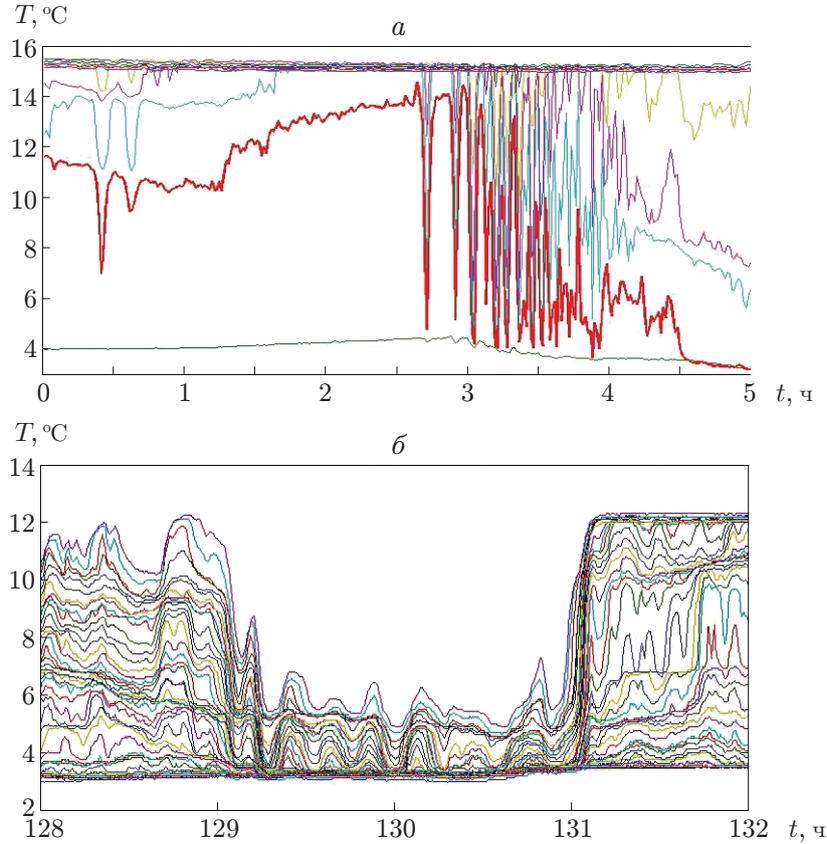


Рис. 2. Внутренний бор в прибрежной зоне залива Посьета:  
*a* — данные, полученные со станции S1 (19.10.2012), *б* — данные, полученные со станции A1 (21.10.2013)

прослойки, малая по сравнению с толщиной однородных слоев, а также процесс генерации коротких волн в прослойке и их обрушения при прохождении более длинных волн [13–15]. Уравнения многослойной мелкой воды во втором приближении выведены в [16]. В приближении Буссинеска [17] и с учетом гидростатичности распределения давления в промежуточном слое уравнения принимают следующий вид:

$$\begin{aligned}
 h_t + (hu)_x &= 0, & \zeta_t + (\zeta w)_x &= 0, & \eta_t + (\eta v)_x &= 0, \\
 u_t + \left( \frac{1}{2} u^2 + b(h+z) + \bar{b}\eta + p \right)_x + \frac{\beta}{3h} \left( h^2 \frac{d_-^2 h}{dt^2} \right)_x &= 0, \\
 w_t + \left( \frac{1}{2} w^2 + p \right)_x + \frac{\beta}{3\zeta} \left( \zeta^2 \frac{d_+^2 \zeta}{dt^2} \right)_x &= 0, \\
 v_t + \left( \frac{1}{2} v^2 + \bar{b}(h+\eta+z) + p \right)_x &= 0, \\
 \frac{d_-}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x}, & \frac{d_+}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + w \frac{\partial}{\partial x}, \\
 b &= (\rho^- - \rho^+)g/\rho^+, & \bar{b} &= (\bar{\rho} - \rho^+)g/\rho^+.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $h, \eta, \zeta$  — толщины нижнего, промежуточного и верхнего слоев;  $u, v, w$  — средние скорости в этих слоях;  $p$  — модифицированное давление на верхней границе области течения;  $g$  — ускорение свободного падения;  $z = z(x)$  — функция, задающая форму дна. При

выводе уравнений использовано также дополнительное условие плавного изменения формы дна и соответственно опущены члены, зависящие от вертикальных ускорений частиц жидкости вследствие резкого изменения профиля дна [18, 19].

