

УДК 624.131

**СЛОЖНОЕ НАГРУЖЕНИЕ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ
С НЕПРЕРЫВНЫМ ПОВОРОТОМ ОСЕЙ ДЕФОРМАЦИЙ**

А. Ф. Ревуженко, В. П. Косых

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
E-mail: revuzhenko@yandex.ru, v-kosykh@yandex.ru,
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Для сыпучих и других подобных материалов без сцепления основные экспериментальные исследования проводятся на приборах, реализующих тот или иной тип сдвиговой деформации. Описан прибор, реализующий сложное нагружение с непрерывным поворотом осей тензора деформаций. Нагружение представляет собой суперпозицию плоскопараллельных течений Куэтта (простых сдвигов) между параллельными пластинами, вращающимися с постоянной угловой скоростью. Приведены экспериментальные данные по исследованию дилатансии и напряжений при деформировании в созданном приборе кварцевого песка. Установлено, что при циклическом деформировании величины дилатансии и напряжений стремятся к стационарным значениям. С увеличением сдвиговой деформации стационарные значения дилатансии увеличиваются. Напряжения в стационарной стадии деформирования периодически изменяются. Их средние значения слабо зависят от величины деформации в цикле, а амплитуда их колебаний возрастает.

Сдвиговая деформация, сложное нагружение, дилатансия, напряжения, неупругие среды, циклическое деформирование, однородное течение

DOI: 10.15372/FTPRPI20220202

Большинство математических моделей, которые используются для решения прикладных задач горного дела, носят феноменологический характер. Это означает, что определяющие уравнения строятся на основе экспериментальных данных. Какими должны быть соответствующие эксперименты? Ответ на этот вопрос хорошо известен: в экспериментальных образцах должно быть реализовано однородное (или как можно ближе к однородному) распределение напряжений и деформаций. Процесс однородного деформирования можно представить как отображение области V (образца), заданной в декартовых координатах $Ox_1x_2x_3$, в область V' с координатами

$$x'_i = a_{ij}x_j, \quad a_{ij} = \text{const}. \quad (1)$$

Согласно теории аффинных преобразований, область V в форме шара переходит в область V' в форме эллипсоида, плоскость переходит в плоскость, прямая — в прямую и т. д. По-видимому, на все вопросы теоретического характера ответы уже есть.

Если посмотреть на равенства (1) как на “техзадание” для экспериментатора, то появляются вопросы практического характера. Первый вопрос: какую поверхность S , ограничивающую область V , необходимо выбрать, чтобы на ней можно было реализовать преобразования (1)? Второй вопрос связан со следующим обстоятельством. В теории аффинных преобразований условия $a_{ij} = \text{const}$ означают, что данные коэффициенты не зависят от координат x_1, x_2, x_3 . Вопрос об их зависимости от времени $a_{ij} = a_{ij}(t)$ даже не ставится. В геометрии понятия времени вообще нет. В механике ситуация другая. Выбор коэффициентов как функций времени — это выбор траектории нагружения. Для неупругих материалов напряжения зависят не только от самих деформаций, но и от истории их изменения, т. е. траектории нагружения. Поэтому в программу экспериментальных исследований обязательно входит вопрос о выборе траектории нагружения. Здесь возможно неограниченное число разных вариантов. В связи с этим все траектории принято делить на отдельные классы и исследовать поведение материала только для некоторых представителей этих классов [1]. Первый класс — простые нагружения, когда оси тензора деформаций не меняют своей ориентации в пространстве. Сюда относятся и пропорциональные нагружения. Второй — сложные нагружения с поворотом осей тензора деформаций. Для образцов горных пород эксперименты ставятся на простое нагружение: двухосное сжатие [2], одометрическое сжатие [3], срез [4, 5], кручение и сдвиг [6–9].

В настоящее время особый интерес вызывают испытания материалов с физической и наведенной анизотропией [10]. С этой целью проводят деформирование образцов с поворотом главных осей тензора напряжений и с изломами траекторий [11–13] в приборах трехосного сжатия. Такие испытания выполняют на полых образцах, нагруженных внешним давлением, сжимающей нагрузкой и дополнительно приложенным крутящим моментом [14, 15].

