

УДК 532.542, 533.697.3, 519.6

Амплитудно-частотные характеристики акустических колебаний в Т-образных каналах*

Д.И. Зарипов, Н.И. Михеев

Исследовательский центр проблем энергетики КазНЦ РАН, Казань

E-mail: zaripov.d.i@mail.ru, n.miheev@mail.ru

Сравниваются экспериментальные и расчетные амплитудно-частотные характеристики пульсаций давления в Т-образных каналах. При численном моделировании использовался метод, основанный на решении одномерных нестационарных уравнений газовой динамики с учетом особенностей в области разветвления каналов. Показано хорошее согласование спектров пульсаций статического давления с результатами экспериментов.

Ключевые слова: уравнения газовой динамики, граничные условия, течение в канале, разветвленные каналы, боковой канал, математическое моделирование, резонанс, условия сопряжения каналов, местное сопротивление.

Введение

Нестационарные течения часто встречаются во многих инженерных приложениях. При этом нестационарность потока приводит как к благоприятным, так и к негативным последствиям. В качестве положительных эффектов влияния нестационарности можно выделить интенсификацию теплообмена в различных теплообменных аппаратах [1, 2]. К негативным последствиям можно отнести повышение погрешности измерительного оборудования при учете энергоресурсов [3]. Поэтому разработка методов моделирования нестационарных течений в трубопроводных системах имеет большое прикладное значение. При этом сравнительно просто моделируется течение в одноканальных системах постоянного или переменного сечения при нестационарных граничных условиях [4–7]. При моделировании же течений в системе разветвленных каналов возникают трудности в описании процессов, протекающих в области сопряжения каналов. Например, в работе [8] отмечалось, что при вдуве радиальной щелевой струи аэродинамические потери зависят как от параметров потока в каналах, так и от геометрии каналов.

При моделировании нестационарных потоков в разветвленных каналах важно адекватно описывать не только гидравлические потери в области разветвления, но и процесс прохождения через нее волны конечной амплитуды. При многократном прохождении волн разряжения и сжатия через область разветвления и отражении от границ каналов образуются стоячие волны. Известно, что при приближении частоты вынужденных

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 13-08-00359, 13-08-00504, 14-01-31067) и Минобрнауки РФ (соглашение № 14.132.21.1753).

колебаний к собственной частоте каналов возникают резонансные явления, при которых происходит прирост амплитуды колебаний таких параметров, как статическое давление и скорость потока. При этом амплитуда стоячих волн на различных участках по разные стороны области разветвления зависит от условия сопряжения смежных участков каналов.

В работе [9] для моделирования нестационарного потока в тройнике использовалось допущение о равенстве давлений в примыкающих сечениях каналов. При этом погрешность воспроизведения амплитуды давления в первой отраженной волне достигала 20 %, а результаты многократного отражения волн конечной амплитуды не представлены. Также отмечалось, что результат отражения и прохождения волн давления зависит от гидравлических потерь при повороте и изменении скорости в результате слияния или разделения потоков.

В работе [10] предпринималась попытка сформировать более корректные условия сопряжения каналов в Т-образном тройнике. Показано, что использование одномерной модели с предложенными условиями сопряжения потоков в области разветвления каналов дает хорошее согласование характеристик стационарного потока с результатами экспериментов и трехмерных расчетов, выполненных с использованием программного комплекса Ansys-FLUENT.

В настоящей работе выполнено сравнение амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) пульсаций давления в разветвленных Т-образных каналах при различных граничных условиях, полученных экспериментально и с использованием метода [10]. Как в опытах, так и при моделировании АЧХ получены данные на основе воздействия “белого” шума на одну из открытых границ разветвленного канала.