В приближении Буссинеска можно использовать дополнительное условие

$$h + \eta + \zeta + z = H \equiv \text{const}. \quad (2)$$

В силу (2) из (1) следует, что средний расход определяется по формуле

$$Q = hu + \eta v + \zeta w = Q(t). \quad (3)$$

В длинноволновом приближении параметр  $\beta = H^2/L^2$  ( $L$  — характерная длина волны) считается малым. При  $\beta = 0$  уравнения (1) совпадают с уравнениями трехслойной мелкой воды (первое приближение), рассмотренными в [13].

Так же как в работе [15], уравнения (1) могут быть представлены в дивергентной форме:

$$\begin{aligned} h_t + (hu)_x &= 0, & \zeta_t + (\zeta w)_x &= 0, \\ K_t + \left( Ku - \frac{1}{2}u^2 + b(h+z) + \bar{b}\eta + p - \frac{\beta}{2}h^2u_x^2 \right)_x &= 0, & (4) \\ R_t + \left( Rw - \frac{1}{2}w^2 + p - \frac{\beta}{2}\zeta^2w_x^2 \right)_x &= 0, & v_t + \left( \frac{1}{2}v^2 + \bar{b}(h+\eta+z) + p \right)_x &= 0. \end{aligned}$$

Здесь

$$K = u - \frac{\beta}{3h}(h^3u_x)_x, \quad R = w - \frac{\beta}{3\zeta}(\zeta^3w_x)_x. \quad (5)$$

Параметры течения в прослойке определяются из (2), (3):

$$\eta = H - z - h - \zeta, \quad v = \frac{Q(t) - hu - \zeta w}{\eta}. \quad (6)$$

Выбор параметра  $\beta$  в (1) соответствует растяжению независимых переменных и может быть использован для корректировки характерной ширины нелинейных внутренних волн при проведении сравнения с результатами натуральных и лабораторных экспериментов. Далее полагается  $\beta = 1$ , что соответствует модели [16, 20]. Значение  $\beta = 0$  может быть использовано для сравнения с результатами расчета по гидростатической модели (первое приближение).

Течение стратифицированной по плотности жидкости является существенно диссипативным процессом, причем в течениях со сдвигом скорости наряду с трением о дно канала определяющую роль в процессе перехода энергии среднего течения в энергию мелкомасштабных течений, генерируемых в прослойке, может играть перемешивание слоев. Процессы вовлечения жидкости из однородных слоев в прослойку в данной работе не рассматриваются, но их можно учесть путем добавления в модель слагаемых, описывающих турбулентное трение слоев, аналогично тому как это сделано в работе [21].

Заметим, что уравнения модели трехслойного течения (1) при  $\eta \rightarrow 0$  переходят в уравнения модели двухслойного течения (с учетом приближения Буссинеска), исследованной в [20]. Дальнейшее упрощение модели двухслойного течения состоит в замене полных производных  $d_{\pm}/dt$  вдоль соответствующих траекторий частной производной  $\partial/\partial t$ . Этот прием соответствует переходу к слабонелинейной модели [20].

Вариант слабонелинейной двухслойной модели, который далее используется для расчета эволюции нелинейных волновых пакетов, может быть получен из (5) при  $\eta = 0$  путем

замены полных производных вдоль соответствующих траекторий частными производными по времени в членах, содержащих старшие производные, с помощью приближений (изменение формы дна здесь не учитывается)

$$h + \zeta \approx H, \quad hu_x + \zeta w_x \approx -(h + \zeta)_t = 0. \quad (7)$$

При этом

$$\begin{aligned} M &= K - R \approx u - w - \frac{\beta}{3h} (h^3 u_x) - \frac{\beta}{3\zeta} ((H - h)^2 h u_x)_x, \\ Ku - Rw &= K(u - w) + Mw, \\ K &= \frac{1}{H} \left( Mh + (H - h)u + hw - \frac{2}{3} \beta H h h_x u_x \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Исключив давление  $p$  из (4) с учетом (6)–(8), получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} h_t + (hu)_x &= 0, \\ M_t + \left( K(u - w) + Mw - \frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{2} w^2 + b(h + z) \right)_x &= f, \\ \zeta = H - h - z, \quad w = \frac{Q - hu}{\zeta}, \quad f = -\frac{cH(u - w)|u - w|}{h\zeta}, \quad c = \text{const}. \end{aligned} \quad (9)$$

**ЗАМЕЧАНИЕ 1.** При  $\beta = 0$  уравнения (9) совпадают с уравнениями двухслойной мелкой воды в приближении Буссинеска. Структура решений такой системы включая задачу о распаде произвольного разрыва подробно изучена в [13].

