

ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ КУЭТТОВСКОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Ж. А. Зиненко, А. М. Столин, Ф. А. Хрисостомов

(Черноголовка)

При экспериментальном осуществлении гидродинамического теплового взрыва (ГТВ) [1] обнаружилась возможность использования этого явления для определения непрерывной зависимости вязкости от температуры в широком ее диапазоне с помощью неизотермического ротационного вискозиметра [2]. Если разогрев жидкости происходит равномерно во времени, т. е. реализуется термически безградиентный процесс, и справедливо условие гидродинамической квазистационарности течения, то вискозиметрическая обработка данных существенно упрощается и справедлива схема расчета, предложенная в [1, 3]. Изучение неизотермического куэттовского течения между двумя цилиндрами проводилось для режима с постоянным числом оборотов, когда гидродинамический тепловой взрыв не наблюдается [4–6].

1. Рассмотрим куэттовское течение вязкой несжимаемой жидкости, находящейся между двумя соосными бесконечными цилиндрами, внутренний из которых радиуса $r = r_0$ вращается под действием заданного касательного напряжения $\sigma_r = \sigma_{r,\varphi}(r_0) = \text{const}$, а внешний радиуса $r = r_1$ неподвижен. Принимаем, что вязкость зависит от температуры по экспоненциальному закону [7]

$$1.1) \quad \mu(T) = \mu_0 \exp [U/(RT)],$$

где μ_0 , U — константы; R — газовая постоянная; T — абсолютная температура.

Нестационарную систему уравнений движения и теплового баланса с учетом диссипации энергии, а также реологического уравнения для ньютоновской жидкости можно записать в виде

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \omega_\varphi}{\partial t} &= \frac{1}{\rho r^3} \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_{r,\varphi} r^2), \\ c\rho \frac{\partial T}{\partial t} &= \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\sigma_{r,\varphi}^2}{I\mu(T)}, \\ \sigma_{r,\varphi} &= \mu(T) r \frac{\partial \omega_\varphi}{\partial r}, \end{aligned}$$

где ω_φ — угловая скорость вращения; t — время; ρ — плотность; λ — коэффициент теплопроводности жидкости; C — теплоемкость; $\sigma_{r,\varphi}$ — касательное напряжение; r — радиус; I — механический эквивалент теплоты.

Примем, что в начальный момент времени температура жидкости равна температуре окружающей среды, а профиль напряжений соответствует изотермическому стационарному течению

$$(1.3) \quad T(r) = T_0, \quad \sigma_{r,\varphi}(r) = -\sigma_r (r_0/r)^2 \quad \text{при } t = 0.$$

Для нагрева исследуемого материала при вязком течении в неизотермическом вискозиметре внутренний цилиндр выполняется тонкостенным

и полым, а наружный изготавливается с двойными стенками, между которыми размещен теплоизолированный материал [2]. В этом случае внутренний цилиндр медленно нагревается вследствие диссипативного выделения тепла, а на внешнем цилиндре осуществляется теплообмен с окружающей средой по закону Ньютона. Тогда граничные условия запишутся в виде

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \lambda S_{\text{ж}}(\partial T/\partial r) &= C_{\text{м}}\rho_{\text{м}} V_{\text{м}} (\partial T/\partial t) \text{ при } r = r_0; \\ -\lambda(\partial T/\partial r) &= \alpha(T - T_0) \text{ при } r = r_1, \end{aligned}$$

где $S_{\text{ж}}$ — боковая поверхность теплообмена жидкости с внутренним цилиндром; $C_{\text{м}}, \rho_{\text{м}}$ — теплоемкость и плотность материала, из которого изготовлен внутренний цилиндр; $V_{\text{м}}$ — его объем.

