

УДК 536.24.01

Формирование термокапиллярных структур в нагреваемой пленке жидкости*

С.П. Актершев, Е.Н. Шатский, Е.А. Чиннов

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

E-mail: sergey-aktershev@mail.ru

Выведена система уравнений, на основе которой численным методом исследованы условия образования трехмерной термокапиллярной структуры на поверхности пленки жидкости, стекающей по нагревателю с фиксированной температурой. Формирование термокапиллярной структуры моделировалось посредством периодического возмущения в поперечном направлении, наложенного на двумерное течение. В расчетах показано, что трансверсальные возмущения могут развиваться в периодические ривулетные структуры на поверхности пленки, если число Марангони превышает некоторое пороговое значение. Выявлено, что ривулетная структура развивается в случае, когда период принадлежит некоторому диапазону, который определяется значением числа Марангони. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: нагреваемая пленка, термокапиллярная неустойчивость, ривулетные структуры.

Введение

Изучение формирования и развития разных типов неустойчивости на поверхности стекающих пленок жидкости является важной задачей гидродинамики и теплообмена не только с теоретической, но и с практической точки зрения, так как стекающие пленки применяются во многих промышленных устройствах. На практике данный класс течений реализуется во многих технологических процессах химической, фармацевтической и пищевой промышленности. В отличие от свободно стекающих изотермических пленок, пленочные течения при наличии термокапиллярного эффекта остаются недостаточно изученными как в теоретическом, так и в экспериментальном плане. В этом случае гидродинамика и теплоперенос оказываются взаимосвязанными, что существенно усложняет теоретический анализ волнового течения. При пленочном течении жидкости по нагреваемой поверхности кроме гидродинамической неустойчивости, приводящей к развитию трехмерных волн, присутствует также термокапиллярный механизм неустойчивости, следствием которой является возникновение на поверхности пленки стационарных трехмерных структур [1–3].

В экспериментальных исследованиях [3–6] было выявлено два различных режима формирования струй: термокапиллярный (А) и термокапиллярно-волновой (Б), и соответственно термокапиллярные структуры, образующиеся в этих режимах, получили

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-01-04320-а).

название А и Б. Структуры указанных типов появляются при существенно различных уровнях теплового потока и различаются величиной и характером зависимости расстояния между струями от плотности теплового потока. Важным фактором, влияющим на формирование таких структур, является величина градиента температуры на поверхности пленки жидкости в области передней кромки нагревателя. В работах [6, 7] исследовалось влияние искусственных возмущений на формирование термокапиллярных структур в нагреваемой пленке. Возмущения создавались с помощью воздействия ряда цилиндров на поверхность пленки, расположенную выше верхнего края нагревателя. В работе [8] было установлено, что искусственные возмущения на поверхности пленки жидкости могут существенно изменять расстояние между струями при значениях числа Рейнольдса от 7 до 40, а сценарий эволюции волновой картины зависит от диаметров цилиндров. Была определена «наиболее опасная длина волны» искусственных возмущений и показано, что искусственные возмущения с «наиболее опасной длиной волны» на поверхности пленки уменьшают расстояние между струями от значений, соответствующих течению типа Б, до значений, близких к типу А. В работе [9] было установлено, что градиенты температуры на поверхности нагрева существенно влияют на формирование структур различного типа при числах Рейнольдса от 0,1 до 2. При этом внесение в поток внешних возмущений с длиной волны, соответствующей термокапиллярным структурам типа А, приводит к перестройке течения даже в том случае, когда градиенты температуры на передней кромке нагревателя недостаточны для формирования структур.

Первые эксперименты по обнаружению термокапиллярных структур на поверхности локально нагреваемой пленки инициировали ряд теоретических публикаций, посвященных устойчивости термокапиллярного течения неизотермических пленок жидкости. Теоретические исследования главным образом ограничены анализом течения неизотермической безволновой пленки жидкости при малых числах Рейнольдса [10–15]. Формирование структур типа А на поверхности пленки с образованием вала жидкости под действием термокапиллярных сил рассматривалось в работах [14, 15], где численно решались уравнения Навье–Стокса в полной постановке. В работе [16] было подтверждено существование структур двух типов на поверхности неизотермической пленки жидкости. Там же было показано, что в термокапиллярном режиме волновое течение пленки затухает, а в термокапиллярно-волновом режиме волны распространяются вдоль струй. Однако проведенные расчеты ограничивались областью $Re < 6$ и не описывали режим гидродинамической неустойчивости волновой пленки жидкости. Анализ влияния термокапиллярного эффекта на устойчивость пленки относительно возмущений в продольном направлении был проведен в работах [17, 18].

Целью настоящей работы является теоретическое изучение условий формирования термокапиллярных структур в стекающей нагреваемой пленке жидкости при умеренных значениях числа Рейнольдса и сопоставление полученных данных с экспериментальными.