**ЗАМЕЧАНИЕ 2.** Уравнения второго приближения в теории мелкой воды могут существенно различаться в зависимости от того, какие из членов более высокого порядка удерживаются в уравнениях. В слабонелинейных моделях коэффициенты при старших производных обычно “замораживаются”. Этот подход, упрощающий структуру уравнений, применим при моделировании волновых процессов, слабо возмущающих начальную стратификацию слоя жидкости, например при прохождении уединенных волн. В задаче о распространении внутреннего бора средние параметры течения существенно меняются. Поэтому в модели (9) учитывается зависимость коэффициентов при старших производных от переменных  $h$ ,  $u$ .

При проведении численных расчетов распространения внутренних волн с помощью уравнений (4), (9) используется подход, разработанный в [22] для уравнений Грина — Нагди и примененный в [14, 23] для расчета двух- и трехслойного течений стратифицированной жидкости. Формально численная схема является вариантом схемы Годунова, в которой в качестве эволюционных переменных используются величины  $K$ ,  $R$ ,  $M$ , а потоки через боковые границы ячеек определяются на основе задачи о распаде произвольного разрыва для равновесной ( $\beta = 0$ ) модели (4) или (9). При этом уравнения вырождаются в известные уравнения многослойной мелкой воды (первое приближение), а скорости в слоях находятся из решения краевой задачи для соответствующей системы уравнений второго порядка (5), (6). Для решения этой системы используется метод матричной прогонки. Получаемая численная схема имеет первый порядок, но с достаточной точностью описывает особенности эволюции внутренних волн конечной амплитуды.

**Трансформация уединенной волны над склоном.** Ниже модель (4) используется для численного расчета эволюции внутренней уединенной волны, понижающей уровень термоклина над склоном, и сравнения полученного решения с результатами лабораторных наблюдений. Кроме того, эта модель описывает особенности генерации внутренних боров, показанных на рис. 2, при выходе достаточно длинной уединенной волны в шельфовую зону.

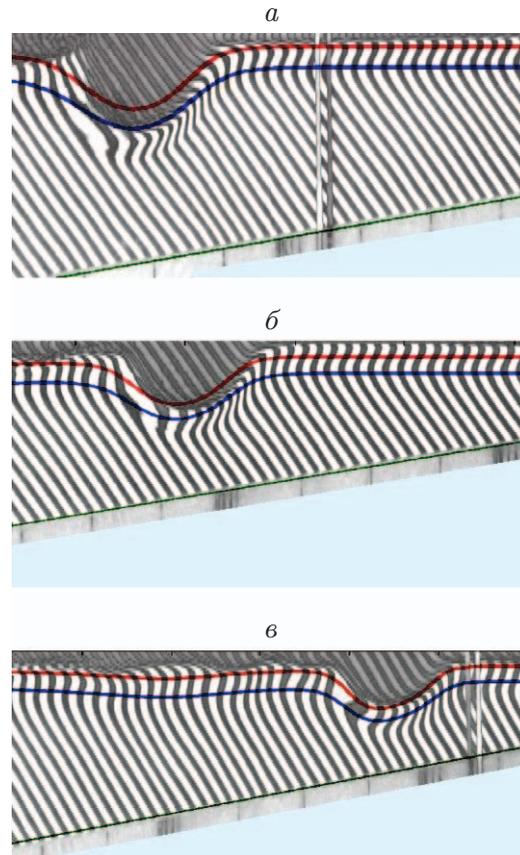


Рис. 3. Эволюция уединенной волны над склоном (лабораторный эксперимент [24]):

сплошные линии — границы пикноклина, полученные в численном расчете по модели (4) в различные моменты времени с начала эксперимента;  $a$  —  $t = 44$  с,  $b$  —  $t = 51$  с,  $c$  —  $t = 58$  с