Пусть увеличение угла φ происходит по часовой стрелке и вращение внутреннего цилиндра происходит в положительном направлении, тогда напряжение на внутреннем цилиндре будет отрицательным и, следовательно,

$$(1.5) \quad \begin{aligned} \sigma_{r\varphi} &= -\sigma_r (\sigma_r > 0) \text{ при } r = r_0; \\ \omega_{\varphi} &= 0 \text{ при } r = r_1. \end{aligned}$$

Приводя (1.2) — (1.5) к безразмерному виду, получим

$$(1.6) \quad \begin{aligned} \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} &= \frac{1}{x^3} \frac{\partial}{\partial x} (\sigma x^2), \\ \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} &= \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right) + \delta \frac{\sigma^2}{s^4} e^{\Theta/(1+\beta\Theta)}, \\ \sigma &= e^{-\Theta/(1+\beta\Theta)} x \frac{\partial \omega}{\partial x}; \end{aligned}$$

$$\Theta = 0, \sigma = -(s/x)^2 \text{ при } \tau = 0,$$

$$F(\partial\Theta/\partial x) = \partial\Theta/\partial\tau, \quad \sigma = -1 \text{ при } x = s,$$

$$\partial\Theta/\partial x = -\text{Bi}\Theta, \quad \omega = 0 \text{ при } x = 1,$$

где $\Theta = (T - T_0)U/(RT_0^2), \quad \sigma = \sigma_{r\varphi}/\sigma_r,$

$$\omega = \omega_{\varphi}\mu(T_0)/\sigma_r, \quad x = r/r_1, \quad \tau = t\lambda/(C\rho r_1^2)$$

— безразмерные переменные, а

$$\delta = \sigma_r^2 r_0^4 U / (\lambda \mu(T_0) I r_1^2 R T_0^2), \quad \beta = R T_0 / U,$$

$$\text{Pr} = C\mu(T_0)/\lambda, \quad \text{Bi} = \alpha r_1 / \lambda, \quad F = C\rho r_1 S_{\text{ж}} / (C_{\text{м}}\rho_{\text{м}} V_{\text{м}})$$

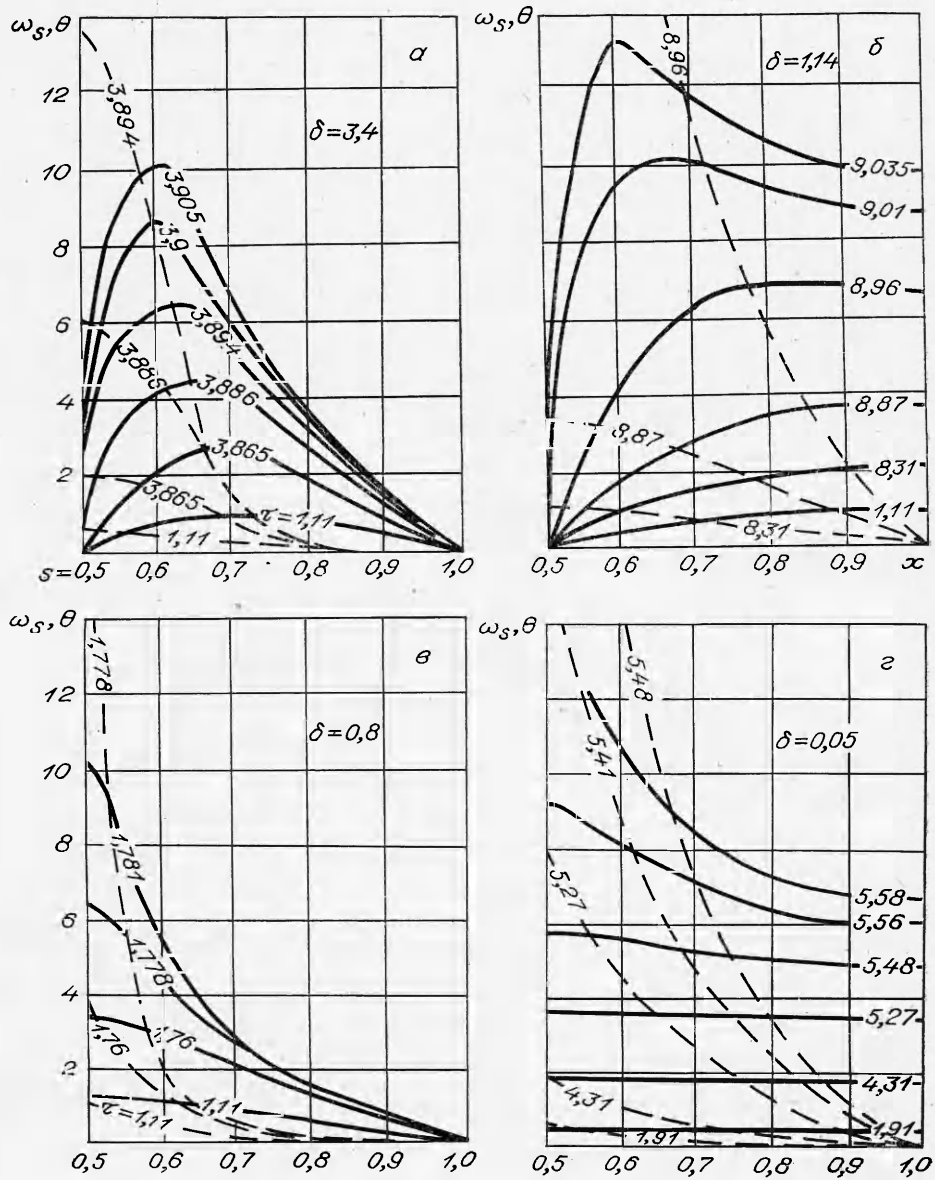
— безразмерные параметры.