Для сыпучих материалов, грунтов и сложных реологических сред без сцепления эксперименты типа одноосного сжатия практически невозможны. Здесь в качестве базового условия нагружения удобнее взять простой сдвиг — плоскопараллельное течение Куэтта между параллельными пластинами. Например, течение с распределением скоростей

$$\dot{x}_1 = \gamma x_2, \quad \dot{x}_2 = 0, \quad \dot{x}_3 = 0 \quad (2)$$

между пластинами $x_2 = \pm \gamma H$. На пластинах заданы скорости

$$\dot{x}_1 = \pm \gamma H, \quad \dot{x}_2 = 0, \quad \dot{x}_3 = 0. \quad (3)$$

Реализуем нагружение (2) в течение времени Δt . Затем остановим его и повернем материал между пластинами на угол $\Delta\alpha$ вокруг выбранного вектора

$$\bar{n} = n_1 \bar{e}_1 + n_2 \bar{e}_2 + n_3 \bar{e}_3,$$

$\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ — единичные векторы вдоль осей координат. После этого снова осуществим сдвиг (2), (3) в течение некоторого времени, а затем поворот на некоторый угол и т. д. В результате получим сложное нагружение с числом степеней свободы, определяемым тремя заданными функциями $\gamma(t), \alpha(t), \bar{n}(t)$. Если выбрать $\bar{n} = \bar{e}_3$, а $\alpha(t), \gamma(t)$ — кусочно-постоянными функциями, то придем к циклическому нагружению с изломами траекторий.

Случай $\bar{n} = \bar{e}_3$, $\alpha(t) = \omega t$, $\gamma = \text{const}$, $\gamma < \omega$, $\omega = \text{const}$ приводит к сложному нагружению с непрерывным поворотом осей тензора деформаций. Экспериментальные результаты для указанных типов нагружения приведены в [16].

Рассмотрим тип сложного нагружения, когда поворот осуществляется вокруг оси Ox_2 , т. е. положим $\bar{n} = \bar{e}_2$. Данный тип нагружения можно реализовать по схеме, представленной в [17]. На основе этой схемы в [17] описан прибор для определения вязкоупругих свойств полимерных материалов. В [18] на основе анализа соотношений (1) независимо предложена другая реализация. Схема нагружения показана на рис. 1а. Образец имеет форму прямого наклонного цилиндра. Угол γ между осью цилиндра и плоскостями оснований в процессе нагружения не меняется, а каждая из образующих описывает в пространстве коническую поверхность так, что после выполнения полного цикла нагружения возвращается в первоначальное положение. Величина деформаций образца за цикл нагружения определяется углом наклона оси цилиндра к основаниям и равна $\Gamma = \text{tg } 2\gamma$.

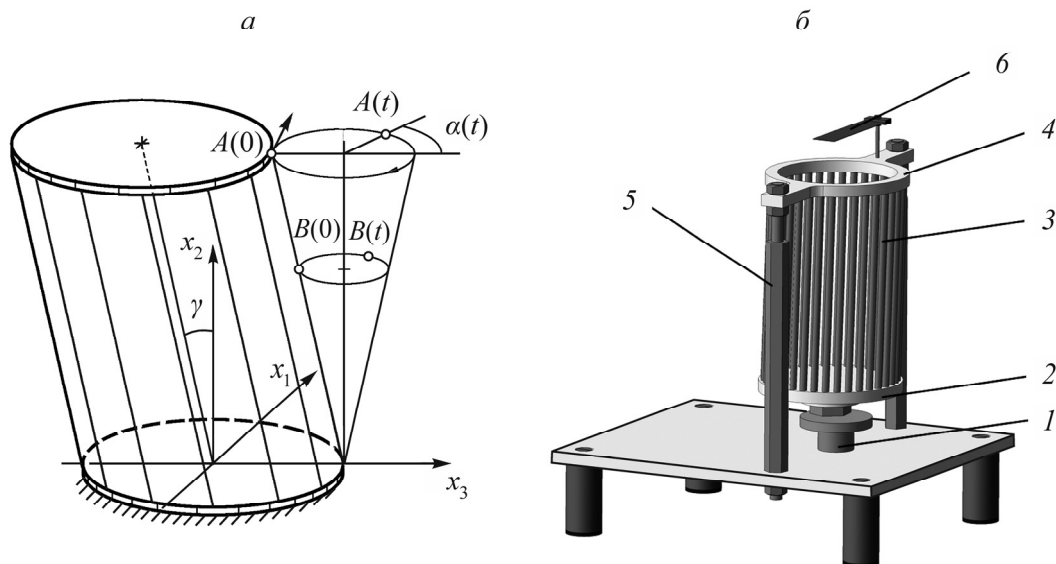


Рис. 1. Схема однородного сдвигового нагружения пространственного типа (а) и стенд для его реализации (б)

