

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.391

СУБПИКСЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ КООРДИНАТ  
УЗЛОВ РЕШЁТКИ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ ТЕКСТУР

И. С. Грузман

Новосибирский государственный технический университет,  
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20  
E-mail: isgruzman@gmail.com

Предложен алгоритм оценивания координат узлов деформированных решёток квазипериодических текстур с субпиксельной точностью. Алгоритм состоит из двух этапов. На первом этапе вычисляются векторы частот и начальных фаз полигармонической модели функции яркости по характеристикам выбросов спектров фрагментов изображения. Полученные оценки используются для определения координат узлов локальной решётки. На втором этапе локальные решётки объединяются в глобальную решётку для всего изображения квазипериодической текстуры. Применение оценок параметров модели с повышенной точностью по фрагментам изображения небольших размеров обеспечило устойчивую работу алгоритма при значительных деформациях решётки и субпиксельную точность оценивания координат её узлов. Приведены результаты компьютерного моделирования и обработки реальных полутонных изображений квазипериодических текстур, демонстрирующие эффективность предложенного алгоритма.

*Ключевые слова:* субпиксельная точность оценивания, квазипериодическая текстура, координаты узла деформированной решётки, полигармоническая модель, выбросы спектров.

DOI: 10.15372/AUT20180401

**Введение.** Получение трёхмерной информации об объектах по статическому двумерному изображению — актуальное направление исследований в области компьютерного зрения [1, 2]. Важной характеристикой изображений объектов, используемой для трёхмерной реконструкции, является периодическая текстура, примерами которой служат изображения фасадов зданий, кирпичных стен, тканей и т. п. [3, 4]. Структурный подход предполагает, что периодическая текстура состоит из двух компонент: повторяющегося текстурного элемента (ТЭ) и решётки с постоянным расстоянием между узлами [5]. Узлы решётки задают пространственное положение ТЭ.

В качестве модели решётки периодических текстур используется двумерная решётка, элементарная ячейка и форма ТЭ которой представлены парой линейно независимых векторов  $\mathbf{a}_1 = (a_{11}, a_{21})^T$  и  $\mathbf{a}_2 = (a_{21}, a_{22})^T$ , образующих параллелограмм [6, 7]. В этом случае координаты узлов  $\mathbf{s} = (s_1, s_2)^T$  решётки определяются уравнением

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{r}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$  — невырожденная матрица периодичности;  $\mathbf{r} = (r_1, r_2)^T$  — произвольный целочисленный вектор;  $T$  — символ транспонирования.

При проектировании трёхмерных поверхностей с периодической текстурой на плоскость решётка деформируется. В этом случае на изображении объекта наблюдается квазипериодическая текстура (КПТ), сохраняющая регулярность топологии (т. е. неизменность матрицы  $\mathbf{A}$ ) в пределах малой окрестности [6].

Задача восстановления формы объектов по изображению текстуры может быть реализована следующим образом. Сначала оцениваются геометрические искажения решётки периодической текстуры. Затем по геометрическим искажениям строится трёхмерная модель объекта. Точность построения модели зависит от точности определения координат узлов решётки КПТ на двумерном изображении.

В [7, 8] предложены алгоритмы обнаружения и оценивания координат узлов деформированных решёток КПТ (1) по характеристикам выбросов локальных двумерных спектров. Отказ от предварительного выбора типовых ТЭ обеспечил их высокую вычислительную эффективность. Для устойчивой работы алгоритмов при значительных деформациях решётки применён независимый анализ спектров фрагментов изображения, содержащих небольшое количество ТЭ. Как показали экспериментальные исследования алгоритмов по тестовым и реальным изображениям, точность определения координат узлов решётки составила несколько пикселей из-за малых размеров анализируемых фрагментов, что оказалось недостаточным для решения задачи трёхмерной реконструкции.

Цель данной работы — построение алгоритма оценивания координат узлов решётки КПТ с субпиксельной точностью с использованием уточнённых (по сравнению с алгоритмом [8]) оценок параметров локальных спектров анализируемых фрагментов изображения, содержащих от  $2 \times 2$  до  $4 \times 4$  ТЭ.