1. Уравнения течения нагреваемой пленки жидкости при наличии термокапиллярного эффекта

Рассмотрим трехмерное течение пленки вязкой жидкости на обогреваемой пластине, наклоненной под углом θ к горизонту. Температуру пластины считаем фиксированной и равной T_w . Свободная поверхность жидкости контактирует с неподвижным газом, температура которого равна T_g ; теплообмен между жидкостью и газом описывается законом Ньютона с коэффициентом теплообмена α . Плотность ρ , кинематическую вязкость ν , теплопроводность λ , температуропроводность a жидкости считаем постоянными, а поверхностное натяжение — линейно зависящим от температуры: $\sigma = \sigma_0 - \gamma(T - T_0)$.

Введем декартову систему координат $Oxyz$ с осью Ox , направление которой совпадает с направлением проекции силы гравитации на пластину, и осью Oy , направленной по нормали к пластине. Возмущение поверхности пленки считаем длинноволновым (толщина пленки h много меньше характерного размера термокапиллярной структуры L). Течение жидкости описывается уравнениями Навье–Стокса в приближении пограничного слоя

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \\ 0 &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} - g \cos \theta \end{aligned} \quad (1)$$

и уравнением неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (2)$$

Здесь u , v , w — компоненты вектора скорости в направлениях Ox , Oy , Oz соответственно. В левой части третьего уравнения (1) пренебрегается компонентой v , поскольку $v/u \sim h/L \ll 1$. На стенке выполняются условие прилипания $u = v = w = 0$, а на поверхности пленки — кинематическое условие

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u_s \frac{\partial h}{\partial x} + w_s \frac{\partial h}{\partial z} = v_s \quad (3)$$

и динамические условия

$$p = p_g - \sigma \Delta h, \quad \mu \partial u / \partial y = \tau_x(x, z, t), \quad \mu \partial w / \partial y = \tau_z(x, z, t). \quad (4)$$

Здесь $\Delta h = \partial^2 h / \partial x^2 + \partial^2 h / \partial z^2$ — кривизна поверхности пленки, p_g — давление газа, индекс s соответствует значениям на поверхности пленки; $\tau_x = -\gamma \partial T_s / \partial x$ и $\tau_z = -\gamma \partial T_s / \partial z$ — касательные напряжения, обусловленные неоднородностью температуры T_s на поверхности пленки. Из третьего уравнения (1) с учетом (4) находим давление в жидкости:

$$p = p_g + \rho g \cos \theta (h - y) - \sigma \Delta h.$$

Далее будем использовать IBL-модель [19], модифицированную с учетом касательного напряжения на поверхности пленки. В рамках этой модели профиль скорости жидкости считается полиномом второй степени от безразмерной переменной $\eta = y/h$, а компоненты скорости можно записать в виде

$$u = \frac{3q}{2h} (2\eta - \eta^2) + (3\eta^2 - 2\eta) \frac{\tau_x h}{4\mu}, \quad w = \frac{3m}{2h} (2\eta - \eta^2) + (3\eta^2 - 2\eta) \frac{\tau_z h}{4\mu}, \quad (5)$$

здесь $q = \int_0^h u dy$, и $m = \int_0^h w dy$ — расходы жидкости по осям Ox и Oz соответственно.

Используя выражения (5), проинтегрируем первые два уравнения системы (1) по толщине пленки с учетом граничных условий на стенке и на поверхности пленки. В результате получим систему трех уравнений относительно q , m , h :

$$\begin{aligned}\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial J_1}{\partial x} + \frac{\partial J_{1,2}}{\partial z} &= \frac{3\tau_x}{2\rho} + gh \left(\sin \theta - \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\sigma}{\rho g} \cdot \frac{\partial \Delta h}{\partial x} \right) - \frac{3\nu q}{h^2}, \\ \frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial J_2}{\partial z} + \frac{\partial J_{1,2}}{\partial x} &= \frac{3\tau_z}{2\rho} + gh \left(-\cos \theta \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{\sigma}{\rho g} \cdot \frac{\partial \Delta h}{\partial z} \right) - \frac{3\nu m}{h^2}, \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial m}{\partial z} &= 0,\end{aligned}\quad (6)$$

здесь $J_1 = \int_0^h u^2 dy = \frac{6q^2}{5h} + \frac{qh\tau_x}{20\mu} + \frac{\tau_x^2 h^3}{120\mu^2}$, $J_2 = \int_0^h w^2 dy = \frac{6m^2}{5h} + \frac{mh\tau_z}{20\mu} + \frac{\tau_z^2 h^3}{120\mu^2}$,

$J_{1,2} = \int_0^h u w dy = \frac{6qm}{5h} + \frac{h}{40\mu} (q\tau_z + m\tau_x) + \frac{\tau_x \tau_z h^3}{120\mu^2}$. Касательные напряжения τ_x и τ_z опреде-

ляются распределением температуры на поверхности пленки, поэтому уравнения (6) необходимо решать совместно с уравнением энергии, которое в приближении пограничного слоя записывается следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (7)$$

Граничные условия для (7) имеют вид

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=h} = \alpha(T_s - T_g), \quad T \Big|_{y=0} = T_w. \quad (8)$$

В уравнении (7) удобней перейти от координаты y к переменной $\eta = y/h$, как это было сделано в работах [17, 18] в случае двумерного течения. При таком переходе уравнение примет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{V}{h} \cdot \frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{a}{h^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2},$$

где $V = \left(\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial m}{\partial z} \right) \left(\eta - \frac{3\eta^2}{2} + \frac{\eta^3}{2} \right) - \frac{1}{4\mu} (\eta^3 - \eta^2) \left(\frac{\partial \tau_x h^2}{\partial x} + \frac{\partial \tau_z h^2}{\partial z} \right)$.