Устройство, реализующее данный способ нагружения, показано на рис. 1б. Камера нагружающего устройства состоит из закрепленного на платформе при помощи опор 5 верхнего неподвижного основания 4 с отверстием для загрузки и выгрузки материала. Нижнее основание 2 (дно камеры) эксцентрично закреплено на валу 1 и может вращаться на оси закрепления. Стальные спицы 3 образуют боковую поверхность камеры. Для герметичности спицы внутри камеры оклеены эластичным материалом. Угол наклона камеры задается смещением оси нижнего основания относительно оси вала 1. В движение вал 1 приводится с помощью электродвигателя.

В процессе эксперимента горизонтальное сечение камеры остается постоянным, поэтому о дилатансии образца (изменении объема) можно судить по изменению его высоты. Для измерения этого изменения высоты служит датчик перемещений б, выполненный в виде консольной балки с тензорезисторами, соединенными в мостовую схему. На конце консольной балки закреплен щуп, который опирается на легкую пластину, установленную на свободной поверхности образца. При деформировании высота образца изменяется, балка изгибается и на мостовой схеме появляется напряжение, которое усиливается и выводится на самописец.

Конструкция датчика нормальных напряжений показана на рис. 2. Чувствительный элемент датчика состоит из двух упругих балок, припаянных концами к жесткой стальной рамке. На балках наклеено по два тензорезистора, соединенных в одну мостовую схему. Между боковыми сторонами балок и рамки имеется зазор, чтобы не препятствовать изгибу балок. На датчик, помещенный в сыпучую среду, действует давление, которое деформирует чувствительный элемент (балки). В результате деформации изменяется сопротивление тензорезисторов и мостовой схемой генерируется сигнал, пропорциональный деформации балок (давлению среды). Использование в конструкции датчика чувствительного элемента из двух балок, закрепленных на противоположных сторонах, позволяет уменьшить погрешность измерения, обусловленную влиянием сил трения среды, действующих на его боковые поверхности. Для предотвращения попадания частиц сыпучего в зазоры между чувствительным элементом и рамкой датчик оклеен снаружи тонкой лавсановой пленкой. Размеры датчика $30 \times 20 \times 5$ мм.

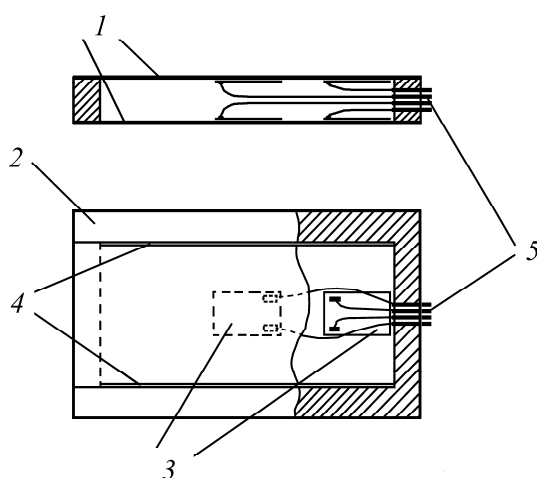


Рис. 2. Датчик нормальных напряжений: 1 — упругие балки; 2 — стальной каркас датчика (рамка); 3 — тензорезисторы; 4 — зазор; 5 — соединительные провода

Эксперименты проводились на кварцевых песках со средним диаметром частиц 0.28, 0.36, 0.80 мм и плотностью частиц 2.57 г/см^3 . Образцы песка просеивались через набор сит, а плотность частиц определялась пикнометрическим методом по ГОСТ 5180-2015. Нижнее основание камеры закреплялось, и в нее засыпался кварцевый песок. Засыпка осуществлялась через воронку с определенной высоты сканированием потока по поперечному сечению камеры. Такой способ засыпки позволял получить заданную и воспроизводимую пористость исходного образца. Пористость образца рассчитывалась по формуле

$$\Pi = \frac{V_{\text{п}}}{V} = 1 - \frac{V_{\text{тв}}}{V},$$

где $V_{\text{п}}$ — объем пор; $V_{\text{тв}} = m / \rho$ — объем твердой фазы, m — масса образца, ρ — плотность частиц; $V = (\pi D^2 / 4)H$ — объем образца, D — внутренний диаметр камеры, H — высота образца.