Основы метода моделирования

Одномерные нестационарные уравнения газовой динамики для круглых разветвленных каналов с учетом трения и тепловых потоков через стенку в матричной форме имеют вид [7, 11]:

$$\frac{\partial R}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = D - \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (1)$$

где
$$R = \left\{ \rho F, \rho u F, \rho F \left(e + u^2/2 \right) \right\}^T,$$

$$Q = \left\{ \rho u F, F \left(p + \rho u^2 \right), \rho u F \left(e + u^2/2 + p/\rho \right) \right\}^T,$$

$$D = \left\{ 0, p \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{2F}{R} \tau_w, \frac{2F}{R} q_w \right\}^T, \quad P = \left\{ \dot{m}, IF, \dot{m}h \right\}^T, \quad \tau_w = -\mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_R$$
 — напряжение

трения на стенке, $q_w = \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_R$ — тепловой поток через стенку, τ — время, x — продоль-

ная координата, ρ — плотность газа, p — давление, u — скорость потока, e — удельная внутренняя энергия, \dot{m} — секундный расход, h — удельная энтальпия, I — потери полного импульса в области разветвления Т-образного канала, F — площадь поперечного сечения.

В выражении (1) принята гипотеза о равномерности профиля скорости в канале и проведено усреднение параметров потока по сечению канала. Такое допущение незначительно при рассмотрении осциллирующих колебаний.

Замыкает систему уравнение состояния идеального газа

$$e = \frac{P}{(k-1)\rho}, \quad \text{где } k = c_p/c_v \text{ — коэффициент адиабаты.}$$

В начальный момент времени ($\tau = 0$) принимаются постоянные значения давления p и плотности ρ потока по длине каналов, а также нулевая скорость потока $u = 0$. В рассмотрение берутся только дозвуковые потоки в каналах.

При описании граничных условий будем рассматривать три типа различных границ:

- 1) неподвижная непроницаемая стенка;
- 2) неподвижная проницаемая стенка;
- 3) внутреннее граничное условие.

Подробная информация об указанных граничных условиях приведена в работе [10]. Отметим лишь, что для первого типа границы скорость на стенке принимается равной нулю. Для второго типа принято постоянство полного давления при втекании жидкости в канал и постоянство статического давления при истечении из канала. Под “внутренним” граничным условием понимается условие согласования параметров потока в области присоединения бокового ответвления к прямому каналу. Оно зависит от того, происходит разделение или слияние потоков в тройнике. При этом на границе отвода в области сопряжения с прямым каналом рассматриваются те же условия, что и для свободной границы. Однако давление выражается через параметры потока в прямом канале. Указанная связь между параметрами обобщена следующими зависимостями [10]:

– при слиянии потоков в тройнике

$$p_{br} = p_{\Sigma} + \left(1,538 - 0,242 \left(\frac{u_{br}}{u_{\Sigma}} \right)^2 - 1,382 \left(\frac{u_{str}}{u_{\Sigma}} \right)^2 + 0,2 \left| \frac{u_{br}}{u_{\Sigma}} \right| \left| \frac{u_{str}}{u_{\Sigma}} \right| \right) \frac{\rho u_{\Sigma}^2}{2}, \quad (2)$$

– при разделении потока в тройнике

$$p_{br} = ap_{str} + (1-a)p_{\Sigma}, \quad (3)$$

где $a = 0,245 - 0,586f + 0,516f^2$. Среднерасходная скорость u_{str} и статическое давление p_{str} относятся к сечению прямого канала, расположенному выше по потоку при слиянии и ниже по потоку при разделении относительно сечения u_{Σ} и p_{Σ} , u_{br} и p_{br} относятся к боковому отводу.

Компоненты вектора-столбца P в уравнении (1) имеют вид

$$\dot{m} = \rho u F, \quad \dot{m} h = \rho u F c_p T,$$

где c_p — удельная теплоемкость среды, T — температура.

Напряжение трения в первом приближении можно выразить через скоростной напор с использованием коэффициента сопротивления трения ζ [12, 13]:

$$\tau_w = \zeta \frac{\rho u^2}{8}.$$

Для ламинарного течения $\zeta = 64/\text{Re}$, для турбулентного — $\zeta = 0,3164/\text{Re}^{0,25}$.