Выберем в качестве масштаба расстояния невозмущенную толщину пленки h_0 и введем масштаб скорости $u_m = gh_0^2/3\nu$ и масштаб времени $t_m = h_0/u_m$, масштаб расхода $q_m = h_0 u_m$ и масштаб температуры $T_m = T_w - T_g$. Перейдем к безразмерным переменным x/h_0 , h/h_0 , q/q_m , t/t_m , u/u_m , v/u_m , $(T-T_g)/T_m$, оставив для всех величин прежние буквенные обозначения. В безразмерных переменных уравнения (6) и уравнение (7) с граничными условиями (8) запишутся в виде

$$\begin{aligned}\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial J_1}{\partial x} + \frac{\partial J_{1,2}}{\partial z} &= \frac{3}{\text{Re}_m} \left(h \left(\sin \theta - \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\text{Ma}}{2} \cdot \frac{\partial T_s}{\partial x} - \frac{q}{h^2} \right) + \text{We}h \left(\frac{\partial^3 h}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 h}{\partial x \partial z^2} \right), \\ \frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial J_2}{\partial z} + \frac{\partial J_{1,2}}{\partial x} &= -\frac{3}{\text{Re}_m} \left(h \cos \theta \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{\text{Ma}}{2} \cdot \frac{\partial T_s}{\partial z} + \frac{m}{h^2} \right) + \text{We}h \left(\frac{\partial^3 h}{\partial z^3} + \frac{\partial^3 h}{\partial z \partial x^2} \right), \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial m}{\partial z} &= 0,\end{aligned}\quad (9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{V}{h} \cdot \frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{1}{h^2 \text{Re}_m \text{Pr}} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}, \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} + \text{Bi}hT \right) \Big|_{\eta=1} = 0, \quad T \Big|_{\eta=0} = 1. \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{Здесь} \quad J_1 &= \frac{6q^2}{5h} - \text{Ma} \frac{qh}{20} \cdot \frac{\partial T_s}{\partial x} + \frac{h^3}{120} \left(\text{Ma} \frac{\partial T_s}{\partial x} \right)^2, \quad J_2 = \frac{6m^2}{5h} - \text{Ma} \frac{mh}{20} \cdot \frac{\partial T_s}{\partial z} + \\ &+ \frac{h^3}{120} \left(\text{Ma} \frac{\partial T_s}{\partial z} \right)^2, \quad J_{1,2} = \frac{6mq}{5h} - \frac{\text{Ma}}{40} h \left(q \frac{\partial T_s}{\partial z} + m \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) + \frac{h^3 \text{Ma}^2}{120} \cdot \frac{\partial T_s}{\partial x} \cdot \frac{\partial T_s}{\partial z}, \\ u &= \frac{3q}{h} \left(\eta - \frac{\eta^2}{2} \right) - \frac{\text{Ma}}{4} (3\eta^2 - 2\eta) h \frac{\partial T_s}{\partial x}, \quad w = \frac{3m}{h} \left(\eta - \frac{\eta^2}{2} \right) - \frac{\text{Ma}}{4} (3\eta^2 - 2\eta) h \frac{\partial T_s}{\partial z}, \\ V &= \left(\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial m}{\partial z} \right) \left(\eta - \frac{3\eta^2}{2} + \frac{\eta^3}{2} \right) - \frac{\text{Ma}}{4} (\eta^2 - \eta^3) \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(h^2 \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^2 \frac{\partial T_s}{\partial z} \right) \right). \end{aligned}$$

Система уравнений (9), (10) относительно искомых функций $h(t, x, z)$, $q(t, x, z)$, $m(t, x, z)$, $T(t, x, \eta, z)$ описывает произвольное нестационарное течение неизотермической пленки жидкости при наличии термокапиллярного эффекта. В случае невозмущенного течения пленки по однородно нагреваемой стенке все производные по t, x, z равны нулю, и система (9), (10) имеет тривиальное решение: $h = 1$, $q = \sin \theta$, $m = 0$, $T = 1 - \eta \text{Bi} / (1 + \text{Bi})$. Течение определяется следующими безразмерными критериями: $\text{Re}_m = gh_0^3 / 3\nu^2$ — число Рейнольдса, $\text{We} = (3\text{Fi} / \text{Re}_m^5)^{1/3}$ — число Вебера, $\text{Fi} = \sigma^3 / \rho^3 g\nu^4$ — число Капицы, $\text{Ma} = \gamma T_m / \mu u_m$ — число Марангони, $\text{Bi} = \alpha h_0 / \lambda$ — число Био, Pr — число Прандтля. Поскольку $h_0 \sim \text{Re}_m^{1/3}$, $u_m \sim \text{Re}_m^{2/3}$, то $\text{Bi} = \text{Bi}^* \text{Re}_m^{1/3}$, $\text{Ma} = \text{Ma}^* / \text{Re}_m^{2/3}$, где безразмерные комплексы Bi^* и Ma^* уже не зависят от Re_m , а определяются только свойствами жидкости и условием нагрева: $\text{Bi}^* = \alpha (3\nu^2 / g)^{1/3} / \lambda$, $\text{Ma}^* = \gamma (3 / g\nu)^{2/3} (T_w - T_g) / \mu$.

