

ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ПЕРЕМЕЖАЕМОСТИ В ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЯХ

Е. А. Мещеряков, В. А. Сабельников
(Жуковский)

Знание коэффициента перемежаемости γ (как известно, этим термином принято называть вероятность наблюдения в точке потока вполне турбулентной жидкости [1]) необходимо при расчете смешения и горения в турбулентных течениях [2—6]. В качестве характерного примера можно указать на общее соотношение для среднего значения скорости химической реакции W . Принимая во внимание, что химические реакции происходят только во вполне турбулентной жидкости, нетрудно получить $\langle W \rangle = \gamma \langle W \rangle_t$, где $\langle \rangle$ и $\langle \rangle_t$ — безусловное осреднение и осреднение по турбулентной жидкости соответственно. Таким образом, для правильного вычисления $\langle W \rangle$ нужно располагать величиной коэффициента перемежаемости.

Чаще всего для этой цели используется тот или иной приближенный алгебраический метод, в котором коэффициент перемежаемости связывается с двумя первыми моментами поля концентрации химически инертной примеси Z — средней концентрацией $\langle Z \rangle$ и дисперсией $\sigma^2 = \langle (Z - \langle Z \rangle)^2 \rangle = \langle Z^2 \rangle - \langle Z \rangle^2$ [3—6] (значения $\langle Z \rangle$ и σ^2 находятся при этом, например, из решения полуэмпирических уравнений).

Другой, более перспективный способ определения коэффициента перемежаемости состоит в использовании замкнутого с помощью полуэмпирических гипотез уравнения для γ , выведенного в [7—12]. Подобные попытки содержатся в [8—10, 13, 14]. В этих работах, однако, не проводилось систематического численного исследования уравнения и сопоставления с опытными данными, что не позволяет сделать однозначного заключения относительно общности используемых при замыкании гипотез и величине эмпирических констант. Такая работа проведена в настоящем исследовании, являющемся фактически продолжением работы [9]. В отличие от [8, 10, 13] в данной статье, как и в [9], при замыкании уравнения для коэффициента перемежаемости использованы результаты теоретического исследования плотности распределения вероятностей концентрации инертной примеси в турбулентных струйных течениях [7, 14].

Основные уравнения и замыкающие соотношения

Рассмотрим диффузию примеси в турбулентной струе несжимаемой жидкости, истекающей в затопленное пространство или в спутный поток. Из-за перемежаемости в любой точке потока с конечной вероятностью будут наблюдаться начальные концентрации примеси в струе и в окружающей среде (так как уравнение диффузии линейно, то, не ограничивая общности, можно принять, что указанные концентрации равны соответственно единице и нулю). Обозначим эти вероятности через γ_1 и γ_0 . Вероятность наблюдения промежуточных концентраций примеси, как показывают опыты (см., например, [15, 16]), совпадает с определенным выше коэффициентом перемежаемости.

Имеет место очевидное соотношение

$$\gamma_0 + \gamma_1 + \gamma = 1. \quad (1)$$

Запишем уравнения для γ_0 , γ_1 и γ , которые в общем виде выведены в [5, 9]

$$\frac{\partial \gamma_0}{\partial \tau} + \frac{\partial \langle u_k \rangle_0 \gamma_0}{\partial x_k} = - \dot{m}_0,$$

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \langle u_k \rangle_1 \gamma_1}{\partial x_k} = - \dot{m}_1,$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} + \frac{\partial \langle u_k \rangle_t \gamma}{\partial x_k} = \dot{m}_0 + \dot{m}_1, \quad (2)$$

$$\gamma_0 \langle u_k \rangle_0 + \gamma_1 \langle u_k \rangle_1 + \gamma \langle u_k \rangle_t = \langle u_k \rangle,$$

$$\dot{m}_0 = \gamma \langle N \rangle_t \frac{\partial P_t(0)}{\partial Z} > 0, \quad \dot{m}_1 = -\gamma \langle N \rangle_t \frac{\partial P_t(1)}{\partial Z} > 0.$$

Здесь $\langle u_k \rangle_0$ и $\langle u_k \rangle_1$ — условные средние значения скорости u_k в нетурбулентной жидкости при $Z=0$ и $Z=1$ соответственно; $N = D \left(\frac{\partial Z}{\partial x_k} \right)^2$ — скалярная диссипация мгновенных концентрационных неоднородностей (D — коэффициент молекулярной диффузии); $P_t(Z)$ — плотность распределения вероятностей концентрации во вполне турбулентной жидкости; τ — время; x_k — декартовы координаты ($k=1, 2, 3$). Отметим, что в силу (1) уравнения (2) не являются независимыми.