В первой серии опытов исследовалось влияние крупности песка и угла наклона оси цилиндра к основанию, т. е. величины сдвига за один цикл нагружения на дилатансию образца. Песок заданной фракции и массой 3 кг засыпался в камеру так, чтобы исходная высота

образца составляла 139 мм, что соответствовало пористости 38 %. Затем на свободную поверхность образца помещалась легкая пластинка, на которую опирался щуп датчика перемещений 6 (рис. 1б). При включении электродвигателя вал 1 начинал вращаться и образец деформировался.

На рис. 3 показаны диаграммы изменения высоты образцов для песка со средним диаметром частиц 0.8 мм при деформировании с разными углами наклона камеры. По оси ординат отложены высоты образцов, по оси абсцисс — число циклов деформирования (число полных оборотов). С увеличением числа циклов деформирования высота образцов уменьшается, стремясь к определенному стационарному значению. С увеличением γ уплотнение происходит более интенсивно, при этом стационарное значение высоты растет, предельная степень уплотнения образцов уменьшается.

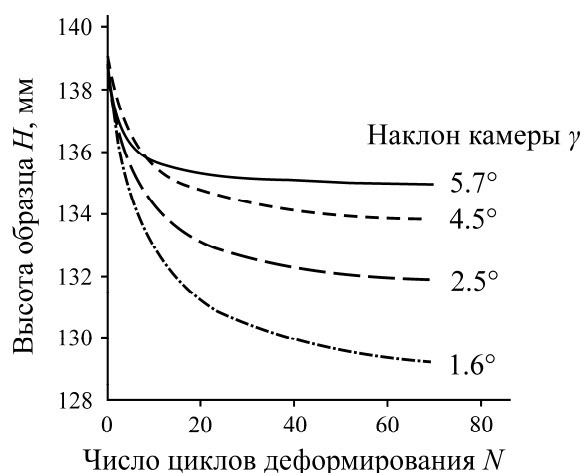


Рис. 3. Зависимость высоты образцов кварцевого песка со средним диаметром частиц 0.8 мм от числа циклов деформирования при различных углах наклона камеры

Аналогичный вид имеют зависимости и для песка другой крупности. На рис. 4 представлены кривые изменения высоты образцов песка трех фракций для двух углов наклона камеры. Отличие зависимостей заключается в скорости выхода процесса уплотнения на стационарное состояние и значениях пористости в стационарном состоянии.

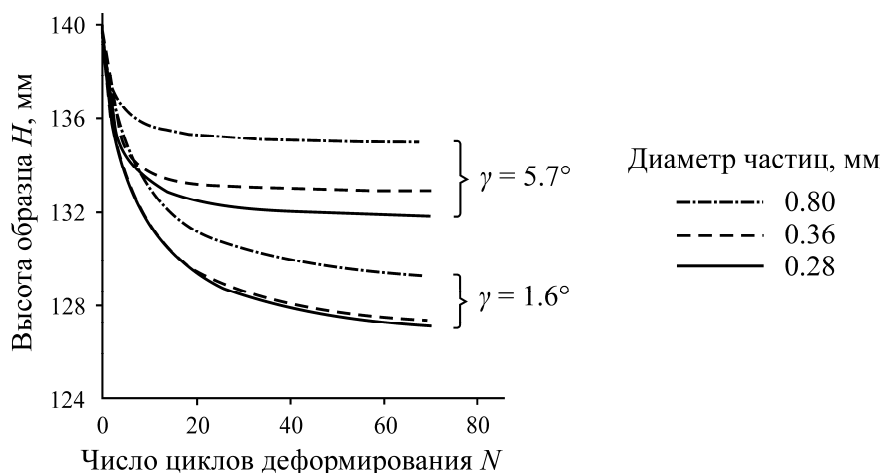


Рис. 4. Зависимость высоты образцов кварцевого песка со средним диаметром частиц 0.80, 0.36 и 0.28 мм от числа циклов деформирования при различных углах наклона камеры

На рис. 5 приведены значения стационарной высоты образцов разной крупности в зависимости от угла наклона камеры γ . При одном и том же значении угла стационарная высота тем больше, чем крупнее частицы материала. Эти результаты согласуются с [7], где установлено существование стационарной пористости при циклических сдвигах.