Для определения местных потерь полного импульса потока в Т-образном тройнике I в уравнении (1) получены следующие выражения [10]:

– при слиянии потоков

$$I = -0,168 \rho u_{br}^2 f^2 - 0,098 \rho u_{\Sigma}^2 f^{0,5} + 0,41 \rho |u_{\Sigma}| |u_{br}| f^{1,5}, \quad (4)$$

– при разделении потоков

$$I = -0,342 \rho u_{br}^2 f^2 + 0,03 \rho u_{\Sigma}^2 f^{0,5} + 0,863 \rho |u_{\Sigma}| |u_{br}| f, \quad (5)$$

где $f = F_{br}/F_{\Sigma}$ — относительная площадь поперечного сечения бокового отвода, индексы при скорости u и площади F соответствуют индексам в выражениях (2) и (3).

Численное интегрирование уравнений (1) выполнялось по обобщенной схеме Лакса–Вендроффа [14], согласно которой на первом этапе рассчитываются значения сеточной функции в полуцелых точках шаблона на промежуточном слое $(\tau_{n-1/2}, x_{m-1/2}), (\tau_{n+1/2}, x_{m+1/2})$. На втором этапе вычисляется решение на верхнем слое по времени в точке (τ_{n+1}, x_m) .

При моделировании “белый” шум заменялся дискретным набором гармоник $p = p_{bound} + \sum_i A_i \sin(2\pi f_i \tau + \varphi_i)$, где суммирование ведется по всем задействованным

гармоникам i с частотой f_i , p_{bound} — давление на рассматриваемой границе, A_i — амплитуда пульсаций давления, одинаковая для всех гармоник, φ_i — случайный фазовый угол, равномерно распределенный в интервале от 0 до 2π , τ — текущее время.

Экспериментальное оборудование и методика исследований

Условия сопряжения потоков (2–5) были получены на основе обобщения экспериментов и результатов трехмерного моделирования по осредненным параметрам потока при стационарном течении в тройнике. Поэтому полученная в работе [10] хорошая сходимость результатов расчета осредненных скоростей потока и давлений с использованием предложенного метода и трехмерного моделирования неудивительна. Но адекватное прогнозирование средних величин еще не гарантирует достоверности оценки параметров потока в нестационарных процессах.

Процесс прохождения через тройник волн конечной амплитуды в основном определяется условиями сопряжения потоков. Оценим пригодность условий (2–5) для прогнозирования амплитудно-частотных характеристик колебаний потока в разветвленных каналах. Расчетные характеристики сравним с экспериментальными данными.

В экспериментах использовались прямолинейные участки труб с внутренним диаметром $d = 47$ мм и Т-образные тройники с таким же внутренним диаметром. Длины прямолинейных участков варьировались. Концы труб были либо открытыми, либо заглушенными. На входной границе канала создавался “белый” шум в широком частотном диапазоне с помощью широкополосного динамического громкоговорителя, установленного на расстоянии 1–2 м от открытого входа в канал. На громкоговоритель подавался усиленный сигнал программно генерируемого белого шума от звуковой карты персонального компьютера. Для одновременного измерения пульсаций давления в области входа в канал и в самом канале использовалась акустическая аппаратура Briel & Kjaer с четвертьдюймовыми микрофонами 4961. Для регистрации усиленных микрофонных сигналов использовалась автоматизированная система на основе персонального компьютера и аналого-цифрового преобразователя типа L-card.

Известно, что в каналах на твердой непроницаемой границе образуется пучность колебания давления, а на свободной границе — узел. Имея это в виду, в экспериментах с непроницаемыми границами измерительные микрофоны крепились на заглушенном торце, а со свободными границами — в середине гладких участков каналов. При измерении пульсаций давления на входе в канал принимались меры по снижению влияния излучения звука из самого канала на результаты измерений белого шума на входе в канал. Чувствительный элемент микрофона располагался в плоскости среза трубы при радиальном смещении от стенки трубы на 100–150 мм. Кроме того, между микрофоном и трубой ставился экран. Сечения трубы, в которых осуществлялось измерение пульсаций давления, для краткости будем называть контрольными сечениями.