Лабораторный эксперимент описан в [24]. Специфика эксперимента состоит в том, что влияние поверхностного натяжения на приповерхностную уединенную волну, проявляющееся в течениях, моделируемых в лабораторных экспериментах, устраняется за счет выбора геометрии канала. С этой целью в эксперименте реализовано симметричное течение относительно центральной горизонтальной плоскости канала, что позволило заменить свободную поверхность плоскостью симметрии и устранить поверхностные эффекты (см. рис. 1, б в [24]). В работе [24] проведено сравнение полученных результатов с численным решением уравнений двухслойной мелкой воды. Используемая модель являлась частным случаем модели (4) при условии  $\zeta \equiv 0$ , т. е. предполагалось, что реализуется двухслойное течение и в верхнем слое давление распределено по гидростатическому закону. При использовании такой модели граница раздела над склоном деформируется более существенно, чем в эксперименте (см. рис. 6 в [24]). Кроме того, в рамках двухслойной модели нетрудно построить точное решение, задающее форму уединенной волны. Именно это решение было выбрано в [24] в качестве начальных данных в численном расчете.

В данной работе, как и в описанном выше эксперименте, рассматривается задача о генерации и распространении приповерхностной уединенной волны после удаления перегородки из покоящейся жидкости при различном положении пикноклина. На рис. 3 показан профиль волны над склоном в различные промежутки времени, а также внешние и

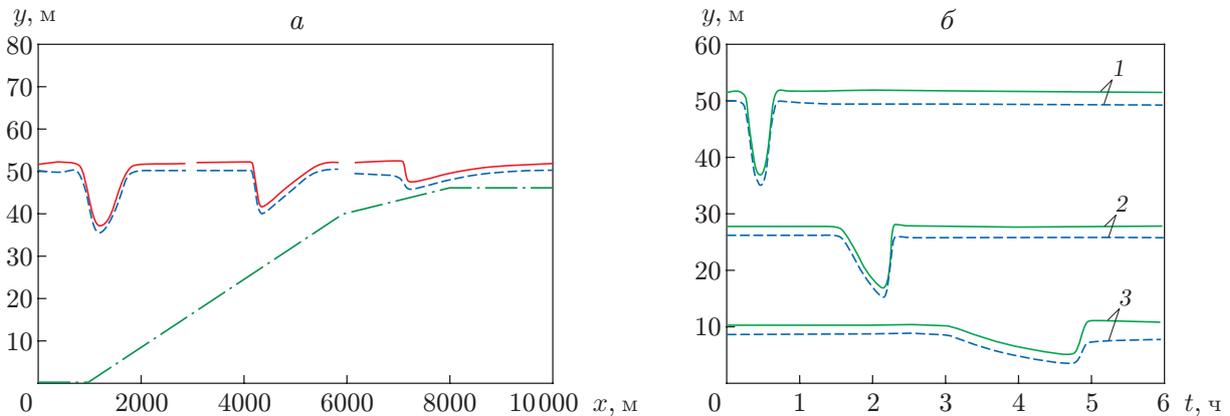


Рис. 4. Трансформация уединенной волны над шельфом (модель (4)):

*a* — расчетный профиль уединенной волны на различных участках канала, *б* — зависимость положения пикноклина от времени в фиксированных точках канала; 1 —  $L_1 = 1000$  м, 2 —  $L_2 = 4000$  м, 3 —  $L_3 = 6500$  м; сплошные линии — верхняя граница пикноклина, штриховые — нижняя граница пикноклина, штрихпунктирная — форма дна

внутренние границы возмущенного поверхностного слоя, визуализированные в результате обработки экспериментальных данных.

В расчетах использовались значения  $b = 0,022$  м/с<sup>2</sup>,  $\bar{b} = 0,5b$ . На рис. 3 также видно, что при выборе параметра  $\beta = 1$  ширина распространяющейся волны несколько завышена по сравнению с экспериментальными данными. Заметим, что для рассматриваемой геометрии канала существенного искажения профиля волны, приводящего к ее распаду на более короткие волны, в эксперименте не наблюдается.