Физический смысл величин \dot{m}_0 и \dot{m}_1 в (2) достаточно ясен. Так, в уравнении для γ они описывают изменение относительного объема вполне турбулентной жидкости вследствие захвата нетурбулентной жидкости. Аналогичным образом в уравнениях для γ_0 и γ_1 источники \dot{m}_0 и \dot{m}_1 характеризуют уменьшение объема нетурбулентной жидкости. В рамках теории [7] \dot{m}_0 и \dot{m}_1 оказываются пропорциональными потокам плотности вероятностей на границах фазового пространства.

Задача замыкания (2) заключается в выражении величин $\langle u_k \rangle_0$, $\langle u_k \rangle_1$, $\langle u_k \rangle_t$, \dot{m}_0 и \dot{m}_1 через статистические характеристики турбулентности, используемые в развитых к настоящему времени полуэмпирических теориях (энергия турбулентности, турбулентная вязкость и т. д.). Остановимся на аппроксимации источников \dot{m}_0 и \dot{m}_1 . В [9] с использованием результатов [7] показано, что на краях турбулентных струй выполняются соотношения

$$\begin{aligned} \dot{m}_0 &\rightarrow 2,3\gamma \langle N \rangle / \sigma^2, & \gamma &\rightarrow 0, & \gamma_0 &\rightarrow 1, \\ \dot{m}_1 &\rightarrow 2,3\gamma \langle N \rangle / \sigma^2, & \gamma &\rightarrow 0, & \gamma_1 &\rightarrow 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Аппроксимации \dot{m}_0 и \dot{m}_1 , учитывающие асимптотические соотношения (3), предложены в [9]. Здесь они будут использованы без изменения:

$$\dot{m}_0 = \alpha \gamma \gamma_0 \frac{\langle N \rangle}{\sigma^2}, \quad \dot{m}_1 = \alpha \gamma \gamma_1 \frac{\langle N \rangle}{\sigma^2}, \quad \dot{m} = \dot{m}_0 + \dot{m}_1 = \alpha \gamma (1 + \gamma) \frac{\langle N \rangle}{\sigma^2}. \quad (4)$$

Здесь α — эмпирическая постоянная, значение которой, вообще говоря, может отличаться от 2,3 (ясно, что $\alpha = \text{const}$ — простейшее предположение, которое в дальнейшем может быть уточнено). В связи с принятой аппроксимацией источников \dot{m}_0 и \dot{m}_1 необходимо подчеркнуть следующее обстоятельство. Как следует из физических соображений, должны выполняться неравенства $0 < \gamma_0 < 1$, $0 < \gamma_1 < 1$, $0 < \gamma < 1$, если только они выполнены в начальный момент времени. Соотношения (4) подобраны так, чтобы удовлетворить этому важному условию. Выполнение этого условия подтверждается решением для случая статистически однородной турбулентности

$$\gamma = \frac{\gamma(\tau_0)}{\gamma(\tau_0) + [1 - \gamma(\tau_0)] e^{-T}}, \quad 0 < \gamma(\tau_0) < 1, \quad T = \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\langle N \rangle}{\sigma^2} dt.$$

Кроме того, это решение показывает, что $\gamma \rightarrow 1$ при $\tau \rightarrow \infty$; последнее свойство также соответствует существу рассматриваемой задачи¹. Аналогично доказываются неравенства для γ_0 и γ_1 .

¹ Аппроксимация источника \dot{m} , предложенная в [10], содержит в общем случае три члена. В статистически однородном случае из них остается только один, который, если принять приведенную ниже гипотезу (5), функционально совпадает с \dot{m} в (4), но будет иметь знак минус. Тем самым $\gamma \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$, что противоречит физике явления.