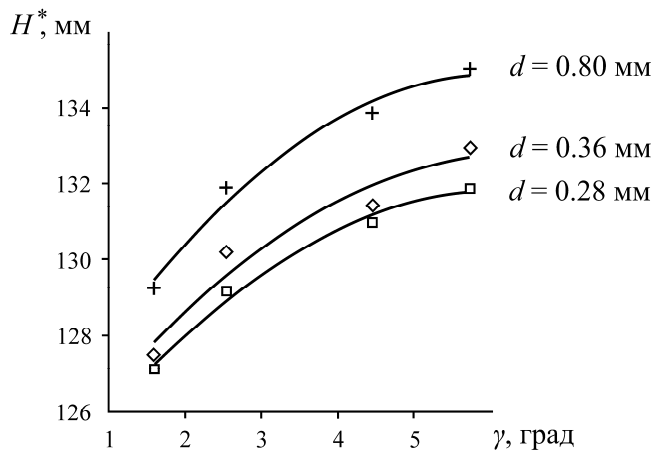


Рис. 5. Зависимость стационарной высоты образцов от угла наклона камеры для образцов с разным размером частиц

Во второй серии опытов исследовалось поведение нормальных напряжений в образцах песка при деформировании в зависимости от крупности песка и угла наклона камеры. Датчик напряжений 1 с помощью растяжек 2, 3 устанавливался между верхним и нижним основанием вдоль оси камеры (рис. 6). Нижняя растяжка 2 из тонкого витого провода крепилась концами к торцу датчика и центру нижнего основания. Верхняя растяжка 3 представляла собой витой провод, закрепленный одним концом на верхнем торце датчика 1, а другим — на перекладине 5, жестко связанной с верхним основанием 4. Растяжка и часть сигнальных проводов датчика, находящаяся в камере, помещались в эластичную поливинилхлоридную трубку диаметром 3 мм.

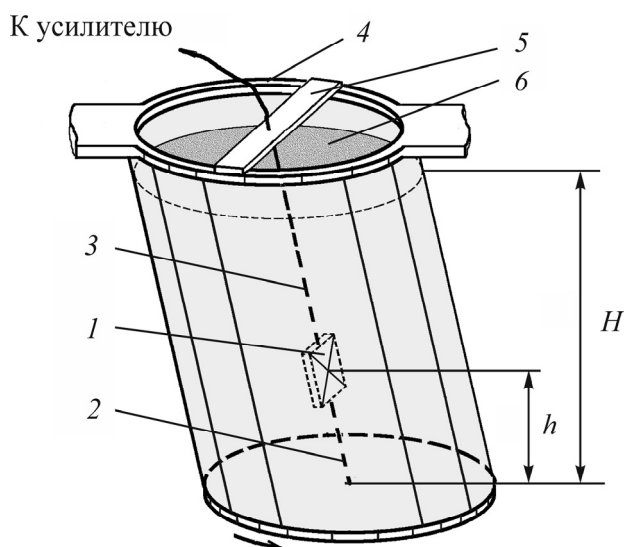


Рис. 6. Схема установки датчика напряжений

Формирование исходных образцов осуществлялось по тем же режимам, что и в первой серии опытов. Все опыты проводились с одним и тем же количеством материала — вес образцов 3 кг. Расстояние от дна камеры до центра датчика h равнялось 60 мм, а начальная высота H образцов b составляла 139 мм. В процессе деформирования непрерывно записывались показания датчика напряжений.

На рис. 7 показаны диаграммы напряжений для песка крупностью частиц $d = 0.8$ мм и $\gamma = 1.6^\circ$ для начальной стадии эксперимента (рис. 7а) и после выхода на стационарное состояние (рис. 7б).