Анализ спектров показал, что в экспериментах шум отличался от “белого” в основном, по-видимому, из-за неравномерных амплитудно-частотных характеристик усилительной аппаратуры и акустических источников. Поэтому на основе экспериментальных данных оценивались передаточные функции $K(f)$, представляющие собой зависимость отношения амплитуд выходного и входного сигналов от частоты [15], а именно, амплитуд

пульсаций давления в контрольном сечении канала и во входном сечении. Отношение амплитуд на определенной частоте принято называть коэффициентом усиления на этой частоте.

Фактически оценивалось отношение спектра выходного сигнала к входному. При экспериментальной оценке спектров часто используют фильтры, например, треть-октавные. Но в настоящей работе они не применялись, поскольку любой фильтр «смазывает» острые резонансные максимумы в спектре. Каждый спектр оценивался по осциллограмме процесса длительностью 10 с, в которую укладывалось не менее 500 периодов пульсаций первой резонансной гармоники. Время регистрации определялось техническими возможностями системы сбора данных при принятой частоте опроса измерительных каналов — 20 кГц. Для снижения погрешности измерений осредненной передаточной функции использовалось пятикратное дублирование опытов. При каждой частоте по пяти опытным значениям коэффициента усиления оценивались среднее значение и дисперсия.

Результаты и обсуждение

Перед проведением экспериментов в разветвленных каналах были проведены тестовые эксперименты и расчеты, в которых оценивались АЧХ колебаний давления в прямолинейных каналах. Передаточная функция $K_{\text{exp}}(f)$ определялась в результате осреднения по пяти дублирующим опытам.

На рис. 1 представлены экспериментальное K_{exp} и расчетное K_{theor} значения передаточной функции на непроницаемой границе для канала длиной 1000 мм, открытого с одной стороны и заглушенного с другой. Виден резонанс на частотах 86, 258, 430 и 602 Гц, соответствующих 1/4, 3/4, 5/4 и 7/4-волновому резонатору. С учетом поправки Рэлея, согласно которой эффективная длина трубы при открытом конце увеличивается на 0,61 радиуса трубы, эти частоты полностью согласуются с теоретической формулой

$$f_n = \frac{c_0(2n-1)}{4L}, \quad (6)$$

где f_n — резонансная частота соответствующей моды $n = 1, \dots, N$, c_0 — скорость звука, L — эффективная длина канала.

Аналогичные результаты для канала длиной 1000 мм со свободными с обеих сторон границами представлены на рис. 2. В этом случае контрольные сечения расположены в середине канала и на входе. Виден резонанс на частотах 170, 510 и 850 Гц, соответствующих 1/2, 3/2 и 5/2 — волновому резонатору. Полученные частоты согласуются с теоретическими значениями резонансных частот

$$f_n = \frac{c_0 n}{2L}, \quad (7)$$

кроме четных n (340, 680 Гц и т.д.), при которых контрольное сечение находилось в середине канала, т.е. в узле колебания давления.

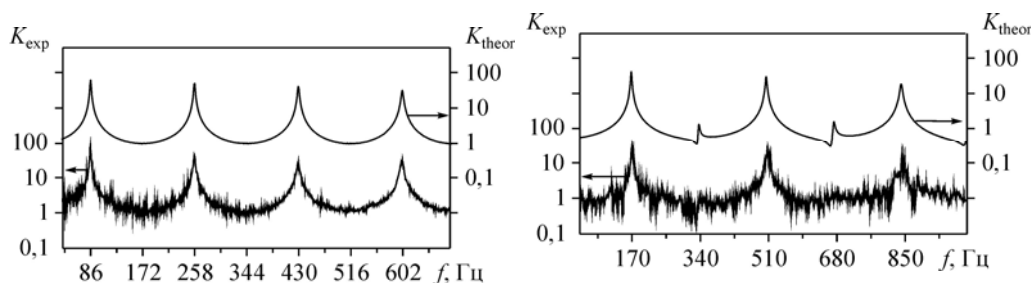


Рис. 1. Экспериментальная K_{exp} и расчетная K_{theor} передаточные функции для непроницаемой границы канала длиной 1000 мм.