2. Моделирование ривулетной структуры

Из экспериментов [6–9] известно, что система параллельных струй (ривулетов) образуется на поверхности нагреваемой пленки при достаточно большой величине теплового потока на стенке. Ривулеты формируются за горизонтальным валиком вблизи верхнего края нагревателя и стекают по всей длине обогреваемого участка. Моделирование ривулетной структуры в нагреваемой вертикальной пленке выполнено решением уравнений (9), (10) эволюционного типа конечноразностным методом. Численный алгоритм аналогичен примененному в работах [17, 18] для случая двумерного течения. Уравнения решались методом установления, в качестве начальных условий задавалось невозмущенное двумерное течение холодной пленки на «полубесконечном» нагревателе. Расчет заканчивался, когда устанавливалось трехмерное течение с ривулетной структурой, не меняющейся во времени. В расчетах край «полубесконечного» нагревателя располагался на некотором расстоянии x_n от начала координат, а температура стенки задавалась следующим условием:

$$\text{при } x \geq x_n \quad T \Big|_{\eta=0} = 1, \quad \text{при } x < x_n \quad T \Big|_{\eta=0} = 0. \quad (12)$$

Формирование трехмерной термокапиллярной структуры в нагреваемой пленке моделировалось посредством периодического возмущения по координате z , наложенного на двумерное течение. Положение края нагревателя задавалась в виде $x_n = x_0 + A \cos(2\pi z / L_z)$,

где A — малая амплитуда неровности края нагревателя, L_z — период по z . Таким образом, неровность края нагревателя играет роль возмущения температуры, поскольку участок пленки, натекающий на выступ края нагревателя, нагревается раньше, чем участок пленки, натекающий на впадину. На кромке нагревателя неоднородность температуры поверхности пленки в поперечном направлении инициирует возмущение потока, которое развивается вниз по течению и приводит к образованию ривулет.

Расчеты проводились для участка пленки шириной в один период, т.е. область счета представляла собой прямоугольник, где $0 \leq x \leq X_{\text{end}}$, $-L_z/2 \leq z \leq L_z/2$. На оси Ox , в месте расположения гребня ривулета, ставились условия симметрии $\partial/\partial z = 0$, а на боковых границах области счета (при $z = \pm L_z/2$) ставились условия периодичности по z : $m = 0$, $\partial q/\partial z = 0$, $\partial h/\partial z = 0$, $\partial T/\partial z = 0$. На входе (при $x = 0$) задавались невозмущенные значения толщины, расхода и температуры:

$$h = 1, q = 1, T = 0. \quad (13)$$

Амплитуда возмущения A выбиралась много меньше расстояния, на котором в пленке устанавливается равновесное распределение температуры [20]. Продольный размер области счета X_{end} выбирался достаточно большим, чтобы можно было проследить развитие возмущения.

Тестирование численного алгоритма было проведено для двумерного течения, не зависящего от z (двумерное течение обеспечивалось условием $A = 0$). В расчетах моделировалось формирование горизонтального валика вблизи края нагревателя, которое исследовалось в теоретических работах [21–23] аналитическими и численными методами.

В двумерном случае уравнения (9), (10) имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial J_1}{\partial x} &= \frac{3}{\text{Re}_m} \left(h \left(\sin \theta - \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\text{Ma}}{2} \cdot \frac{\partial T_s}{\partial x} - \frac{q}{h^2} \right) + \text{We} h \frac{\partial^3 h}{\partial x^3}, \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{V}{h} \cdot \frac{\partial T}{\partial \eta} &= \frac{1}{h^2 \text{Re}_m \text{Pr}} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $V = \frac{\partial q}{\partial x} \left(\eta - \frac{3\eta^2}{2} + \frac{\eta^3}{2} \right) - \frac{\text{Ma}}{4} (\eta^2 - \eta^3) \frac{\partial}{\partial x} \left(h^2 \frac{\partial T_s}{\partial x} \right)$. Система (14) решалась численно

с начальными условиями (13) и с термическим условием на стенке (12).

В процессе нагрева поверхность пленки вблизи края нагревателя деформируется, что приводит к образованию бегущих волн. Эти волны в процессе счета сносятся вниз по потоку, и через некоторое время течение становится стационарным. На рис. 1 показаны распределения толщины пленки и температуры поверхности пленки для установившегося вертикального течения при $\text{Re}_m = 1$, $\text{Ma}^* = 100$, $\text{Vi}^* = 0,2$. Здесь хорошо виден горизонтальный валик, который образуется вблизи края нагревателя (при $x_0 = 1$ см). Для указанных параметров течения расстояние от края нагревателя, на котором возмущение температуры выходит на поверхность пленки, составляет примерно 0,48 мм. При этом равновесная температура поверхности пленки устанавливается на гораздо большем расстоянии, равном примерно 2,5 мм.