При изменении масштабов течения волновая картина существенно меняется. На рис. 4 штрихпунктирной линией показана форма канала, приближенная к условиям натурального эксперимента. Длина канала равна 10 000 м, глубина варьируется в диапазоне от 80 до 35 м. Для расчетов по модели (4) выбирается трехслойная начальная стратификация при  $b = 0,02$  м/с<sup>2</sup>,  $\bar{b} = 0,5b$ ,  $\eta_0 = 1,6$  м. Глубина залегания термоклина в первоначально покоящейся жидкости составляет приблизительно 30 м. Как и в рассмотренном выше случае, уединенная волна, понижающая уровень термоклина, формируется путем удаления в начальный момент виртуальной перегородки. При этом на начальном этапе распространения волна симметрична. По мере выхода волны на берег угол наклона ее заднего фронта увеличивается. При выбранном вычислительном масштабе (число узлов  $N = 1000$ ) решение определяется нелинейными эффектами с гидростатическим распределением давления ( $\beta = 0$ ). При выходе на мелководье длина волны существенно увеличивается (см. рис. 4, *a*). Зависимость глубины залегания термоклина от времени при различных расстояниях от левой границы канала ( $L_1 = 1000$  м,  $L_2 = 4000$  м,  $L_3 = 6500$  м) показана на рис. 4, *б*. В частности, видно, что при распространении волны по направлению к берегу формируется внутренний бор, перед которым распространяется нестационарная волна, понижающая уровень термоклина (см. рис. 2, *a*).

Указанная картина течения наблюдается и в других натуральных экспериментах и численных расчетах [25, 26]. При распространении на большие расстояния и соответствующем уменьшении амплитуды “гладкий” внутренний бор превращается в “волновой” бор, состоящий из цуга внутренних волн конечной амплитуды (см. рис. 2, *a*), в котором влияние нелинейности и дисперсии является определяющим.

Для расчета динамики уединенных волн, как повышающих уровень термоклина, так и понижающих его, может быть использована трехслойная модель (4). При этом перво-

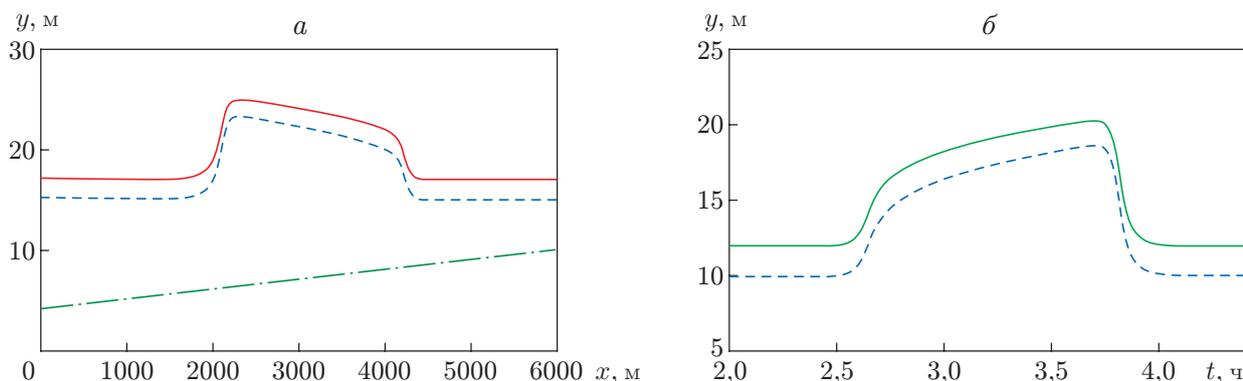


Рис. 5. Структура столообразной волны (численный расчет по модели (4)):  $a$  — деформация верхней и нижней границ пикноклина при прохождении уединенной волны над склоном,  $b$  — зависимость положения границ пикноклина от времени в фиксированной точке канала ( $L = 7000$  м); сплошные линии — верхняя граница пикноклина, штриховые — нижняя граница пикноклина, штрихпунктирная — форма дна

начально симметричная уединенная волна при трансформации над склоном может существенно изменить свою форму. В частности, при определенном начальном положении пикноклина в волне формируются четко выраженные передний и задний фронты, т. е. волна принимает столообразную форму (см. рис. 2, б). На рис. 5 представлены результаты расчета эволюции уединенной симметричной волны повышения над склоном с использованием модели (4). Первоначально жидкость покоилась, длина канала составляла  $L_0 = 12000$  м,  $b = 0,016$  м/с<sup>2</sup>,  $\bar{b} = 0,5b$ . Как и в рассмотренном выше случае, в расчетах симметричная уединенная волна повышения сформирована в результате удаления перегородки из покоящейся трехслойной жидкости при различном положении термоклина.