Рис. 2. Экспериментальное K_{exp} и теоретическое K_{theor} значения передаточной функции в середине канала длиной 1000 мм при свободных границах с обеих сторон.

Из рис. 1 и 2 видно, что резонансные частоты, рассчитанные по предлагаемой методике, полностью совпадают с результатами экспериментов. Хорошо моделируются и значения передаточной функции $K(f)$. Относительная среднеквадратическая погрешность определения K_{theor} для первых пяти резонансных частот относительно средних значений K_{exp} на тех же частотах не превышает 35 %. При этом оценка относительного среднеквадратического отклонения воспроизводимости экспериментальных данных по результатам дублирующих опытов σ_k/K_{exp} составляет 25 %. Следовательно, статистически значимого отличия между экспериментальными и расчетными значениями передаточной функции нет.

Относительно высокий разброс полученных в опыте коэффициентов усиления в основном связан с использованием белого шума для возбуждения колебаний. Источник звука с белым шумом хорош тем, что в этом случае для получения передаточной функции достаточно одного опыта, тогда как при монохроматическом источнике звука потребовалось бы сканирование по частоте. Но при воздействии широкополосным белым шумом одновременно усиливаются многие моды колебаний, амплитуда на выделяемой частоте становится заметно ниже общего размаха сигнала. Звук на других частотах по отношению к выделяемой в спектре играет роль помехи. Другим возможным источником отклонений является изменение температуры воздуха в опытах, которое может проявляться в основном в области больших производных по частоте (в окрестности резонансных частот) из-за сдвига частоты резонанса вследствие влияния температуры на скорость звука и длину волны. В эксперименте температура контролировалась, и в серии дублирующих опытов ее изменения не превышали одного градуса.

Геометрия Т-образных каналов, использованных в опытах, показана на рис. 3а, 3b и 4а, 4b. Во всех случаях канал был обращен к источнику шума правым торцом. Там же