Система уравнений решалась численно на ЭВМ. Находились функции $\Theta(x, \tau)$, $\omega(x, \tau)$ и $\sigma(x, \tau)$ при различных значениях параметров $\delta, \text{Bi}, F, s, \text{Pr}$.

2. При неизотермическом диссипативном течении жидкости в модели ротационного вискозиметра с постоянным касательным напряжением $\sigma_r = \text{const}$ возможно явление ГТВ [1, 3]. Отсюда вытекает, что для значений теплового параметра δ , больших критического ($\delta > \delta^*$), система уравнений (1.6) не имеет стационарного решения, определяющего распределение температур и скоростей; происходит их прогрессивное нарастание во времени. Зависимость между критическим значением δ^* и геометриче-

ским параметром s была определена аналитически в [8] на основе решения системы (1.6) в стационарном случае для частных значений критериев F и Bi . Ниже проведем изучение особенностей развития во времени гидродинамического теплового взрыва. На фиг. 1, $a - z$ для предельных случаев тепловых граничных условий приведены распределения угловой скорости и температуры (соответственно штриховая и сплошная линии) по радиусу в различные моменты времени τ . Значения параметра δ выбраны над взрывным пределом ($\delta > \delta^*$).

1. Случай изотермических цилиндров: $F = 0$, $Bi = \infty$ (фиг. 1, a). Температурные профили имеют максимум внутри зазора. Если в началь-



Ф и г. 1

ные моменты времени точка максимума («горячая» точка) лишь незначительно смещена от среднего слоя ($x = 0,75$), то в дальнейшем наблюдается ее перемещение к некоторой внутренней точке зазора ($x = 0,6$), где и происходит срыв температуры. В этой точке градиент скорости и функция диссипативного тепловыделения имеют максимальное значение. Из вида профилей угловых скоростей, имеющих перегиб, можно сделать вывод, что движение жидкости от внутреннего цилиндра распространяется не на весь зазор, а лишь на некоторую его часть и можно выделить практически неподвижную зону жидкости (ядро), составляющую приблизительно половину зазора. В таком случае приближение о среднем градиенте скоростей и использование изотермических формул для расчета вязкости становится уже непригодным.

2. Внутренний цилиндр изотермический, а внешний адиабатический: $F = 0$, $Vi = 0$ (см. фиг. 1, б). В начальные моменты времени распределение температуры монотонное и «горячая» точка расположена на внешнем теплоизолированном цилиндре. Однако в дальнейшем на профиле температуры появляется максимум, который перемещается внутрь зазора и останавливается при $x \approx 0,6$. Таким образом, и в этом случае срыв температуры (гидродинамический «взрыв») происходит внутри объема жидкости. То, что наиболее благоприятные условия для срыва температуры создаются в некоторой внутренней точке, а не на адиабатической поверхности, объясняется более сильным эффектом диссипативного тепловыделения, максимальным для некоторого внутреннего слоя, имеющего наибольший градиент скорости. Повышение температуры слоев жидкости внешнего цилиндра создает условия для роста градиента скорости во времени, и, в отличие от ранее рассмотренного случая, движение охватывает всю жидкость в зазоре.