3. Результаты расчетов ривулетной структуры

Трехмерная ривулетная структура рассчитывалась при различных значениях параметров Re_m , Vi^* , Ma^* и периода L_z . Расчеты показали, что ривулетная структура развивается

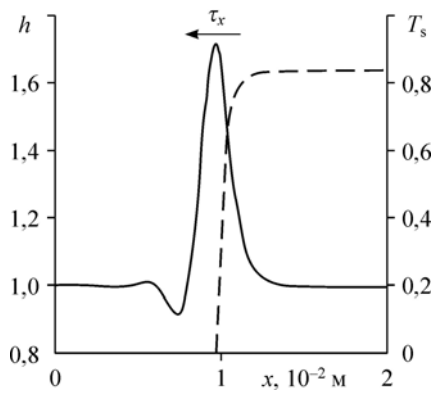


Рис. 1. Толщина и температура поверхности пленки при $Re = 1$.

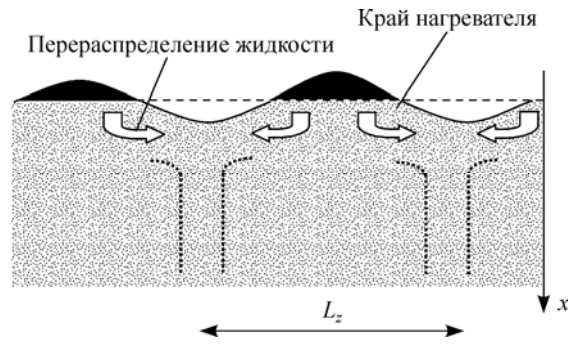


Рис. 2. Схема формирования ривулетной структуры в нагреваемой пленке.

по следующему сценарию. Участок пленки, натекающий на выступ края нагревателя, нагревается раньше участка, натекающего на впадину. Вследствие градиента температуры на поверхности пленки в поперечном направлении возникает касательное напряжение τ_z , которое оттесняет жидкость из участка выступа на участок впадины (см. рис. 2). В результате на участке выступа расход q и толщина пленки h оказываются меньше, чем на участке впадины. На участке впадины более толстая пленка прогревается медленней, поэтому температура поверхности там меньше, чем на участке выступа. Вследствие этого касательное напряжение $\tau_z = -\gamma \partial T_s / \partial z$ направлено так, что усиливает возмущение толщины в поперечном направлении. Этому фактору противодействует градиент давления $p = -\sigma (\partial^2 h / \partial^2 x + \partial^2 h / \partial^2 z)$, обусловленный кривизной поверхности пленки. Развитие возмущения вниз по потоку определяется взаимодействием указанных физических факторов и зависит от значений параметров Re_m , Bi^* , Ma^* и периода L_z .

На рис. 3 изображена ривулетная структура на поверхности вертикальной пленки воды при $L_z = 7,5$ мм (показано два периода по z). Значения параметров Re_m , Bi^* , Ma^* те же, что на рис. 1. Видно, что от горизонтального валика ответвляются ривулеты. На участках между ривулетами толщина пленки имеет величину, значительно меньшую «невозмущенного» значения h_0 . При высоком значении Ma^* ($Ma^* = 100$) ривулеты формируются непосредственно за горизонтальным валиком, и амплитуда ривулетов не меняется вниз по потоку. Ривулетные структуры, подобные тем, что показаны на рис. 3, формируются

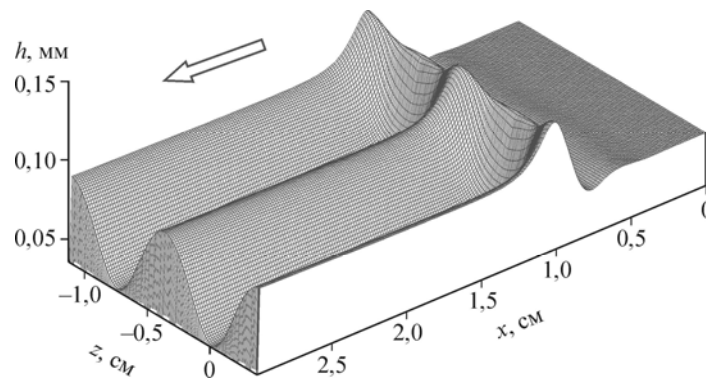


Рис. 3. Ривулетная структура на поверхности вертикальной пленки воды при $L_z = 7,5$ мм, $Re = 1$, $Bi^* = 0,2$, $Ma^* = 100$.

Стрелкой показано направление течения.