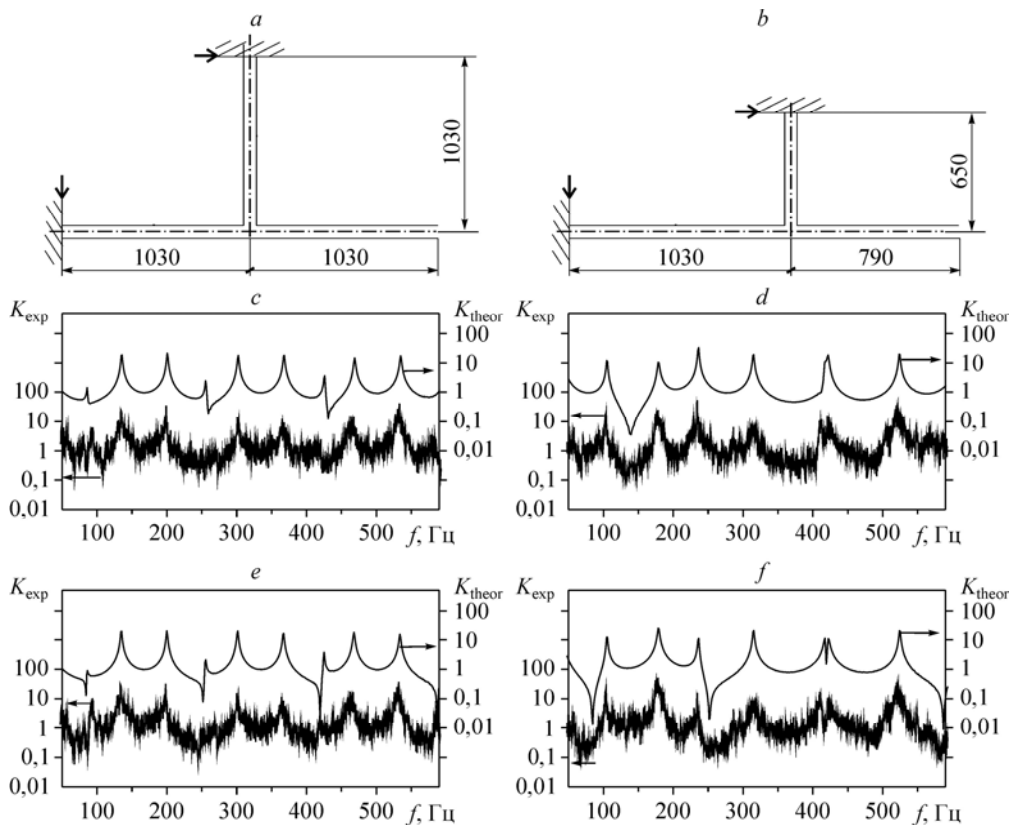


Рис. 3. Передаточная функция для контрольного сечения на непроницаемых границах прямого канала (c, d) и бокового отвода (e, f):

(c, e) — для канала (a), (d, f) — для канала (b); ↓, → — контрольные сечения в каналах (a) и (b).

стрелкой указано расположение контрольных сечений и представлены экспериментальная K_{exp} и расчетная K_{theor} передаточные функции.

По сравнению с прямым каналом, аналитическая оценка резонансных частот напоминает (6), (7) затруднена даже для простейшего разветвленного Т-образного канала из-за сложной системы отражения волн от границ в совокупности с прохождением ими области разветвления. Однако, как и в случае прямых каналов, получено хорошее совпадение расчетных и экспериментальных значений резонансных частот. Для каналов с разветвлениями, представленных на рис. 3 и 4, относительная погрешность предсказания передаточной функции K_{theor} на резонансных режимах не превышала 60 %. Но и относительное среднеквадратическое отклонение опытных данных в области резонансов тоже оказалось выше, чем в опытах с прямыми трубами, и составило 87 %. Другими словами, погрешность предсказания передаточной функции пульсаций давления K_{theor} на резонансных частотах и для приведенных выше конфигураций разветвленных каналов тоже находится в пределах воспроизводимости опытных данных.

Таким образом, метод моделирования течения в разветвленных каналах, основанный на одномерных уравнениях газовой динамики с предложенными условиями сопряжения потоков в тройнике позволяет адекватно опытным данным моделировать как осредненные характеристики потока в разветвленных каналах [10], так и амплитудно-частотные характеристики акустических колебаний давления в них.