3. Внутренний цилиндр адиабатический, а внешний изотермический: $F = 100$, $Vi = \infty$ (см. фиг. 1, в). «Горячая» точка расположена на внутреннем цилиндре, где и происходит срыв температуры. В этом случае возможно говорить о гидродинамическом «зажигании» жидкости от горячей поверхности внутреннего цилиндра. При этом охватывается движением лишь некоторый внутренний слой жидкости, а слой жидкости, прилегающий к внешнему цилиндру, остается неподвижным.

4. Случай адиабатических цилиндров: $F = 100$, $Vi = 0$ (см. фиг. 1, г). Для этого случая диссипативный нагрев жидкости происходит равномерно, распределение температуры незначительное до $\Theta \approx 5$. Далее оказывает влияние слабый нагрев внутреннего цилиндра (условие отсутствия нагрева соответствует $F \rightarrow \infty$), распределение температуры становится все более существенным. Максимальная температура находится на поверхности внутреннего цилиндра и от нее происходит гидродинамическое «зажигание». Поскольку в данном случае профили угловых скоростей не имеют характерных точек, неподвижную зону в жидкости выделить нельзя.

Отсутствие теплообмена или его малость на стенках цилиндров является благоприятной особенностью для вискозиметрических изменений по неизотермической схеме [9].

Таким образом, по всем разобранным случаям можно отметить следующее:

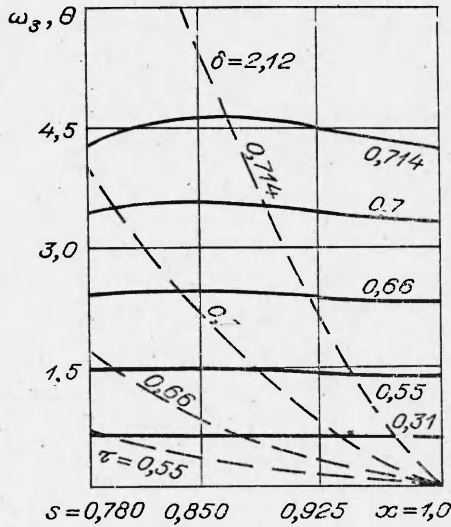
а) в зависимости от теплового граничного условия на внутреннем цилиндре имеет место либо режим гидродинамического «зажигания» (для горячей стенки), либо «самовоспламенения», когда срыв температуры происходит внутри объема жидкости (для холодной стенки); закономерности развития гидродинамического теплового взрыва имеют аналогию со взрывом от химической реакции [10];

б) в зависимости от теплового граничного условия на внешнем цилиндре может образоваться широкая неподвижная зона в жидкости (для холодной стенки), теплопередача в которой определяется теплопроводностью.

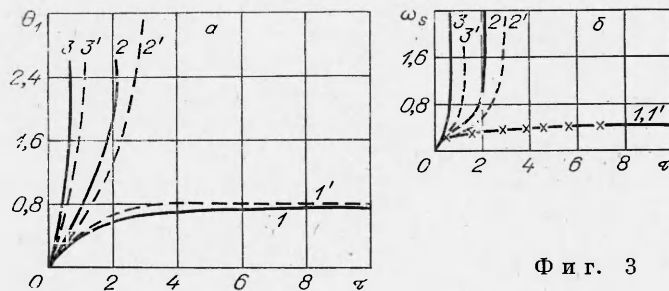
Распределения температуры и угловой скорости по зазору между цилиндрами, полученные численным счетом применительно к условиям эксперимента при $\delta > \delta^*$, приведены на фиг. 2, которая подтверждает справедливость принятого ранее допущения [3] об отсутствии распределения температуры в зоне течения в условиях, близких к адиабатическим, в достаточно широком диапазоне изменения температуры. Незначительное распределение температуры появляется лишь в области больших разогревов ($\Theta > 4$), которые практически недостижимы в эксперименте. Таким образом, это обстоятельство говорит о возможности определения вязкости по неизотермическому методу, описанному в [9].