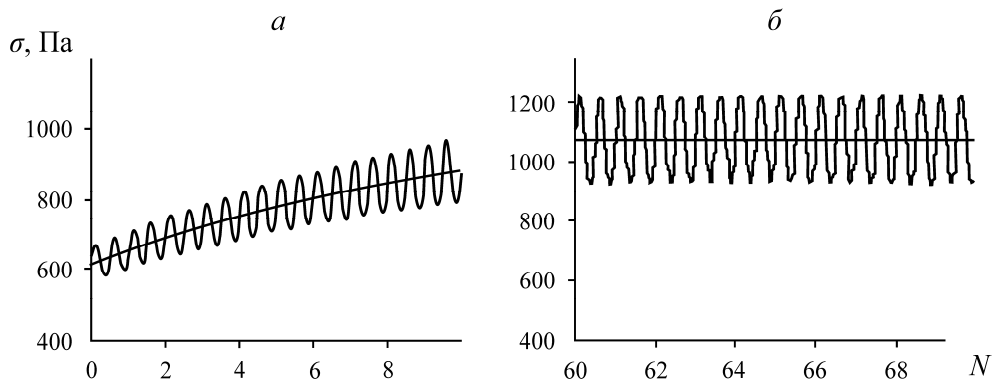


Рис. 7. Зависимости нормальных напряжений в образце крупностью частиц 0.8 мм и углом наклона камеры 1.6° от числа циклов: а — режим уплотнения материала; б — стационарный режим

Графики изменения напряжений за один цикл деформирования имеют четыре экстремума: два соответствуют минимальным и два — максимальным значениям. С увеличением числа циклов нагружения амплитуда колебаний напряжений увеличивается, постепенно стремясь к постоянному стационарному значению.

На амплитуду изменения напряжений влияет угол наклона камеры. На рис. 8 приведены огибающие максимальных и минимальных напряжений для двух углов наклона. Видно возрастание амплитуды колебаний напряжений с увеличением γ . Отметим, что среднее значение напряжений мало зависит от угла наклона камеры и стремится к величине давления вышерасположенных слоев материала.

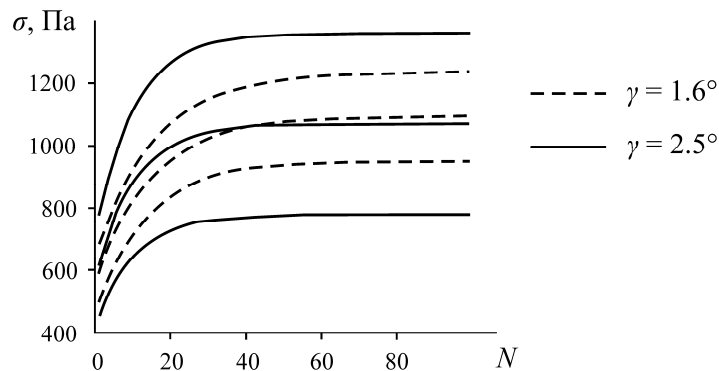


Рис. 8. Зависимость средних значений и огибающих нормальных напряжений от числа циклов деформирования при различных углах наклона камеры

В стационарном состоянии при фиксированном угле наклона камеры значение средних нормальных напряжений и их огибающих слабо зависит от крупности материала. Это видно по диаграммам напряжений для песка двух калибров (рис. 9).

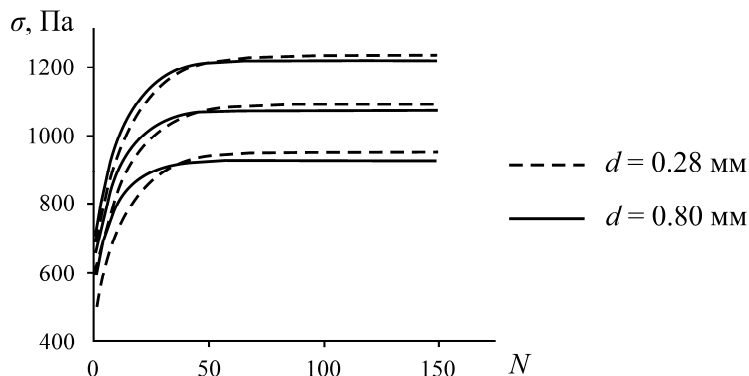


Рис. 9. Зависимость средних значений и огибающих нормальных напряжений от числа циклов деформирования для $\gamma = 1.5^\circ$ при различных размерах частиц кварцевого песка

ВЫВОДЫ

При циклическом деформировании сыпучих материалов на приборе, реализующем сложное нагружение с непрерывным поворотом осей тензора деформаций, с увеличением числа циклов деформирования пористость материала стремится к стационарному значению, которое зависит от крупности частиц материала и величины деформации за один цикл нагружения. Напряжения изменяются периодически, их амплитуда стремится к стационарному значению, а средняя величина — к значению давления, соответствующего закону Паскаля.