Отношение $(\langle N \rangle / \sigma^2)^{-1}$ в (4) имеет размерность времени и характеризует временной интегральный масштаб пульсаций концентрации. Поскольку сейчас наибольшее развитие получили полуэмпирические методы расчета статистических характеристик поля скорости в турбулентных потоках, желательнее связать масштаб времени $\sigma^2 / \langle N \rangle$ с соответствующей характеристикой поля скорости. Существующие экспериментальные данные свидетельствуют о том, что в сдвиговых течениях с приемлемой для большинства практических приложений точностью упомянутый временной масштаб можно считать пропорциональным интегральному масштабу пульсаций скорости $q^2 / \langle \varepsilon \rangle$ ($q^2 = \langle (u_k - \langle u_k \rangle)(u_k - \langle u_k \rangle) \rangle$), $\langle \varepsilon \rangle$ — скорость диссипации энергии турбулентности $E = q^2 / 2$, т. е.

$$\sigma^2 / \langle N \rangle = r \cdot q^2 / \langle \varepsilon \rangle, \quad (5)$$

где $r \approx 0,5 \div 0,8$ [17].

Еще более удобное при расчетах выражение для $\sigma^2 / \langle N \rangle$ получится, если для величины $\langle \varepsilon \rangle$ в (5) воспользоваться известным полуэмпирическим соотношением (см., например, [18]) $\langle \varepsilon \rangle = aE^2 / \nu_t$, где a — эмпирическая постоянная; ν_t — коэффициент турбулентной вязкости. Тогда из (5) получим

$$\sigma^2 / \langle N \rangle = 2r/a \cdot \nu_t / E. \quad (6)$$

Перейдем к аппроксимации членов в (2), содержащих величины $\langle u_k \rangle_0$, $\langle u_k \rangle_1$ и $\langle u_k \rangle_t$. В [9] по аналогии с основной гипотезой полуэмпирической теории турбулентной диффузии предлагались следующие соотношения градиентного типа:

$$\begin{aligned} \gamma_0 (\langle u_k \rangle_0 - \langle u_k \rangle) &= -D_\gamma \frac{\partial \gamma_0}{\partial x_k}, \quad \gamma_1 (\langle u_k \rangle_1 - \langle u_k \rangle) = -D_\gamma \frac{\partial \gamma_1}{\partial x_k}, \\ \gamma (\langle u_k \rangle_t - \langle u_k \rangle) &= -D_\gamma \frac{\partial \gamma}{\partial x_k}. \end{aligned} \quad (7)$$

Коэффициент переноса D_γ в [9] полагался равным обычному коэффициенту турбулентной диффузии D_t , связанному с ν_t посредством турбулентного числа Прандтля. В данной работе это предположение изменено в соответствии с теорией [7]. В рамках предположений, выдвинутых в [7], на основном участке струй, где $\gamma_t \approx 0$, имеет место равенство

$$\gamma (\langle u_k \rangle_t - \langle u_k \rangle) = q_k \sigma^{-2} \langle Z \rangle (1 - \gamma).$$

Здесь $q_k = \langle (Z - \langle Z \rangle)(u_k - \langle u_k \rangle) \rangle$ — поток вещества, который, согласно теории турбулентной диффузии, представляется в виде $-D_t \frac{\partial \langle Z \rangle}{\partial x_k}$. Если учесть, что величины, осредненные по вполне турбулентной жидкости, изменяются слабо [1], т. е. справедливо неравенство $\frac{\partial \langle Z \rangle_t}{\partial x_k} \ll \frac{\partial \gamma}{\partial x_k}$, можно получить приближенное выражение для потока вещества

$$q_k = -D_t \frac{\partial \gamma \langle Z \rangle_t}{\partial x_k} \approx -D_t \langle Z \rangle_t \frac{\partial \gamma}{\partial x_k} = -D_t \frac{\langle Z \rangle}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial x_k}.$$

В результате имеем

$$\gamma (\langle u_k \rangle_t - \langle u_k \rangle) = q_k \sigma^{-2} \langle Z \rangle (1 - \gamma) \approx -\frac{1 - \gamma}{1 - \gamma} D_t \frac{\partial \gamma}{\partial x_k}, \quad (8)$$

где $I_\gamma = \langle Z^2 \rangle_t / \langle Z \rangle_t^2 = 1 + \frac{\sigma_t^2}{\langle Z \rangle_t^2} = \gamma \left(1 + \frac{\sigma^2}{\langle Z \rangle^2} \right)$. Заметим, что величина I_γ строго больше единицы и, согласно данным [7, 14], изменяется от 1,04 при $\gamma \approx 1$ до 1,3 при $\gamma \rightarrow 0$.