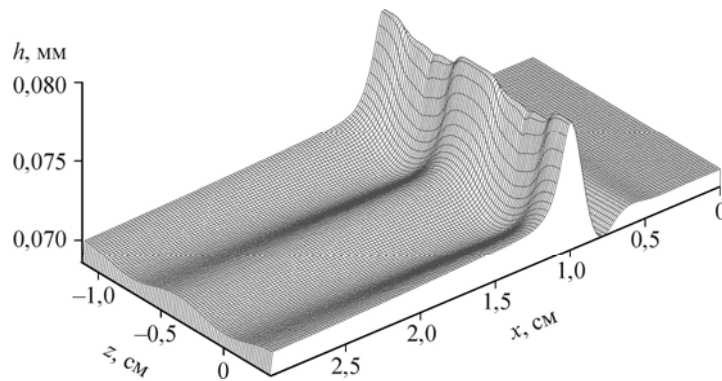


Рис. 4. Затухание возмущения с периодом $L_z = 7,5$ мм при $Re = 1$, $Bi^* = 0,2$, $Ma^* = 20$.

только при достаточно большом значении Ma^* , превышающем некоторое пороговое значение Ma_{cr}^* . Так, на рис. 4 показано развитие возмущения при тех же значениях Re_m , Bi^* , L_z , как на предыдущем рисунке, но при существенно меньшем значении Ma^* : $Ma^* = 20$. Из рис. 4 видно, что при $Ma^* < Ma_{cr}^*$ возмущение затухает с удалением от края нагревателя.

При фиксированных значениях чисел Марангони и Рейнольдса эволюция поперечного возмущения вниз по потоку существенно зависит от периода L_z . На рис. 5, 6 показано развитие поперечных возмущений с различным периодом при $Re_m = 5$, $Ma^* = 100$, $Bi^* = 0,2$. При $L_z = 8$ мм амплитуда ривулетов, образующихся за горизонтальным валиком, постепенно уменьшается с расстоянием. Это означает, что для данного значения Ma^* возмущение с периодом 8 мм является слабо затухающим. Рисунок 5 демонстрирует развитие ривулетной структуры с периодом 10 мм. Видно, что сразу за горизонтальным валиком ривулеты имеют довольно большую амплитуду, которая не меняется вниз по потоку, т.е. ривулеты с периодом 10 мм не затухают. На рис. 6 показана эволюция возмущения с периодом 20 мм. Можно заметить, что на гребне горизонтального валика сначала образуются коротковолновые возмущения с периодом 8,5 мм. Вниз по потоку некоторые

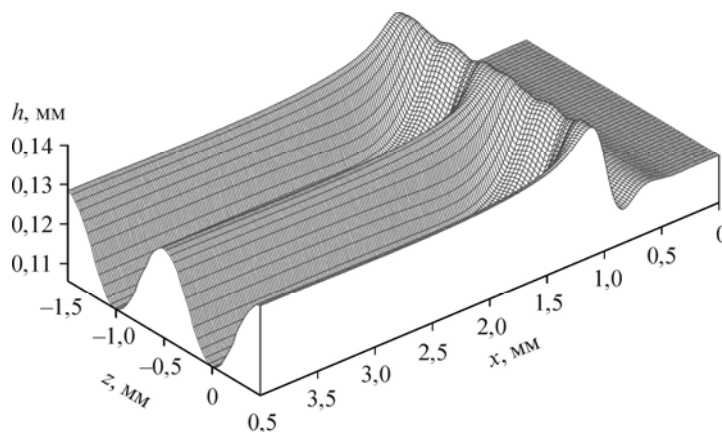


Рис. 5. Ривулетная структура с периодом $L_z = 10$ мм при $Re = 5$, $Bi^* = 0,2$, $Ma^* = 20$.

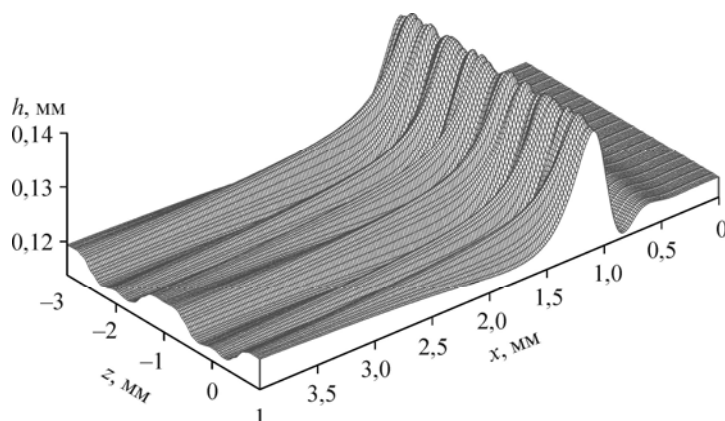


Рис. 6. Затухание возмущения с периодом $L_z = 20$ мм при $Re = 5$, $Bi^* = 0,2$, $Ma^* = 20$.

коротковолновые возмущения объединяются и формируются «длинноволновые» возмущения с периодом 20 мм, которые затем также затухают с увеличением расстояния.