**Оценивание координат максимумов локального амплитудного спектра (АС).** Анализируемые фрагменты  $\mathbf{z} = \{z(i_1, i_2), i_1 = \overline{0, N-1}, i_2 = \overline{0, N-1}\}$  размером  $N \times N$  формируются с помощью перемещающегося по изображению окна с предварительно заданным шагом по каждой из координат, где  $z(i_1, i_2)$  — отсчёты двумерной функции яркости изображения. Спектр мощности фрагмента  $\mathbf{z}$  КПТ, вычисленный с использованием двумерного дискретного преобразования Фурье, содержит выбросы [7].

Так же, как в [8], для обеспечения помехоустойчивости алгоритма оценивания координат узлов решётки будем применять только два выброса с неколлинеарными векторами координат, обладающих максимальной мощностью. Поэтому в качестве простейшей модели двумерной функции яркости фрагмента КПТ используем двумерную полигармоническую функцию

$$\tilde{\mathbf{z}} = \left\{ \tilde{z}(i_1, i_2) = \sum_{l=1}^2 u_l \cos \left( \frac{2\pi}{N} (f_{l,x} i_1 + f_{l,y} i_2) + \phi_l \right), \quad i_1 = \overline{0, N-1}, \quad i_2 = \overline{0, N-1} \right\}, \quad (2)$$

где векторы частот  $\mathbf{f}_l = (f_{l,x}, f_{l,y})^T$ , начальных фаз  $\boldsymbol{\phi} = (\phi_1, \phi_2)^T$  и амплитуд  $\mathbf{u} = (u_1, u_2)^T$  — неизвестные параметры модели (2), удовлетворяющие следующим условиям:

$$0 < \sqrt{f_{l,x}^2 + f_{l,y}^2} < 0,5N - 1; \quad \phi_l \in [-\pi, \pi); \quad u_l > 0, \quad l = \overline{1, 2}. \quad (3)$$

Здесь и далее по аналогии с обозначениями, принятыми, например, в [9], координатные оси  $x$  и  $y$  направлены соответственно вдоль столбцов и строк дискретного изображения.

В задачах оценивания изменяющихся параметров геометрической деформации решётки размеры скользящего окна  $N \times N$  ограничены размерами участков стационарности. Как правило, анализируемый фрагмент содержит от двух до четырёх периодов сигнала, т. е. длина векторов частот  $\mathbf{f}_l$  удовлетворяет условию  $2 < \sqrt{f_{l,x}^2 + f_{l,y}^2} \leq 4$ . При этом полагается, что в пределах скользящего окна параметры модели (2) практически постоянны.

Отметим, что амплитудный спектр  $|\tilde{\mathbf{Z}}| = |F_2\{\tilde{\mathbf{z}}\}|$  содержит две пары неколлинеарных максимумов. Из-за наличия комплексно-сопряжённой симметрии двумерных спектров вторая пара является избыточной, так как полностью определяется первой. Чтобы устранить неоднозначность, будем использовать неколлинеарные максимумы при  $f_{l,x} > 0$ .

В общем случае координаты максимумов  $\mathbf{f}_l$ ,  $l = \overline{1, 2}$ , непрерывного спектра не совпадают с целочисленными координатами узлов двумерной квадратной решётки, на которой определён дискретный спектр  $\tilde{\mathbf{Z}}$ . С учётом свойства периодичности дискретного спектра представим значения векторов частот в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_l &= (f_{l,x}, f_{l,y})^T = \\ &= \begin{cases} (m_{l,x} + \delta_{l,x}, m_{l,y} + \delta_{l,y})^T & \text{при } 0 \leq m_{l,y} < 0,5N, \\ (m_{l,x} + \delta_{l,x}, (m_{l,y} + \delta_{l,y}) - N)^T & \text{при } 0,5N < m_{l,y} \leq N - 1, \end{cases} \quad l = \overline{1, 2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\mathbf{m}_l = (m_{l,x}, m_{l,y})^T$  — вектор, компоненты которого  $0 < m_{l,x} < 0,5N - 1$  и  $0 \leq m_{l,y} < N - 1$  являются целыми числами;  $\boldsymbol{\delta}_l = (\delta_{l,x}, \delta_{l,y})^T$  — вектор поправок, компоненты которого — вещественные числа  $|\delta_{l,x}| < 0,5$ ,  $|\delta_{l,y}| < 0,5$ ,  $l = \overline{1, 2}$ . По сути, векторы  $\mathbf{m}_l$ ,  $l = \overline{1, 2}$ , — это координаты максимумов дискретного двумерного АС  $|\tilde{\mathbf{Z}}|$ .