На рис. 5, а показан профиль волны в фиксированный момент времени, на рис. 5, б — зависимость положения границ пикноклина от времени в фиксированной точке канала ( $L = 7000$  м). Аналогичная двухфронтная структура, возникающая при трансформации уединенной волны над австралийским шельфом, описана в работе [27]. В рамках теории мелкой воды (первое приближение) структура нелинейных волн в двухслойной жидкости, в частности структура волн в задаче о распаде произвольного разрыва для двухслойной модели в приближении Буссинеска, исследована в [13].

**Численное моделирование распространения цуга внутренних волн.** Как отмечено выше, при выходе внутреннего бора в шельфовую зону его фронт трансформируется в серию уединенных волн, движущихся в виде волнового пакета. Возможность численного моделирования распространения нелинейного цуга внутренних волн над шельфом на основе одного эволюционного уравнения исследована в [9]. В данной работе с использованием натуральных данных о деформации термоклина на станциях S1 и S2 проведено сравнение результатов экспериментов и численного моделирования эволюции волнового пакета придонных волн большой амплитуды на фронте внутреннего бора в рамках двухслойной модели (9). Выбор модели обусловлен максимальным упрощением постановки начально-краевой задачи при замене реальной стратификации на двухслойную. Кроме того, выбор для исследования внутреннего бора, распространяющегося в шельфовой зоне (см. рис. 2, а), позволяет упростить задание начальных данных.

Рассмотрим следующую постановку задачи для модели (9). В качестве изотермы, разделяющей два слоя однородной жидкости, выберем изотерму  $T = 14$  °С. Значение  $b = 2 \cdot 10^{-2}$  м/с<sup>2</sup> соответствует изменению температуры в слоях  $\Delta T = 10$  °С. Пусть в начальный момент жидкость покоится и горизонтальная граница раздела слоев находится

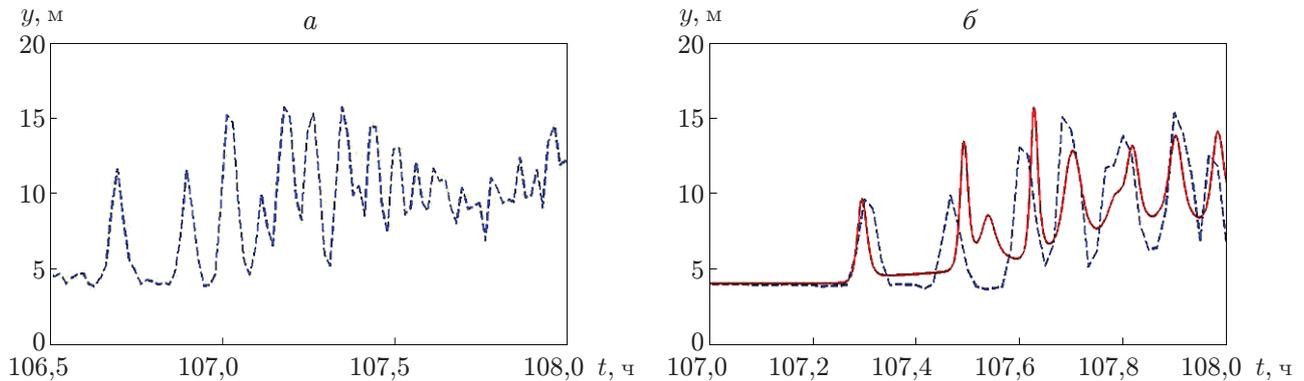


Рис. 6. Эволюция волнового пакета на участке между станциями S1 и S2 (изотермы  $T = 14\text{ }^{\circ}\text{C}$ ):  
 а — станция S2, б — станция S1; сплошная линия — расчет по модели (9), штриховые — натурные данные

на расстоянии от дна, равном 4 м (на станции S1). Начало системы координат связано с положением станции S2, находящейся на глубине, равной 42 м. Форма дна между станциями монотонно меняется по закону  $z(x) = a(1 - \exp(-kx))$ , где  $k = 0,073\text{ м}^{-1}$ ;  $a = 3,5\text{ м}$ . На левой границе расчетной области ( $0 \leq x \leq 3000\text{ м}$ ) на основе данных, полученных на станции S2, задается зависимость  $h = h(0, t)$ , представленная на рис. 6, а. На правой границе расчетной области ставятся “мягкие” граничные условия. Так как длина канала полагается достаточно большой и основное возмущение не достигает правой границы, выбор граничных условий в данном случае не является существенным.