4. Сравнение с экспериментом

Экспериментальные исследования формирования термокапиллярных структур на поверхности стекающих пленок жидкости показывают существование структур двух разных типов, которые отличаются как диапазоном тепловых потоков, необходимых для их формирования, так и расстоянием между ривулетами. Структуры первого типа (А) образуются, когда плотность теплового потока на нагревателе (соответственно, и число Марангони) достигает порогового значения. На рис. 7 представлено распределение температуры на поверхности пленки, стекающей по вертикальному медному нагревателю размером 150×100 мм, с термическим условием на стенке, близким к $T = \text{const}$. Здесь X — расстояние от верхней кромки нагревателя, Z — расстояние от левой кромки нагревателя. Из рисунка видно, что на участке $0 < X < 10$ мм пленка нагревается до равновесной температуры 65°C . На температурном плато хорошо просматриваются продольные глубокие «ущелья» в местах понижения температуры, соответствующие сформировавшимся ривулетам, расстояние между которыми составляет примерно 8,5 мм. При этом градиенты

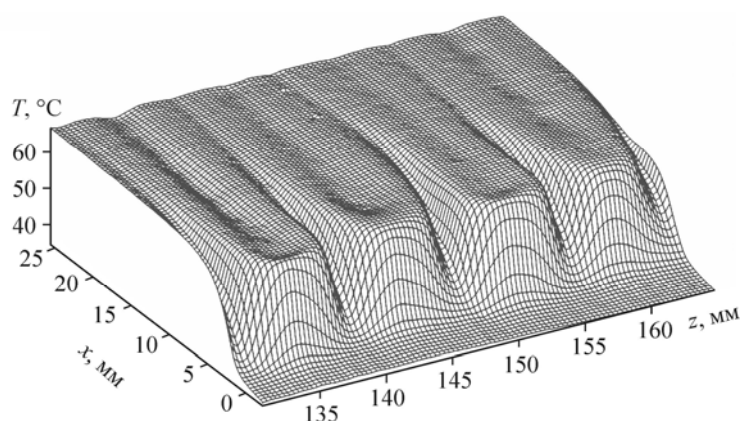


Рис. 7. Распределение температуры на поверхности пленки 68 %-го раствора глицерина в воде при $T = \text{const}$ на поверхности нагрева; $Re = 0,1$, тепловой поток $q = 0,1$ Вт/см².

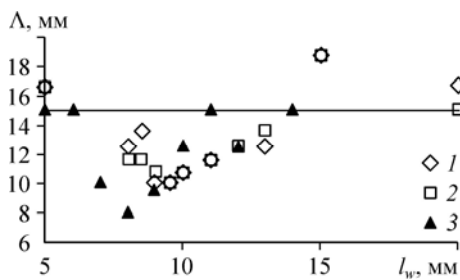


Рис. 8. Влияние длины волны искусственных возмущений Λ на расстояние между струями l_w для различных жидкостей и чисел Рейнольдса. $Re = 7,7$ (1), 14,4 (2), 0,1 (3).

температуры в области между струями достигали значений 20 К/мм, в то время как продольный градиент температуры на участке нагрева равнялся примерно 5 К/мм.

На рис. 8 показано влияние искусственных возмущений, которые создавались рядом цилиндров, погруженных в жидкость выше верхнего края нагревателя, на формирование ривулетных структур на поверхности пленки. На графике представлены данные для воды и раствора глицерина при трех значениях числа Рейнольдса с условием на поверхности нагревателя, близким к $T = \text{const}$. В отсутствие возмущений на поверхности пленки деформации отсутствовали или уже были сформированы термокапиллярные структуры типа Б с характерным расстоянием между струями 15 мм. Вносимые возмущения моделируют температурные неоднородности вблизи верхней кромки нагревателя. Возмущения с периодом, существенно отличающимся от «наиболее опасной» длины волны, не приводят к перестройке термокапиллярных структур. Возникающие на поверхности пленки неоднородности быстро затухают, не изменяя расположения струй в нижней части нагревателя. Возмущения, близкие к «наиболее опасной» длине волны, формируют устойчивые неоднородности температуры и толщины пленки практически по всей длине нагревателя. В этом случае наличие возмущающих цилиндров приводит к изменению количества струй и уменьшению расстояния между ними до значения, соответствующего структурам типа А. Для воды в диапазоне значений Re от 7 до 14 возмущения с периодом 9–10 мм приводили к формированию устойчивых структур с таким же расстоянием между струями, как в случае структур А. Для раствора глицерина при $Re = 0,1$ «наиболее опасная» длина волны равна примерно 8 мм.

Таким образом, полученное в ходе расчетов незатухающее решение для возмущения с длиной волны 7,5 мм ($Re = 1$) и 10 мм ($Re = 5$) хорошо согласуется с результатами экспериментальных исследований по формированию термокапиллярных структур типа А.

Заключение

На основе разработанной модели проведено численное моделирование трехмерных термокапиллярных структур на поверхности пленки жидкости, стекающей по нагревателю с фиксированной температурой. В расчетах показано, что, если число Марангони превышает некоторое пороговое значение, течение нагреваемой пленки является неустойчивым относительно трансверсальных возмущений, которые могут развиваться в периодические ривулетные структуры. При заданном числе Рейнольдса развитие ривулетной структуры происходит только в том случае, если период принадлежит некоторому диапазону, который определяется, в основном, значением числа Марангони. Вне этого диапазона трансверсальные возмущения затухают вниз по потоку. Результаты расчетов согласуются с экспериментальными данными.