Связь между матрицей периодичности и векторами частот находится из соотношения [8]

$$\mathbf{A} = N \begin{bmatrix} f_{1,x} & f_{2,x} \\ f_{1,y} & f_{2,y} \end{bmatrix}^{-T}. \quad (5)$$

Следовательно, чем выше точность оценивания векторов частот  $\mathbf{f}_l$ , тем точнее определяется взаимное расположение узлов решётки. Расстояние между координатами максимумов АС КПТ должно быть более  $2/N$  [7]. Это условие позволяет для повышения точности оценки  $\mathbf{f}_l$  использовать отсчёты, лежащие в окрестности размером  $3 \times 3$  максимума АС  $\mathbf{Z}(\mathbf{m}_l + \boldsymbol{\Delta})$ , где  $\boldsymbol{\Delta} = (\Delta_1 = \overline{-1, 1}, \Delta_2 = \overline{-1, 1})^T$ . В [8] в качестве оценки  $\mathbf{f}_l$  взяты координаты центров тяжести  $\widehat{\mathbf{f}}_{l,\text{ЦТ}}$  матриц  $|\mathbf{Z}(\mathbf{m}_l + \boldsymbol{\Delta})|$ .

В [10] представлен алгоритм оценивания вектора частот двумерного гармонического сигнала на основе трёхточечной интерполяции Маклеода [11] левого и правого сингулярных векторов, соответствующих наибольшему сингулярному числу матрицы  $\mathbf{Z}(\mathbf{m} + \boldsymbol{\Delta})$ . Точность предложенного алгоритма близка к точности оптимального алгоритма оценивания. Применим этот алгоритм для определения векторов частот  $\mathbf{f}_l$  по фрагментам спектра  $\mathbf{Z}(\mathbf{m}_l + \boldsymbol{\Delta})$ , обозначив символом  $\widehat{\mathbf{f}}_{l,\text{SVDМ}}$ ,  $l = \overline{1, 2}$ , полученные оценки  $\mathbf{f}_l$ .

**Оценивание вектора начальных фаз.** Сдвиг всех узлов на плоскости на одну и ту же величину относительно некоторой точки приводит к изменению начальных фаз  $\phi$  в модели (2). Таким образом, точность оценивания координат узлов решётки, например, относительно центра фрагмента  $\mathbf{z}$  зависит от точности определения вектора начальных фаз  $\phi$ .

В качестве грубой оценки компонент вектора начальных фаз можно использовать аргументы максимумов спектра  $\mathbf{Z}(\cdot)$  наблюдаемого изображения:

$$\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\max} = (\widehat{\phi}_{1,\max} = \text{Arg}(\mathbf{Z}(\mathbf{m}_1)), \widehat{\phi}_{2,\max} = \text{Arg}(\mathbf{Z}(\mathbf{m}_2)))^T,$$

где  $\text{Arg}(\cdot)$  — аргумент комплексного числа.

Найдём оценку вектора начальных фаз путём анализа окрестностей размером  $3 \times 3$  максимума АС  $\mathbf{Z}(\mathbf{m}_l + \boldsymbol{\Delta})$ . Для модели (2) спектр анализируемого фрагмента имеет вид

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \left\{ \tilde{Z}(k_1, k_2) = \sum_{l=1}^2 \frac{u_l}{2} \left( e^{j\phi_l} \frac{e^{j2\pi\delta_{l,x}} - 1}{e^{j2\pi N^{-1}(m_{l,x} + \delta_{l,x} - k_1)} - 1} \frac{e^{j2\pi\delta_{l,y}} - 1}{e^{j2\pi N^{-1}(m_{l,y} + \delta_{l,y} - k_2)} - 1} \right) + \right.$$

$$+ e^{-j\phi_l} \frac{e^{-j2\pi\delta_{l,x}} - 1}{e^{-j2\pi N^{-1}(m_{l,x} + \delta_{l,x} + k_1)} - 1} \frac{e^{-j2\pi\delta_{l,y}} - 1}{e^{-j2\pi N^{-1}(m_{l,y} + \delta_{l,y} + k_2)} - 1} \Bigg),$$

$$k_1 = \overline{0, N-1}, k_2 = \overline{0, N-1} \Bigg\}, \quad (6)$$

где  $j$  — мнимая единица. Здесь учтено, что  $e^{j2\pi k} = 1$ .