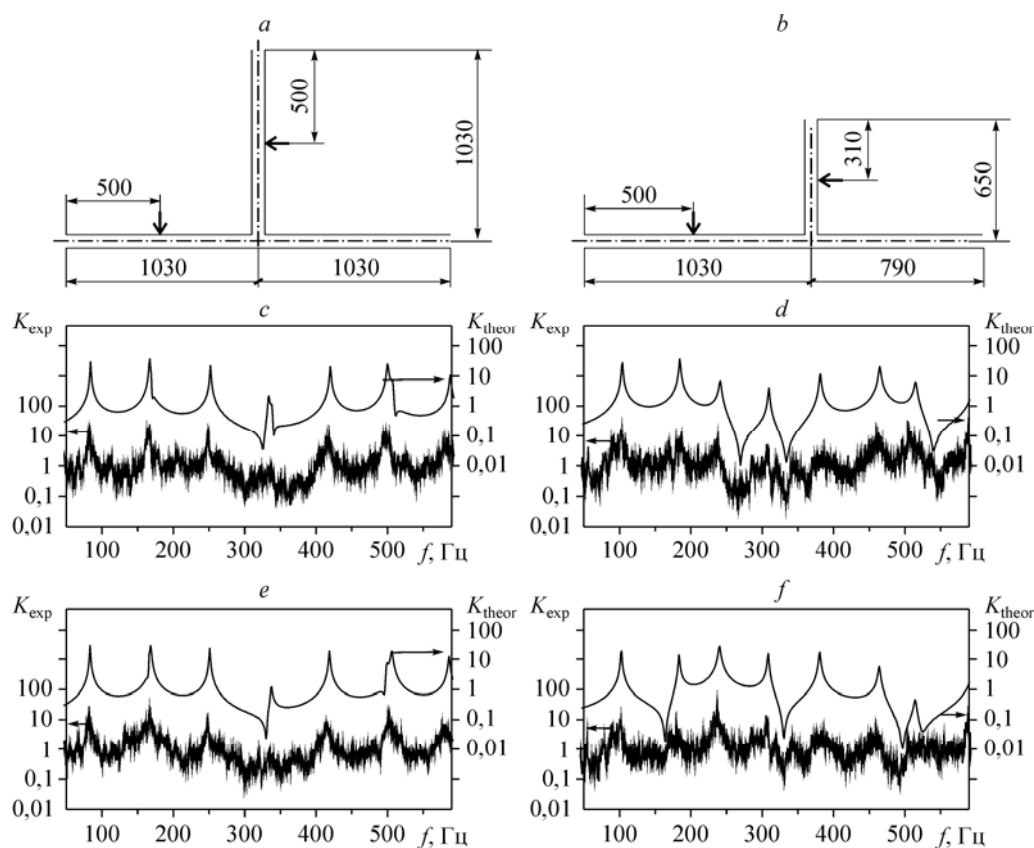


Рис. 4. Передаточная функция для контрольного сечения в середине гладких участков прямого канала (c, d) и бокового отвода (e, f):

(c, e) — для канала (a), (d, f) — для канала (b); ↓, ← — контрольные сечения в каналах (a) и (b).

Список литературы

1. Михеев Н.И., Давлетшин И.А., Молочников В.М. Теплообмен при отрыве пульсирующего потока // Тепловые процессы в технике. 2009. Т. 1, № 8. С. 314–317.
2. Давлетшин И.А., Душина О.А., Занько Ф.С., Михеев Н.И., Молочников В.М. Турбулентный отрыв потока и характеристики теплообмена в условиях гидродинамической нестационарности // Изв. РАН. Энергетика. 2011. № 1. С. 56–69.
3. Михеев Н.И., Кратиров Д.В., Душин Н.С. Моделирование нестационарных процессов в газотранспортных системах // Газовая промышленность. 2010. № 3. С. 50–51.
4. Давлетшин И.А., Михеев Н.И. Отрывная область при обтекании препятствия пульсирующим потоком в канале // Изв. РАН. МЖГ. 2010. № 5. С. 86–91.
5. Давлетшин И.А., Михеев Н.И., Гольцман А.Е. Гидравлическое сопротивление гладкой трубы на пульсирующих режимах течения газа // Тр. Академэнерго. 2011. № 1. С. 22–30.
6. Валуева Е.П. Пульсирующее турбулентное течение в трубах. Ч. 2. Течение в условиях проявления сжимаемости жидкости // Вестник МЭИ. 2007. № 2. С. 16–22.
7. Михеев Н.И., Молочников Н.И., Давлетшин И.А., Душина О.А. Моделирование пульсирующих потоков в канале // Изв. вузов. Авиационная техника. 2009. № 1. С. 50–52.
8. Терехов В.И., Мшвидобадзе Ю.М. Аэродинамика и сопротивление цилиндрического канала при вдуве в него радиальной щелевой струи // Теплофизика и аэромеханика. 2000. Т. 7, № 1. С. 69–77.
9. Еникеев Р.Д., Черноусов А.А. Моделирование и экспериментальное исследование нестационарного течения газа в разветвленном трубопроводе // Вестник УГАТУ. 2007. Т. 9, № 6. С. 98–106.
10. Зарипов Д.И., Михеев Н.И., Душин Н.С. Метод моделирования течения жидкости в разветвленных каналах // Изв. вузов. Авиационная техника. 2013. № 1. С. 23–27.
11. Алемасов В.Е., Дрегалли А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей. М.: Машиностроение, 1989. 464 с.
12. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
13. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1992. 672 с.
14. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 612 с.
15. Бастль В., Бендит Г., Бервегер П., Бонфиг К.В., Буссе Г.Ю., Профос П. Измерения в промышленности: справ. изд. в 3-х кн. Кн. 1: Теоретические основы: справочник. М.: Metallurgia, 1990. 492 с.

*Статья поступила в редакцию 9 июля 2013 г.,
после доработки — 12 марта 2014 г.*