Из сопоставления (7) и (8) находим качественный вид искомой зависимости² (здесь важно то, что $D_\gamma \rightarrow 0$ при $\gamma \rightarrow 1$) $D_\gamma \sim (1 - \gamma) D_t$.

² Аналогичная зависимость с помощью других соображений получена в [10].

Приведенные рассуждения позволяют остановиться на следующем выражении для коэффициента переноса:

$$D_\gamma = (1 - \gamma) \frac{1}{Pr_\gamma} v_{tz} \quad (9)$$

где Pr_γ — постоянная порядка единицы. Собирая вместе замыкающие соотношения (4)–(7), (9), выпишем систему полуэмпирических уравнений для γ_0 , γ_1 и γ в окончательном виде

$$\begin{aligned} L(\gamma_0) &= -\dot{m}_0, & L(\gamma_1) &= -\dot{m}_1, & L(\gamma) &= \dot{m} = \dot{m}_0 + \dot{m}_1, \\ \dot{m}_0 &= \alpha b \gamma \gamma_0 \cdot E / v_t, & \dot{m}_1 &= \alpha b \gamma \gamma_1 \cdot E / v_t, \\ \dot{m} &= \alpha b \gamma (1 - \gamma) \cdot E / v_t, & b &= a / 2r, \\ L(\cdot) &= \frac{\partial}{\partial t} + \langle u_k \rangle \frac{\partial}{\partial x_k} - \frac{1}{Pr_\gamma} \frac{\partial}{\partial x_k} (1 - \gamma) v_t \frac{\partial}{\partial x_k}. \end{aligned} \quad (10)$$

Далее будут рассматриваться стационарные течения, для которых производная по времени $\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0$.

Расчет коэффициента перемежаемости в автомоделных течениях

Как принято в любой полуэмпирической теории турбулентности, начальный этап проверки полученных уравнений (10) состоит в расчете автомоделных течений. Здесь будут рассмотрены плоская и осесимметричная струи, след за круговым цилиндром и слой смешения со сдвигом и без сдвига скорости (тепловой слой, развивающийся, например, за турбулизирующей решеткой, часть которой подогрета). За исключением последнего случая для отношения $\sigma^2 / \langle N \rangle$, входящего в \dot{m}_0 и \dot{m}_1 , использовалось выражение (6).

Система (10) для автомоделных течений переходит в систему обыкновенных дифференциальных уравнений, которая здесь ради краткости не выписывается. Отметим только, что в струях и следе достаточно рассмотреть одно уравнение для γ , поскольку $\gamma_1 = 0$, а $\gamma_0 = 1 - \gamma$. В слоях смешения наряду с уравнением для γ необходимо решать еще одно, например для γ_0 . Граничные условия при постановке краевой задачи достаточно очевидны. В частности, для струйных течений на оси (плоскости) симметрии ставится условие симметрии (по не $\gamma - 1$) и стремление γ к нулю при удалении от оси. Численно уравнения решали методом, описанным в [19]. Чтобы исключить на данном этапе анализа уравнений (10) влияние неточностей, не связанных с замыканием, распределения продольной средней скорости, энергии турбулентности и коэффициента турбулентной вязкости в сдвиговых течениях задавали исходя из соответствующих экспериментальных данных. При этом коэффициент турбулентной вязкости определяли косвенным путем по известному распределению продольной средней скорости из уравнения движения; поперечную среднюю скорость находили из уравнения неразрывности. В расчете слоя смешения без сдвига скорости для \dot{m}_0 и \dot{m}_1 использовали непосредственно соотношения (4), поскольку в [20, 21] для этого случая имеются данные измерений отношения $\langle N \rangle / \sigma^2$.

Перед проведением расчетов необходимо задаться также значениями эмпирических постоянных, входящих в (10). Что касается постоянной a , то для сдвиговых течений, как показано в [22, 23], ее величина зависит от типа течения — в струях и слое смешения $a \approx 0,07$, а в следе $a \approx 0,2$. Постоянная r далее принималась равной 0,5. Постоянные α и Pr_γ находили из условия лучшего соответствия расчетов с экспериментальными данными. В результате такого сравнения получено: $\alpha = 2,5$ и $Pr_\gamma = 2,0$ (следует подчеркнуть близость «оптимального» значения посто-

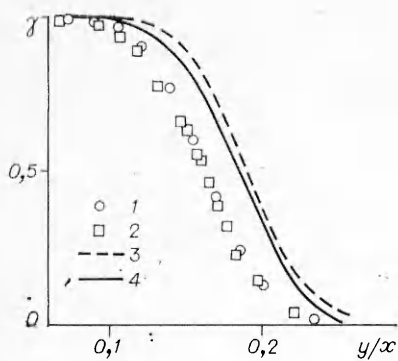


Рис. 1. Коэффициент перемежаемости в круглой струе (d — диаметр сопла).