В окрестности  $\Delta$  максимумов  $\mathbf{m}_l$  второе слагаемое в круглых скобках (6) существенно меньше первого, поэтому

$$\tilde{\mathbf{Z}}(\mathbf{m}_l + \Delta) \approx \left\{ \frac{u_l}{2} \left( e^{j\phi_l} \frac{e^{j2\pi\delta_{l,x}} - 1}{e^{j2\pi N^{-1}(\delta_{l,x} + \Delta_1)} - 1} \frac{e^{j2\pi\delta_{l,y}} - 1}{e^{j2\pi N^{-1}(\delta_{l,y} + \Delta_2)} - 1} \right), \right.$$

$$\left. \Delta_1 = \overline{-1, 1}, \Delta_2 = \overline{-1, 1} \right\}, \quad l = \overline{1, 2}. \quad (7)$$

Пренебрегая влиянием максимумов друг на друга, найдём оценки компонент вектора  $\phi$ , используя метод наименьших квадратов (МНК):

$$\widehat{\phi}_{\text{МНК}} = \left( \widehat{\phi}_{1, \text{МНК}} = \arg \min_{\phi_1} \xi_1, \widehat{\phi}_{2, \text{МНК}} = \arg \min_{\phi_2} \xi_2 \right)^T, \quad (8)$$

где

$$\xi_l = \sum_{\Delta_1=-1}^1 \sum_{\Delta_2=-1}^1 (\mathbf{Z}(\mathbf{m}_l + \Delta) - \tilde{\mathbf{Z}}(\mathbf{m}_l + \Delta)) \cdot (\mathbf{Z}(\mathbf{m}_l + \Delta) - \tilde{\mathbf{Z}}(\mathbf{m}_l + \Delta))^*,$$

«\*» — символ комплексного сопряжения.

Приравняв производные от  $\xi_l$  по  $\phi_l$  к нулю с учётом (7), получим

$$\sum_{\Delta_1=-1}^1 \sum_{\Delta_2=-1}^1 (\cos \phi_l (\text{Re}(\mathbf{Z}_l) \cdot \text{Im}(\tilde{\mathbf{Z}}_l) - \text{Im}(\mathbf{Z}_l) \cdot \text{Re}(\tilde{\mathbf{Z}}_l)) +$$

$$+ \sin \phi_l (\text{Im}(\mathbf{Z}_l) \cdot \text{Im}(\tilde{\mathbf{Z}}_l) + \text{Re}(\mathbf{Z}_l) \cdot \text{Re}(\tilde{\mathbf{Z}}_l))) = 0, \quad l = \overline{1, 2}. \quad (9)$$

Здесь  $\text{Re}(\cdot)$  и  $\text{Im}(\cdot)$  — вещественная и мнимая части комплексного числа. В уравнениях (9) для краткости приняты следующие обозначения:  $\mathbf{Z}_l \equiv \mathbf{Z}(\mathbf{m}_l + \Delta)$ ,  $\tilde{\mathbf{Z}}_l \equiv \tilde{\mathbf{Z}}(\mathbf{m}_l + \Delta)$ , где  $\tilde{\mathbf{Z}}(\mathbf{m}_l + \Delta)$  вычисляется по формуле (7) при  $\phi_l = 0$ . Оценки (8) компонент вектора начальных фаз, удовлетворяющие уравнениям (9), имеют вид

$$\widehat{\phi}_{\text{МНК}} = \text{Arg} \left( \sum_{\Delta_1=-1}^1 \sum_{\Delta_2=-1}^1 \mathbf{Z}(\mathbf{m}_l + \Delta) \tilde{\mathbf{Z}}^*(\mathbf{m}_l + \Delta) \right), \quad l = \overline{1, 2}. \quad (10)$$

Очевидно, что полученные оценки векторов  $\mathbf{f}_l$  и  $\phi$  инвариантны относительно значения вектора амплитуд  $\mathbf{u}$ .