Авторы выражают благодарность А. П. Бобрякову и М. В. Ведерникову за ценные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильюшин А. А., Ленский В. С. Сопротивление материалов. — М.: Физматгиз, 1959. — 371 с.
2. Drescher A., Vardoulakis I., and Han C. A biaxial apparatus for testing soils, *Geotech. Testing J.*, 1990, Vol. 13, No. 3. — P. 226–234.
3. ГОСТ 12248.4-2020. Грунты. Определение характеристик деформируемости методом компрессионного сжатия.
4. ГОСТ 12248.1-2020. Грунты. Определение характеристик прочности методом одноплоскостного среза.
5. Адушкин В. В., Орленко Т. А. Прочностные характеристики и разуплотнение песчаного грунта при сдвиге // *Механика твердого тела*. — 1971. — № 2. — С. 167–171.
6. Бишоп А. У. Параметры прочности при сдвиге ненарушенных и перемятых образцов грунта // *Определяющие законы механики грунтов*. — М.: Мир, 1975. — С. 7–75.
7. Бобряков А. П., Ревуженко А. Ф. Однородный сдвиг сыпучего материала. Дилатансия // *ФТПРПИ*. — 1982. — № 5. — С. 23–29.

8. Герасимова Т. И., Кондратьев В. Н., Кочарян Г. Г. Модельные исследования особенностей сдвигового деформирования трещин, содержащих заполнитель // ФТПРПИ. — 1995. — № 4. — С. 61–68.
9. Косых В. П., Ревуженко А. Ф. Прибор простого сдвига // ФТПРПИ. — 2021. — № 4. — С. 171–178.
10. Болдырев Г. Г. Методы определения механических свойств грунтов с комментариями к ГОСТ 12248-2010. — М.: ООО “Прондо”, 2014. — 812 с.
11. Бугров А. К., Нарбут Р. М., Сипидин В. П. Исследование грунтов в условиях трехосного сжатия. — Л.: Стройиздат, Ленингр. отд-ние, 1987. — 184 с.
12. Болдырев Г. Г., Идрисов И. Х. Исследование анизотропного поведения грунтов в условиях сложного напряженного состояния. Состояние вопроса. Ч. 1. Влияние направления главного напряжения на прочность грунтов // Геотехника. — 2017. — № 5. — С. 4–19.
13. Wong R. S. K. and Arthur J. R. F. Induced and inherent anisotropy in sand, *Geotechnique*, 1985, Vol. 35, No. 4. — P. 471–481.
14. Yang L.-T., Li X., Yu H.-S., Wanatowski D. A laboratory study of anisotropic geomaterials incorporating recent micromechanical understanding, *Acta Geotechnica*, 2016, Vol. 11. — P. 1111–1129.
15. Huan Xiong, Lin Guo, Yuanqiang Cai, and Zhongxuan Yang. Experimental study of drained anisotropy of granular soils involving rotation of principal stress direction, *European J. Env. Civil Eng.*, 2015. <http://dx.doi.org/10.1080/19648189.2015.1039662>.
16. Ревуженко А. Ф. Механика сыпучей среды. — Новосибирск: ЗАО ИПП “Офсет”, 2003. — 373 с.
17. Пат. 4095461 США. Rheological test method and apparatus, кл. С 01 N3/24, 1978.
18. А. с. 1308879 СССР, МКИ G 01N 3/58. Устройство для испытаний сыпучих материалов / А. Ф. Ревуженко, А. П. Бобряков // Оpubл. в БИ. — 1987. — № 17.

*Поступила в редакцию 31/I 2022
После доработки 21/II 2022
Принята к публикации 14/III 2022*