3. Экспериментальные исследования ГТВ проводились на специально разработанном ротационном вискозиметре постоянного момента с пневматическим приводом [2]. В качестве объекта исследования было выбрано касторовое масло ($\text{Pr} = 3 \cdot 10^4$). Ранее параметры установки соответствовали $\text{Vi} = 2,8$, $s = 0,8$, $F = 10$ [1]. В данной работе был обеспечен более слабый теплообмен с окружающей средой ($\text{Vi} = 0,7$, $s = 0,78$, $F = 10$). Коэффициент теплоотдачи от жидкости к стенке внешнего цилиндра рассчитывался по методу регулярного режима [11] и оказался равным соответственно для $\text{Vi} = 2,8$ и $\text{Vi} = 0,7$ $\alpha = 0,483 \cdot 10^{-3}$ и $0,146 \cdot 10^{-3}$, $\text{кал} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}$.

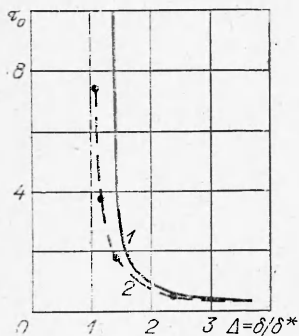
На фиг. 3, а, б, приведено сопоставление экспериментальных и теоретических зависимостей (соответственно штриховые и сплошные линии) от времени температуры жидкости $\Theta_1(\tau)$ на стенке у неподвижного внешнего цилиндра и числа оборотов $\omega_s(\tau)$ подвижного цилиндра при $\text{Vi} = 0,7$ (кривая 1, 1' соответствует $\delta = 0,76$; 2, 2' — $\delta = 1,16$; 3, 3' — $\delta = 2,12$). Видно, что имеет место полное качественное совпадение теоретических и экспериментальных результатов. На результаты сопоставления в области больших скоростей деформирования существенно сказываются конструктивные недостатки прибора (например, недостаточная центровка ротора),



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

а в области малых скоростей деформирования — неточности в определении коэффициента теплоотдачи.

Следует заметить, что при $Bi = 0,7$ характер кривых $\Theta(\tau)$ и $\omega(\tau)$ различен. Разогрев жидкости Θ монотонно растет со временем, на кривых же $\omega - \tau$ после резкого начального роста оборотов (преодоление инерции среды) имеется пологая площадка, и только вслед за ней происходит прогрессивное возрастание ω . Это объясняется квазистационарным характером протекания процесса, при котором гидродинамические изменения обусловлены лишь изменением вязкости, зависящей от температуры по экспоненциальному закону (1.1). Основные особенности этой зависимости и определяют характер функции $\omega(\tau)$.

При $Bi = 2,8$ ($s = 0,8$, $F = 10$) [1] сопоставление результатов показано на фиг. 4, где представлены теоретическая 1 и расчетная 2 кривые зависимостей периода индукции τ_0 от $\Delta = \delta/\delta^*$ — относительного удаления от предела самовоспламенения. За период индукции принималось время достижения предвзрывного разогрева $\Theta = 2$ (размерное $\Delta T \approx \approx 20^\circ\text{C}$). При $\Delta \rightarrow 1$ кривые имеют наибольшее расхождение, при достаточно большом удалении от предела ($\Delta > 3$) эти кривые практически сливаются.

Ранее в [1] путем нестационарного подхода, не учитывающего распределение температуры по радиусу, рассчитывались критические параметры

Способ определения	Критические параметры	δ^*	Критическая температура			Критическая скорость вращения	
			T_0^* , °C	ΔT_1^* , °C	Θ_1^*	n^* , об/мин	ω_s^*
Эксперимент		2,27	9,8	12	1,16	410	0,524
Численный счет		3,07	13,5	8,53	0,8	500	0,46
Расчет по [1]		—	9,4	10,31	1,0	375	0,483

гидродинамического теплового взрыва. Результаты расчета этих же характеристик в размерном и безразмерном виде, а также критических значений теплового параметра δ на основе численного решения задачи приведены в таблице, где T_0^* — критическая температура теплового взрыва; ΔT_1^* , n^* , Θ_1^* , ω_s^* — соответственно наибольшие значения стационарных величин разогревов и числа оборотов в размерном и безразмерном виде. Сопоставление с экспериментальными значениями этих же характеристик и с результатами ранее проведенного расчета показывает их приближенное совпадение. Это делает возможным сопоставлять критические значения критерия δ (аналог критерию Франк-Каменецкого в стационарной теории теплового взрыва) и критерия ω из [1] (аналог критерию Семенова из нестационарной теории) и, таким образом, находить эффективный коэффициент теплоотдачи [2].