**Определение координат узлов КПТ.** Если принять, что двумерная функция яркости в центре ТЭ равна максимальному значению, то для модели (2) координаты бли-

жайшего к центру фрагмента узла решётки вычисляются по формуле [8]

$$\mathbf{i}_{\max} = \begin{bmatrix} i_{\max, 1} \\ i_{\max, 2} \end{bmatrix} = -\frac{N}{2\pi} \begin{bmatrix} f_{1,x} & f_{2,x} \\ f_{1,y} & f_{2,y} \end{bmatrix}^{-T} \begin{bmatrix} \bar{\phi}_1 \\ \bar{\phi}_2 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где  $\bar{\phi}_l = \text{mod}(\pi(f_{l,x} + f_{l,y}) + \phi_l - \pi, 2\pi) + \pi$ ,  $l = \overline{1, 2}$ , — пересчитанные к центру анализируемого фрагмента компоненты вектора начальных фаз  $\phi$  с учётом условия  $\phi_l \in [-\pi, \pi)$ ;  $\text{mod}(\cdot, 2\pi)$  — вычисление по модулю  $2\pi$ . В [8] приведено аналогичное выражение для вычисления координат ТЭ с минимальным значением яркости в его центре.

Алгоритм оценивания координат узлов решётки реализуется следующим образом. Для всех положений окна, перемещающегося по изображению, вычисляются оценки векторов  $\mathbf{f}_l$ ,  $\phi_l$  и координаты центрального узла  $\mathbf{i}_{\max}$  локальной решётки (решётки КПТ фрагмента изображения). В целях повышения точности оценки координат узлов глобальной решётки (решётки КПТ, наблюдаемой на всём изображении) для анализируемого фрагмента по матрице периодичности  $\mathbf{A}$  (формулы (5) и (1)) и вектору  $\mathbf{i}_{\max}$  вычисляются координаты восьми узлов локальной решётки, лежащих в окрестности центрального узла. В результате для каждого положения скользящего окна получены локальные решётки размером  $3 \times 3$  узла. Далее перекрывающиеся локальные решётки объединяются в глобальную решётку КПТ для всего наблюдаемого изображения.

Если отсутствуют ошибки оценивания координат узлов локальных решёток и текстура является строго периодической, то координаты узлов соседних локальных решёток совпадут. Для реальных изображений узлы локальных решёток образуют «сгустки». Разброс узлов в сгустке зависит от степени деформации решётки и ошибок оценивания  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{i}_{\max}$ . В качестве оценки узла глобальной решётки используются координаты центров тяжести сгустков.

Точность оценки координат тем выше, чем больше локальных оценок координат узла попало в один сгусток. Иными словами, для повышения точности целесообразно увеличивать количество вычисляемых координат узлов локальных решёток, лежащих в окрестности центрального узла. Однако увеличение их количества приводит к расширению границ сгустков из-за ошибок оценивания  $\mathbf{f}_l$ ,  $\phi_l$  и в конечном счёте к слиянию соседних сгустков. Это существенно затрудняет процедуру разделения сгустков, что способствует появлению аномальных ошибок оценивания координат узлов, обусловленных значимыми геометрическими искажениями решётки.

**Экспериментальные исследования алгоритма субпиксельного оценивания координат узлов решётки КПТ.** Анализ точности алгоритма проводился в соответствии с моделью (2) методом компьютерного моделирования по 200 синтезированным изображениям текстуры размером  $128 \times 128$  элементов. Параметры модели (2), удовлетворяющие условиям  $2 < \sqrt{f_{l,x}^2 + f_{l,y}^2} \leq 4$ ,  $\phi_l \in [-\pi, \pi)$ ,  $l = \overline{1, 2}$ , менялись от изображения к изображению случайным образом в соответствии с равномерным законом распределения вероятностей при абсолютном значении угла между линейно независимыми векторами  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}_2$ , образующими параллелограмм, не менее  $35^\circ$ . Окно размером  $N \times N = 32 \times 32$  элемента, формирующее анализируемые фрагменты изображения, перемещалось с шагом 5 вдоль строк и столбцов.

В качестве меры точности алгоритма оценивания использовались усреднённое смещение  $\mu$  центров тяжести сгустков относительно истинных координат соответствующих узлов (т. е. смещение оценки координат) и радиус рассеивания оценки координат  $r_{\text{gl}}$  — радиус круга, вмещающий 90 % всех оценок.