На рис. 6, б представлены изотермы ( $T = 14\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), полученные в численном расчете по модели (9) и в натурном эксперименте для станции S1. Как отмечено выше, масштабный параметр  $\beta$  в данной работе не варьируется, т. е.  $\beta = 1$ . Поэтому единственный параметр модели  $c$ , характеризующий диссипативные процессы на границе слоев, выбирается на основе результатов лабораторных экспериментов, в которых исследовалось затухание внутренних уединенных волн [23], и полагается равным  $c = 0,01$ . На рис. 6 видно, что волновой пакет, зафиксированный на станциях S1 и S2, является существенно нестационарным, отдельные волны внутри пакета взаимодействуют друг с другом, поэтому расчет эволюции цуга волн на больших расстояниях является достаточно сложным. Тем не менее на расстоянии, составляющем порядка 10 длин волн, удается рассчитать фазовые и амплитудные характеристики нелинейного волнового пакета с использованием достаточно простой двухслойной модели.

**Заключение.** В работе рассмотрены условия формирования внутренних волновых боров при трансформации длинных уединенных волн над шельфом. Для расчета деформации сезонного термоклина при прохождении внутренних волн используются уравнения многослойной мелкой воды, учитывающие совместное влияние нелинейности и дисперсии на структуру придонных нестационарных течений.

Трехслойная модель (4) позволяет объяснить формирование четко выраженных фронтов или внутренних боров на первоначально гладком профиле длинной уединенной волны при ее выходе на берег и дать интерпретацию наблюдаемых волновых конфигураций. Для расчета колебаний термоклина с небольшим периодом при распространении внутреннего бора использована двухслойная модель (9). Соответствие фазовых и амплитудных характеристик численного решения экспериментально наблюдаемому заглублению основного термоклина удалось установить только на небольшом участке между станциями S1 и S2

длиной 850 м, что обусловлено существенной нестационарностью волнового пакета. Однако наличие корреляции натурных данных и результатов вычислительного эксперимента свидетельствует о возможности использования цепочек термисторов для определения дополнительных характеристик внутренних волн над шельфом. В частности, решение уравнений (9) с заданным на основе натурального эксперимента распределением температуры на границе рассматриваемой области позволяет рассчитать изменение средней скорости в слоях, вызванное колебаниями термоклина с небольшим периодом, а значит, оценить перенос массы и импульса придонными внутренними волнами по направлению к берегу.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Helfrich K. R., Melville W. K.** Long nonlinear internal waves // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 2006. V. 38. P. 395–425.
2. **Scotti A., Pineda J.** Observation of very large and steep internal waves of elevation near the Massachusetts coast // *Geophys. Res. Lett.* 2004. V. 31. L22307.
3. **Grimshaw R., Helfrich K., Scotti A.** Large amplitude internal waves in the coastal ocean // *Nonlinear Process. Geophys.* 2011. V. 18. P. 653–665.
4. **Константинов О. Г., Новотрясов В. В.** Поверхностные проявления внутренних волн по данным видеосистемы берегового базирования // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2013. Т. 49, № 3. С. 364–369.
5. **Кукарин В. Ф., Ляпидевский В. Ю., Навроцкий В. В., Храпченков Ф. Ф.** Эволюция внутренних волн большой амплитуды в шельфовой зоне моря // *Фундам. и прикл. гидрофизика.* 2013. Т. 6, № 2. С. 35–45.
6. **Навроцкий В. В., Ляпидевский В. Ю., Павлова Е. П.** Внутренние волны и их биологические эффекты в шельфовой зоне моря // *Вестн. ДВО РАН.* 2012. № 6. С. 22–31.
7. **Серебряный А. Н., Пао К. П.** Прохождение нелинейной внутренней волны через точку переворота на шельфе // *Докл. АН.* 2008. Т. 420, № 4. С. 543–547.
8. **Novotryasov V. V., Stepanov D. V., Yaroshchuk I. O.** Observations of internal undular bores on the Japan/East Sea shelf-coastal region // *Ocean Dynamics.* 2016. V. 66. P. 19–25.
9. **Талипова Т. Г., Пелиновский Е. Н., Куркин А. А., Куркина О. Е.** Моделирование динамики интенсивных внутренних волн на шельфе // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2014. Т. 50, № 6. С. 714–722.
10. **Леонтьев А. П., Ярошук И. О., Смирнов С. В. и др.** Пространственно распределенный измерительный комплекс для мониторинга гидрофизических процессов на океаническом шельфе // *Приборы и техника эксперимента.* 2017. № 1. С. 128–135.
11. **Ярошук И. О., Леонтьев А. П., Кошелева А. В. и др.** Об интенсивных внутренних волнах в прибрежной зоне залива Петра Великого (Японское море) // *Метеорология и гидрология.* 2016. № 9. С. 55–62.
12. **Макаренко Н. И.** Сопряженные течения и плавные боры в слабостратифицированной жидкости // *ПМТФ.* 1999. Т. 40, № 2. С. 69–78.
13. **Ляпидевский В. Ю.** Математические модели распространения длинных волн в неоднородной жидкости / В. Ю. Ляпидевский, В. М. Тешуков. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
14. **Гаврилов Н. В., Ляпидевский В. Ю., Ляпидевская З. А.** Влияние дисперсии на распространение внутренних волн в шельфовой зоне // *Фундам. и прикл. гидрофизика.* 2013. Т. 6, № 2. С. 25–34.
15. **Гаврилов Н. В., Ляпидевский В. Ю., Ляпидевская З. А.** Трансформация внутренних волн большой амплитуды над шельфом // *Фундам. и прикл. гидрофизика.* 2015. Т. 8, № 3. С. 32–43.