Список литературы

1. Кабов О.А. Heat transfer from a small heater to a falling liquid film // Heat Transfer Research. 1996. Vol. 27, No. 1. P. 221–226.
2. Кабов О.А., Чиннов Е.А. Heat transfer from a local heat source to a subcooled falling liquid film evaporating in a vapor-gas medium // Russ. J. Engng Thermophys. 1997. Vol. 7, No. 1–2. P. 1–34.
3. Кабов О.А. Формирование регулярных структур в стекающей пленке жидкости при локальном нагреве // Теплофизика и аэромеханика. 1998. Т. 5, № 4. С. 597–602.

4. **Чиннов Е.А., Кабов О.А.** Формирование струйных течений при гравитационном стекании волновой нагреваемой пленки жидкости // Прикл. механика и технич. физика. 2003. Т. 44, № 5. С. 128–137.
5. **Чиннов Е.А., Кабов О.А.** Влияние трехмерных деформаций на локальный теплообмен к неоднородно нагреваемой стекающей пленке жидкости // Теплофизика высоких температур. 2004. Т. 42, № 2. С. 269–278.
6. **Чиннов Е.А., Кабов О.А.** Формирование струйных течений при гравитационном стекании волновой нагреваемой пленки жидкости // Прикл. механика и технич. физика. 2003. Т. 44, № 5. С. 128–137.
7. **Чиннов Е.А., Жуковская О.В.** Влияние искусственных возмущений на формирование структур в неизотермической пленке жидкости // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32, № 9. С. 87–94.
8. **Чиннов Е.А.** Управление формированием структур в нагреваемой пленке жидкости // Теплофизика высоких температур. 2009. Т. 47, № 1. С. 68–74.
9. **Чиннов Е.А., Шатский Е.Н.** Термокапиллярные неустойчивости в стекающей пленке жидкости при малых числах Рейнольдса // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40, № 1. С. 16–23.
10. **Кабов О.А., Кузнецов В.В., Марчук И.В., Пухначев В.В., Чиннов Е.А.** Регулярные структуры при термокапиллярной конвекции в движущемся тонком слое жидкости // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2001. № 9. С. 84–90.
11. **Scheid B., Oron A., Colinet P., Thiele U., Legros J.C.** Nonlinear evolution of nonuniformly heated falling liquid films // Phys. Fluids. 2002. Vol. 14, No. 12. P. 4130–4151.
12. **Kalliadasis S., Kiyashko A., Demekhin E.A.** Marangoni instability of a thin liquid film heated from below by a local heat source // J. Fluid Mechanics. 2003. Vol. 475. P. 377–408.
13. **Skotheim J.M., Thiele U., Scheid B.** On the instability of a falling film due to localized heating // J. Fluid Mechanics. 2003. Vol. 475. P. 1–19.
14. **Frank A.M.** 3D numerical simulation of regular structure formation in a locally heated falling film // Eur. J. Mechanics. B/Fluids. 2003. Vol. 22, No. 5. P. 445–471.
15. **Frank A.M., Kabov O.A.** Thermocapillary structure formation in a falling film: Experiment and calculations // Phys. Fluids. 2006. Vol. 18, Iss. 3. P. 032107-1–032107-10.
16. **Scheid B., Kalliadasis S., Ruyer-Quil C., Colinet P.** Interaction of three-dimensional hydrodynamic and thermocapillary instabilities in film flows // Phys. Review E — Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics. 2008. Vol. 78, No. 6. P. 066311-1–066311-16.
17. **Актершев С.П.** Устойчивость нагреваемой пленки жидкости при наличии термокапиллярного эффекта // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20, № 1. С. 1–16.
18. **Aktershev S.P.** Thermocapillary waves in a liquid film // J. Engng Thermophys. 2012. Vol. 21, No. 1. P. 36–51.
19. **Демехин Е.А., Шкадов В.Я.** О трехмерных нестационарных волнах в стекающей пленке жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 5. С. 21–27.
20. **Актершев С.П., Барташевич М.В.** Нагрев пленки жидкости при наличии касательного напряжения на межфазной поверхности // Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии. 2015. № 1(16) С. 33–38.
21. **Актершев С.П.** Деформация поверхности пленки вязкой жидкости вследствие термокапиллярного эффекта при стационарном течении по вертикальной обогреваемой пластине // Теплофизика и аэромеханика. 2004. Т. 11, № 2. С. 291–303.
22. **Kuznetsov V.V.** Dynamics of locally heated liquid films // Russ. J. Engng Thermophys. 2000. Vol. 10, No. 2, P. 107–120.
23. **Sharyov O.V., Medvedko K.A.** On the stability of a 2D film flow regime with a non-uniform temperature on the free surface // Russ. J. Engng Thermophys. 2000. Vol. 10, No. 4. P. 315–336.

*Статья поступила в редакцию 6 сентября 2016 г.,
после доработки — 28 декабря 2016 г.*