Поступила 24 V 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Мержанов А. Г., Посецельский А. П., Столин А. М., Штейнберг А. С. Экспериментальное осуществление гидродинамического теплового взрыва.—«Докл. АН СССР», 1973, т. 210, № 1.
2. Мержанов А. Г., Столин А. М. и др. Авт. свид. № 473 934.— «Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки», 1975, № 22.
3. Мержанов А. Г., Столин А. М. К тепловой теории течения вязкой жидкости.— «Докл. АН СССР», 1971, т. 198, № 6.
4. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Пручкина Н. М. Тепловой взрыв при течении вязкой жидкости.— ПМТФ, 1968, № 5.
5. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. Некоторые задачи о неизотермическом стационарном течении вязкой жидкости.— ПМТФ, 1965, № 5.
6. Яблонский В. С., Каганов С. А. Течение Куэтта с учетом зависимости вязкости от температуры и теплоты трения.— «Изв. высш. учеб. заведений. Нефть и газ», 1958, № 5.
7. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. М., Изд-во АН СССР, 1959.
8. Столин А. М., Бостанджиян С. А., Плотникова П. В. Критические условия гидродинамического теплового взрыва при течении степенной жидкости.— В кн.: Тепло- и массообмен — V. Т. VII. Минск, 1976.
9. Мержанов А. Г., Столин А. М., Шаталов Б. Н. Неизотермический метод исследования реологических свойств текучих систем в ротационной вискозиметрии.— В кн.: Тепло- и массообмен — V. Т. VII. Минск, 1976.
10. Мержанов А. Г., Абрамов В. Г., Гонтковская В. Т. О закономерностях перехода от самовоспламенения к зажиганию.— «Докл. АН СССР», 1963, т. 148, № 2.
11. Кондратьев Г. М. Тепловые измерения. М.— Л., Машгиз, 1957.
12. Франк-Каменецкий Д. А. Теплопередача и диффузия в химической кинетике. М., «Наука», 1974.

УДК 536.25

**ТЕПЛОВАЯ ЛАМИНАРНАЯ КОНВЕКЦИЯ ЖИДКОСТИ
В КОЛЬЦЕВОЙ ОБЛАСТИ
ПРИ ЗАДАННОМ ПОТОКЕ ТЕПЛА**

В. А. Брайловская, Г. Б. Петражицкий

(Горький)

Рассмотрим нестационарный процесс течения и теплообмена вязкой несжимаемой жидкости в горизонтальном кольцевом канале при наличии постоянного теплового потока на его внешней поверхности.

Исследование проводится на основе численного решения системы двумерных нестационарных уравнений движения, неразрывности и энергии, которая имеет в полярной системе координат следующий вид [1]:

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F}{\partial \varphi} \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{\partial F}{\partial r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \right) = \text{Pr} \nabla^2 f + \text{GrPr}^2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi} \sin \varphi - \frac{\partial \Theta}{\partial r} \cos \varphi \right),$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F}{\partial \varphi} \frac{\partial \Theta}{\partial r} - \frac{\partial F}{\partial r} \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi} \right) = \nabla^2 \Theta, \quad f = \nabla^2 F,$$

где F и f — безразмерные функции тока и завихренности соответственно; $r_i = R_i/\delta$ — безразмерные радиусы внутреннего ($i = 1$) и внешнего ($i = 2$) цилиндра; $\delta = R_2 - R_1$ — величина зазора между цилиндрами.

В качестве масштаба температуры при введении безразмерной температуры Θ выбирается величина $\langle \Delta T \rangle$, равная разности средней температу-