1 — эксперимент [30], $Re_d = 10^5$; 2 — [28], $Re_d = 5,6 \cdot 10^4$; 3 — [29], $Re_d = 5,4 \cdot 10^4$; 4 — расчет.

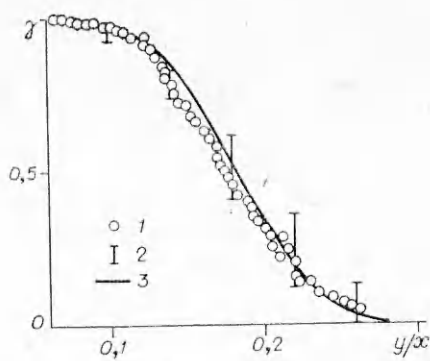


Рис. 2. Коэффициент перемежаемости в плоской струе (h — высота щели).

1 — эксперимент [31], $Re_h = 3 \cdot 10^4$; 2 — [32, 33]; 3 — расчет.

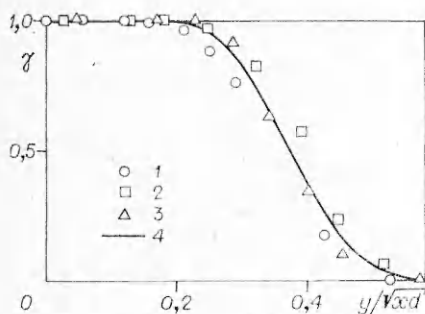


Рис. 3. Коэффициент перемежаемости в плоском следе.

1 — [13]; 2, 3 — [13], данные Fabris; 4 — расчет.

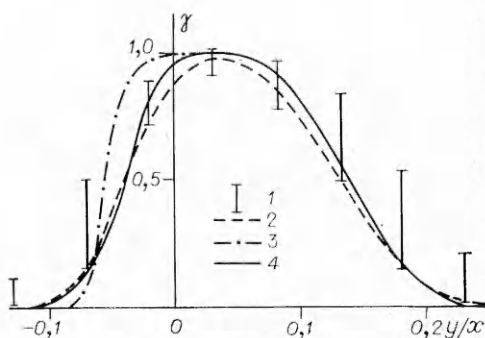
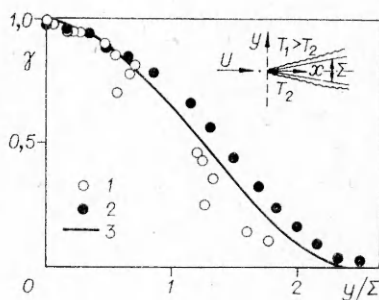


Рис. 4. Коэффициент перемежаемости в слое смешения со сдвигом скорости.

1 — эксперимент [34]; 2 — [34], данные Fiedler; 3 — расчет, $a=0,07$; 4 — расчет, $a=0,2$ при $u > U/2$ и $a=0,07$ при $u \leq U/2$.

Рис. 5. Коэффициент перемежаемости в тепловом слое смешения (без сдвига скорости).

1 — эксперимент [35]; 2 — [36]; 3 — расчет, T — температура, $\Sigma = \sqrt{2D_r x/U}$ — дисперсия профиля средней температуры, определенная сопоставлением экспериментального профиля с интегралом вероятности; в силу симметрии профиля γ относительно $y=0$ представлена половина графика.



янной α к 2, 3, рекомендованному в [9]; этот вывод сохраняется при изменении r в диапазоне $0,5 \div 0,8$.