16. **Choi W.** Modeling of strongly nonlinear internal gravity waves // Proc. of the 4th Intern. conf. on hydrodynamics, Yokohama, 7–9 Sept. 2000. Yokohama: S. n., 2000. P. 453–458.
17. **Helfrich K. R.** Decay and return of internal solitary waves with rotation // Phys. Fluids. 2007. V. 19. 026601.
18. **Serre F.** Contribution à l'étude des écoulements permanents et variables dans les canaux // Houille Blanche. 1953. V. 8, N 3. P. 374–388.
19. **Gavrilyuk S. L., Liapidevskii V. Yu., Chesnokov A. A.** Spilling breakers in shallow water: applications to Favre waves and to the shoaling and breaking of solitary waves // J. Fluid Mech. 2016. V. 808. P. 441–468.
20. **Choi W., Camassa R.** Fully nonlinear internal waves in a two-fluid system // J. Fluid Mech. 1999. V. 386. P. 1–36.
21. **Гаврилов Н. В., Ляпидевский В. Ю.** Уединенные волны конечной амплитуды в двухслойной жидкости // ПМТФ. 2010. Т. 51, № 4. С. 26–38.
22. **Le Metayer O., Gavrilyuk S., Hank S.** A numerical scheme for the Green — Naghdi model // J. Comput. Phys. 2010. V. 229. P. 2034–2045.
23. **Gavrilov N., Liapidevskii V., Gavrilova K.** Large amplitude internal solitary waves over a shelf // Natur. Hazards Earth Systems Sci. 2011. V. 11. P. 17–25.
24. **Gavrilov N., Liapidevskii V., Gavrilova K.** Mass and momentum transfer by solitary internal waves in a shelf zone // Nonlinear Process. Geophys. 2012. V. 19. P. 265–272.
25. **Bourgault D., Blokhina M. D., Mirshak R., Kelley D. E.** Evolution of a shoaling internal solitary wavetrain // Geophys. Res. Lett. 2007. V. 34. L03601.
26. **Vlasenko V., Hutter K.** Numerical experiments on the breaking of solitary internal waves over a slope-shelf topography // J. Phys. Oceanography. 2002. V. 32. P. 1779–1793.
27. **Holloway P. E.** Internal hydraulic jumps and solitons at a shelf break region on the Australian North West Shelf // J. Geophys. Res. 1987. V. 92, iss. C5. P. 5405–5416.

*Поступила в редакцию 3/IV 2017 г.*

---