На рис. 1 приведены зависимости  $\mu$  и  $r_{\text{gl}}$  от отношения сигнал/шум  $q^2 = (u_1^2 + u_2^2)/2D_\eta$ , где  $D_\eta$  — дисперсия дискретного белого шума. На рис. 2 показаны зависимости радиуса

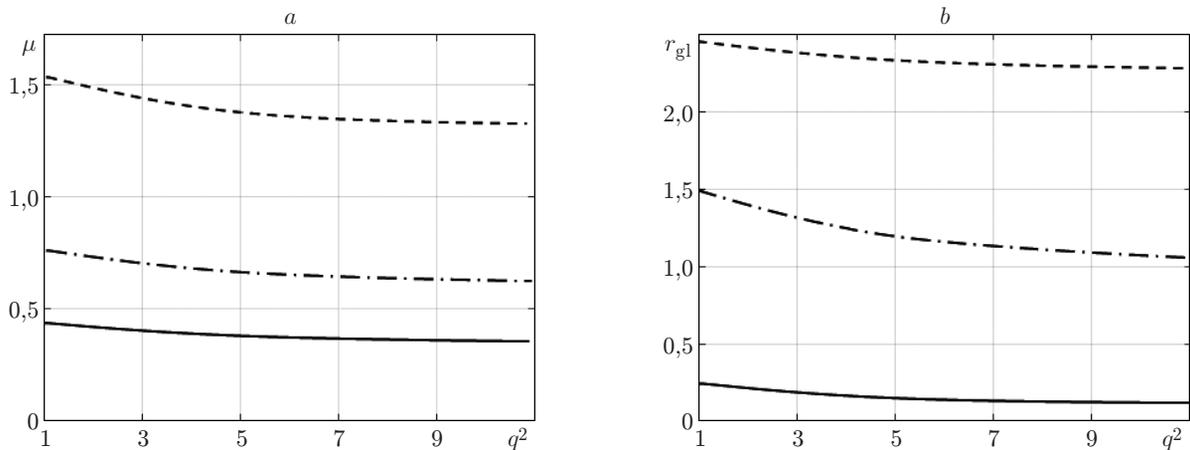


Рис. 1. Зависимости мер точности оценивания координат узлов решётки КПТ от отношения сигнал/шум: *a* — усреднённое смещение оценок координат узлов, *b* — радиус рассеивания оценок

рассеивания  $r_{loc}$  точек сгустков относительно их центров тяжести для локальных решёток. Как уже было отмечено, чем меньше  $r_{loc}$ , тем проще реализация процедуры разделения узлов и ниже уровень аномальных ошибок. Для разделения узлов, принадлежащих разным сгусткам, применён алгоритм DBSCAN [12] при следующих параметрах: радиус  $\varepsilon$ -окрестности равен 3, минимальное число точек в кластере — 8. На рис. 1 и 2 штриховые кривые соответствуют алгоритму оценивания координат узлов, использующему оценки  $\widehat{\mathbf{f}}_{l, ЦТ}$  и  $\widehat{\phi}_{max}$  [8], штрихпунктирные —  $\widehat{\mathbf{f}}_{l, ЦТ}$  и  $\widehat{\phi}_{МНК}$ , сплошные —  $\widehat{\mathbf{f}}_{l, SVDМ}$  и  $\widehat{\phi}_{МНК}$ .

Значительное снижение уровня разброса оценок  $r_{gl}$  объясняется малым радиусом рассеивания точек  $r_{loc}$  в сгустках при использовании  $\widehat{\mathbf{f}}_{l, SVDМ}$  и  $\widehat{\phi}_{МНК}$ . В результате применения алгоритма DBSCAN в сгустках оказывается намного больше точек, чем при использовании оценок  $\widehat{\mathbf{f}}_{l, ЦТ}$  и  $\widehat{\phi}_{max}$  [8], т. е. точность определения координат центров тяжести сгустков возрастает за счёт увеличения объёма выборки. Кроме того, чем меньше уровень  $r_{loc}$ , тем при больших геометрических искажениях не происходит слияния соседних сгустков и не возникает аномальных ошибок оценивания. Очевидно, что предложенный алгоритм обладает субпиксельной точностью при изменении отношения сигнал/шум в широких пределах.