Результаты расчетов для всех рассмотренных типов течений совместно с экспериментальными данными представлены на рис. 1—5. Видно, что они оказываются достаточно близки между собой, за исключением слоя смешения со сдвигом скорости (см. рис. 4, 3). Это единственное расхождение можно уменьшить, если принять во внимание, что согласно измерениям (см., например, [25]), структура турбулентности в высокоскоростной части слоя смешения близка по своим характеристикам к течению в следе, в то время как низкоскоростная часть напоминает струю. Естественно

считать, что в высокоскоростной части слоя смешения³ $a = 0,2$. Результат расчета, выполненного при таком предположении, приведен на рис. 4 (высокоскоростной частью слоя смешения в расчете условно считалась область, где скорость превышает половину скорости набегающего потока U , следовательно, $a = 0,2$ при $u > 1/2U$ и $a = 0,07$ при $u \leq 1/2U$).

Расчет коэффициента перемежаемости в неавтономной осесимметричной струе

Следующий этап проверки уравнений (10) должен состоять в численном решении неавтономной задачи и сопоставлении результатов расчета с опытом. Поскольку в литературе известна пока только одна экспериментальная работа [27], содержащая данные измерений коэффициента перемежаемости в осесимметричной струе на различных расстояниях от среза сопла, рассмотрим эту задачу.

Поля средней скорости, энергии турбулентности и коэффициента турбулентной вязкости будем находить из решения уравнений полуэмпирической модели [26] (см. также [22, 23]). В приближении пограничного слоя и в обозначениях, общепринятых в теории турбулентных течений с поперечным сдвигом скорости, эти уравнения имеют вид (знаки осреднения опущены)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \quad \Lambda(u) = 0, \\ \Lambda(E) &= \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - a \frac{E}{\nu_t}, \quad \Lambda(\omega) = c\omega \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| - 2a\omega^{3/2}, \\ \Lambda(\gamma) &= \alpha b \gamma (1 - \gamma) \frac{E}{\nu_t}, \quad \Lambda(\gamma_0) = -\alpha b \gamma \gamma_0 \frac{E}{\nu_t}, \\ \Lambda(\cdot) &= u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} - \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\text{Pr}} \frac{\partial}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $\text{Pr} = 1,0$, Pr_E , Pr_ω , $\text{Pr}_\gamma/(1-\gamma)$ в уравнениях для u , E , $\omega = E^2/\nu_t^2$, γ и γ_0 соответственно. Константы c , Pr_E , Pr_ω — дополнительные эмпирические постоянные. В расчетах принималось: $\text{Pr}_E = \text{Pr}_\omega = 1$, $\text{Pr}_\gamma = 2$. Значения постоянных c и a также зависят от типа течения [22, 23] — в струях и слое смешения $c \approx 0,3$, в следе $c \approx 0,6$. Согласно выводу, сделанному выше, в высокоскоростной части слоя смешения на начальном участке струи значения постоянных a и c брались как в следе, т. е. $a = 0,2$, $c = 0,6$ (при вычислениях высокоскоростной частью слоя смешения считалась область в ядре струи, где $\gamma_1 \neq 0$), в остальной области $a = 0,07$, $c = 0,3$.

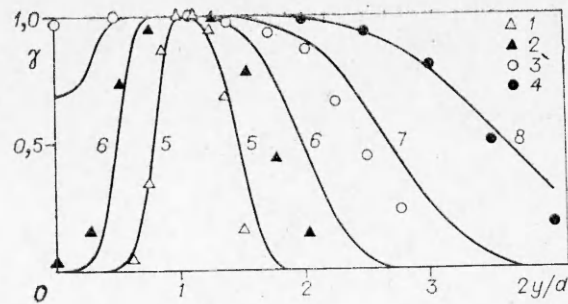
Кратко остановимся на выборе начальных и граничных условий задачи. Основные моменты состоят в следующем. На кромке сопла с помощью задания профиля продольной средней скорости в виде степенной зависимости от поперечной координаты (показатель брался равным $1/7$) моделировался турбулентный пограничный слой, его толщина $\delta = 0,1d$, где d — диаметр сопла. Коэффициент турбулентной вязкости в пограничном слое определялся на основе теории пути смешения Прандтля: турбулентная вязкость в ядре струи полагалась постоянной и равной $10^{-3}Ud$ (U — скорость истечения). Энергия турбулентности связывалась с профилем турбулентной вязкости известным [1] соотношением $E =$

$$= \frac{\nu_t \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|}{0,3}. \text{ Профили } \gamma_0 \text{ и } \gamma_1 \text{ в начальном сечении на срезе сопла задавались}$$

³ В [23] установлена зависимость постоянной a от эффективной степени деформации, введенной в теорию сдвиговых турбулентных течений Таунсендом [24], — a уменьшается с увеличением степени деформации. Согласно [22, 23], значение степени деформации в следе в 2—3 раза меньше, чем в струях. Численное решение уравнения для степени деформации [23] дает в высокоскоростной части слоя смешения существенно меньшие значения степени деформации, чем в низкоскоростной. Этот результат дополнительно свидетельствует о правильности сделанного в [25] наблюдении.