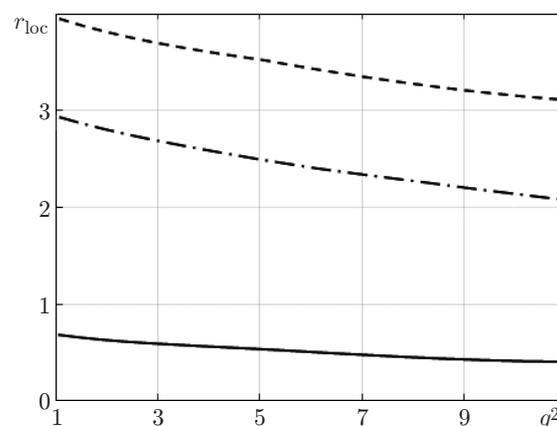


Рис. 2. Зависимости радиуса рассеивания точек сгустков относительно их центров тяжести от отношения сигнал/шум

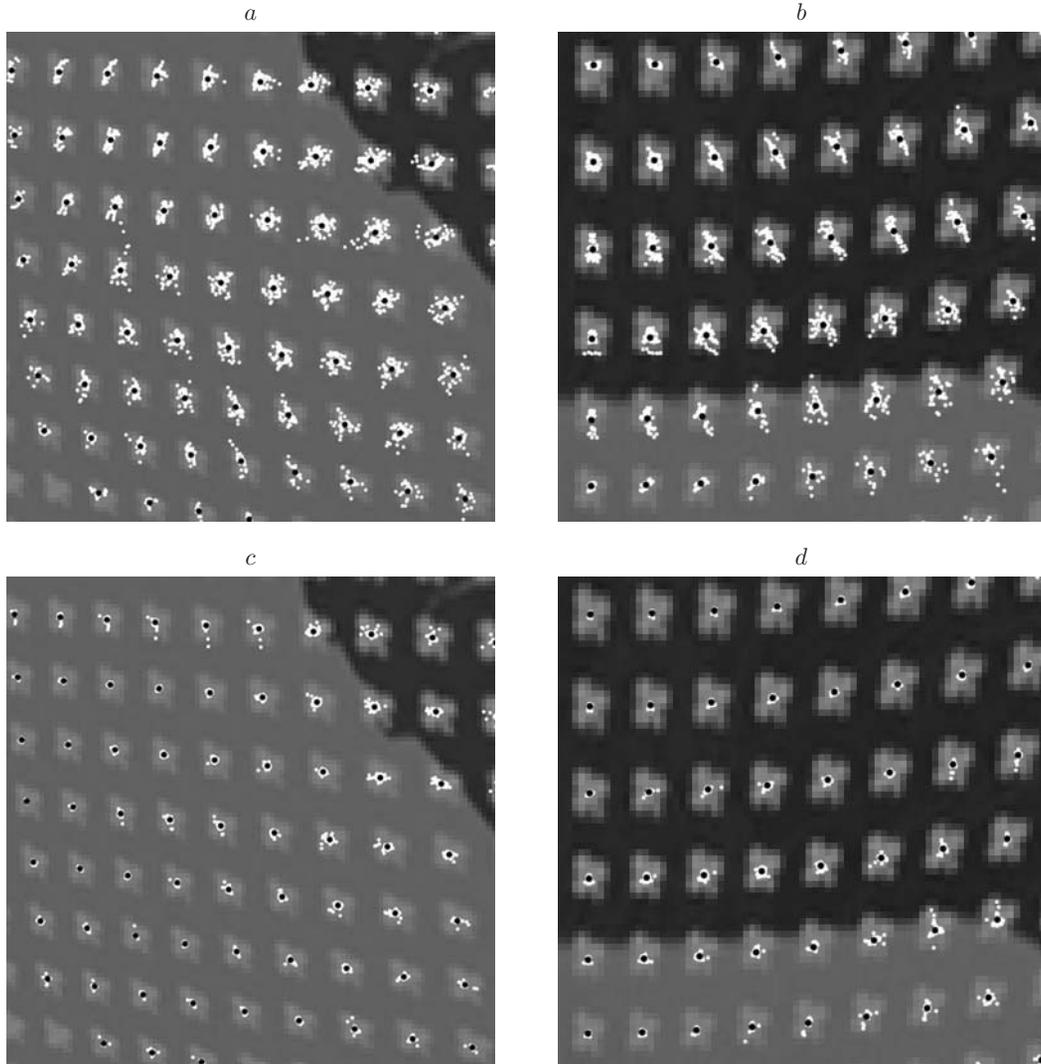


Рис. 3. Результаты обработки реальных изображений КПТ:  $a$  и  $b$  — определение координат узлов решётки на основе оценок  $\widehat{\mathbf{f}}_{l, \text{ЦТ}}$ ,  $\widehat{\phi}_{\text{max}}$ ;  $c$  и  $d$  — определение координат узлов решётки на основе оценок  $\widehat{\mathbf{f}}_{l, \text{SVDM}}$ ,  $\widehat{\phi}_{\text{МНК}}$

На рис. 3 приведены результаты тестирования алгоритмов оценивания координат узлов решётки КПТ по реальным изображениям деформированной текстуры, где белым цветом отмечены оценки координат локальных решёток, образующих сгустки. Чёрная точка в центре сгустка соответствует его центру тяжести, т. е. координаты являются оценкой координат узлов глобальной решётки. Изображения на рис. 3,  $a, b$  иллюстрируют работу алгоритма [8] на основе оценок  $\widehat{\mathbf{f}}_{l, \text{ЦТ}}$ ,  $\widehat{\phi}_{\text{max}}$  (радиусы рассеивания  $r_{\text{loc}} = 2,1$  и  $r_{\text{loc}} = 2,3$ ), а изображения на рис. 3,  $c, d$  — работу предложенного алгоритма на основе оценок  $\widehat{\mathbf{f}}_{l, \text{SVDM}}$ ,  $\widehat{\phi}_{\text{МНК}}$  (радиусы рассеивания  $r_{\text{loc}} = 0,96$  и  $r_{\text{loc}} = 0,8$ ). Поскольку истинные значения координат узлов глобальной решётки неизвестны, то меры точности  $\mu$  и  $r_{\text{gl}}$  для реальных текстур не вычислялись.

**Заключение.** Предложен алгоритм субпиксельного оценивания координат узлов решётки квазипериодической текстуры, использующий для оценивания параметров полигармонической функции окрестности размером  $3 \times 3$  двух неколлинеарных максимумов амплитуды.

литудного спектра анализируемого фрагмента. Применение метода оценивания частоты двумерного гармонического сигнала на основе сингулярного разложения и трёхточечной интерполяции Маклеода [10], а также МНК алгоритма оценивания начальной фазы обеспечило уменьшение смещения оценок координат узлов решётки КПТ более чем в 3 раза, а их разброса — практически на порядок по сравнению с алгоритмом [8]. Уменьшение радиуса рассеивания точек в сгустках позволяет использовать предложенный алгоритм при больших уровнях геометрической деформации решётки.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Шапиро Л., Стокман Дж.** Компьютерное зрение. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 752 с.
2. **Szeliski R.** Computer Vision: Algorithms and Applications. N. Y.: Springer-Verlag, 2010. 812 p.
3. **Liu Y., Hel-Or H., Kaplan C. S., Gool L. V.** Computational symmetry in computer vision and computer graphics // Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision. 2009. **5**, N 1–2. P. 1–195.
4. **Liu S., Ng T., Sunkavalli K. et al.** PatchMatch-based automatic lattice detection for near-regular textures // Proc. of the IEEE Intern. Conf. on Computer Vision. Santiago, Chile, 13–16 Dec., 2015. P. 181–189.
5. **Харалик Р. М.** Статистический и структурный подходы к описанию текстур // ТИИЭР. 1979. **67**, № 5. С. 98–120.
6. **Liu Y., Lin W. C., Hays J.** Near-regular texture analysis and manipulation // ACM Trans. Graphic. 2004. **23**, N 3. P. 368–376.
7. **Грузман И. С., Петрова К. Ю.** Обнаружение квазипериодических текстур на основе характеристик двумерного спектра мощности // Автометрия. 2015. **51**, № 2. С. 3–10.
8. **Грузман И. С., Петрова К. Ю.** Оценивание координат узлов решётки квазипериодических текстур с использованием характеристик двумерных локальных спектров // Автометрия. 2016. **52**, № 3. С. 3–9.
9. **Гонсалес Р., Вудс Р.** Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2006. 1072 с.
10. **Грузман И. С.** Оценивание вектора частот двумерного гармонического сигнала с использованием трёхточечных интерполяционных алгоритмов и сингулярного разложения // Автометрия. 2017. **53**, № 3. С. 12–18.
11. **Macleod M.** Fast nearly ML estimation of the parameters of real or complex single tones or resolved multiple tones // IEEE Trans. Signal Process. 1998. **46**, N 1. P. 141–148.
12. **Ester M., Kriegel H. P., Sander J., Xu X.** A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise // Proc. of the Second Intern. Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD-96). Portland, USA, 02–04 Aug., 1996. P. 226–231.

*Поступила в редакцию 4 апреля 2018 г.*