Рис. 6. Распределение коэффициента перемежаемости на неавтономном участке круглой струи.

1-4 — эксперимент [27]; 5-8 — расчет, $x/d=1$ (1, 5), 3 (2, 6), 6 (3, 7), 10 (4, 8).



слегка «размазанными» ступенчатыми функциями. В качестве граничных условий для каждой искомой функции f использовалось $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$ на оси струи и при $y \rightarrow \infty$.

Численное решение уравнений (11) проводилось конечно-разностным методом [6]. Результаты расчетов продольной скорости и энергии турбулентности в струе удовлетворительно согласуются с известными экспериментальными данными из [1, 30] (это сопоставление имеется в [6] и здесь не приводится). Рассчитанные профили коэффициента перемежаемости в поперечных сечениях струи на различных расстояниях от среза сопла и соответствующие экспериментальные данные из [27] представлены на рис. 6. В целом имеет место удовлетворительное соответствие между рассчитанными и экспериментальными профилями.

Полученные результаты позволяют надеяться, что предложенное в настоящей работе полуэмпирическое уравнение для коэффициента перемежаемости окажется весьма полезным при расчете смешения и горения газообразных топлив.

Поступила в редакцию 18/XII 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Таунсенд. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М.: ИЛ, 1959.
2. В. Р. Кузнецов. Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, 3.
3. В. Л. Зимонт, Е. А. Мещеряков, В. А. Сабельников. ФГВ, 1978, 14, 3.
4. F. G. Lockwood, A. S. Naguib. Comb. Flame, 1975, 24.
5. В. Р. Кузнецов, А. Б. Лебедев и др. Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, 4.
6. В. Л. Зимонт, Е. А. Мещеряков, В. А. Сабельников.— В кн.: Теория и практика сжигания газов. Вып. VII. Л.: Недра, 1981.
7. В. Р. Кузнецов. Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, 5.
8. P. A. Libby. J. Fluid Mech., 1975, 68, 2.
9. В. А. Сабельников. Тр. ЦАГИ. Вып. 1988, 1979.
10. S. Byggstoyl, W. Kollmann. Int. J. Heat Mass Transfer, 1981, 24, 11.
11. С. Dorazo. J. Fluid Mech., 1977, 84, 3.
12. P. Duhamel. Letters in Heat and Mass Transfer, 1981, 8.
13. P. A. Libby. Phys. Fluids, 1976, 19, 4.
14. В. А. Сабельников. ФГВ, 1982, 18, 2.
15. R. Chevray, N. K. Tutu. J. Fluid Mech., 1978, 88, 1.
16. В. А. Antonia, A. Prabhu, S. Stephenson. J. Fluid Mech., 1975, 72, 3.
17. Б. Е. Жаундер.— В кн.: Турбулентность. М.: Машиностроение, 1980.
18. K. Hanjalic, V. E. Launder. J. Fluid Mech., 1972, 52, 4.
19. В. Н. Расцупкин, А. Н. Секундов. Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, 5.
20. J. C. La Rue, P. A. Libby. Phys. Fluids, 1981, 24, 4.
21. J. C. La Rue, P. A. Libby, D. V. R. Seshadri. Phys. Fluids, 1981, 24, 11.
22. С. А. Сабельников. Автореф. канд. дис. М.: МФТИ, 1974.
23. А. А. Прасковский, В. А. Сабельников.— В кн.: Струйные течения жидкостей и газов. Ч. 1. Новополюк, 1982.
24. A. A. Townsend. J. Fluid Mech., 1970, 41, 1.
25. I. Wygnanski, H. E. Fiedler. J. Fluid Mech., 1970, 41, 2.
26. А. Н. Колмогоров. Изв. АН СССР. Сер. физ., 1942, 6, 1-2.
27. S. Sami, T. Carmody, H. Rouse. J. Fluid Mech., 1967, 27, 2.
28. E. J. Shaughnessy, J. B. Morton. J. Fluid Mech., 1977, 80, 1.
29. H. A. Becker, H. C. Hottel, G. C. Williams. J. Fluid Mech., 1967, 30, 2.
30. I. Wygnanski, H. Fedler. J. Fluid Mech., 1969, 38, 3.
31. E. Gutmark, I. Wignanski. J. Fluid Mech., 1976, 73, 3.
32. L. J. S. Bradbury. J. Fluid Mech., 1965, 23, 1.

33. G. Heskestad. J. Appl. Mech., 1965, 39, 4.
 34. S. Rajagopalan, R. A. Antonia. AIAA J., 1980, 18, 9.
 35. М. А. Мешков, Ю. А. Щербина.— В кн.: Аннотации докладов пятого Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике. Алма-Ата: Наука, 1981.
 36. J. F. Keffer, G. J. Olsen, J. G. Kawalt. J. Fluid Mech., 1977, 79, 3.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СВЕРХЗВУКОВОГО РЕАГИРУЮЩЕГО ТЕЧЕНИЯ В БЛИЖНЕМ СЛЕДЕ ЗА ОБРАТНЫМ УСТУПОМ

Н. Н. Яненко, В. И. Головичев
 (Новосибирск)

Для достижения высокой полноты сгорания в камере со сверхзвуковым движением рабочего вещества необходимо обеспечить большую глубину проникновения газообразного топлива в поток окислителя. Естественно, что радиальный подвод топлива более предпочтителен по сравнению с осевым. Вдуваемый газ проникает в поток окислителя, перемешиваясь и реагируя с ним при дальнейшем течении. Однако следует учитывать, что сжатие основного потока вследствие уменьшения проходного сечения камеры, вызываемого вдувом струи топлива, должно быть достаточно умеренным, чтобы не вызывать перехода сверхзвукового режима течения в дозвуковой. В этом отношении представляет интерес анализ эффективности радиального вдува топлива в камеру в условиях, когда струя, подаваемая параллельно оси (или плоскости) симметрии потока, является недорасширенной. Реалистичная картина такого течения может быть рассчитана лишь на основе совместного решения полных нестационарных уравнений динамики вязкого газа (уравнений Навье — Стокса) и уравнений переноса массы отдельных компонентов смеси, источники члены в которых описывают совокупность протекающих в потоке неравновесных физико-химических процессов.

Основные законы сохранения массы, количества движения и энергии, лежащие в основе газодинамической модели многокомпонентной сплошной среды, хорошо известны [1] и приведены ниже без вывода и с минимальными пояснениями

$$\begin{aligned}
 \partial \rho / \partial t &= -\partial(\rho u_j) / \partial x_j, \\
 \partial(\rho u_i) / \partial t &= -\partial(\rho u_i u_j) / \partial x_j - \partial p / \partial x_i + \partial \pi_{ij} / \partial x_j, \\
 \partial(\rho I) / \partial t &= -\partial(\rho I u_j) / \partial x_j - p \partial u_j / \partial x_j + \pi_{ij} e_{ij} + \\
 &+ \partial(H_j + \kappa \partial T / \partial x_j) / \partial x_j + \dot{q}_c, \\
 \partial(\rho \alpha_l) / \partial t &= -\partial(\rho \alpha_l u_j) / \partial x_j - \partial J_{lj} / \partial x_j + (\rho_l)_c, \\
 l &= 1, \dots, N.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь t — время; x_j — пространственная переменная; ρ — плотность; u_j — скорость; I — удельная внутренняя энергия; $p = (\gamma - 1)\rho I$ — давление, определяемое из уравнения состояния для N -компонентной смеси калорически совершенных газов; l — индекс компонента смеси; $\alpha_l = \rho_l / \rho$ — безразмерная массовая концентрация; π_{ij} , e_{ij} — тензоры вязких напряжений и скоростей деформации для ньютоновской жидкости; T — статическая температура.

Эффекты молекулярной диффузии моделируются обобщенным законом Фика

$$\vec{J}_l = -(\rho/M) \left[D_l \nabla(\alpha_l M) - \alpha_l \sum_{k=1}^N D_k \nabla(\alpha_k M) \right], \tag{2}$$

в котором D_l означает эффективный коэффициент бинарной диффузии, а M — молекулярную массу смеси. Поток H_j , входящий в уравнение энер-