

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ ГАЗОВЫХ СТРУЯХ

Исследованию формирования сверхзвукового потока при включении осесимметричного или плоского сопла посвящено значительное число как экспериментальных, так и теоретических работ, появившихся в основном в последние десять лет [1—4]. В то же время в этой области пока не достигнут такой же высокий, как для стационарных струй, уровень понимания протекающих процессов. В частности, слабо исследованы релаксационные явления в двумерных нестационарных струях, которые могут существенно повлиять на газодинамическую структуру потока.

1. Качественные закономерности. Процесс запуска сверхзвуковой струи можно представить на примере простой лабораторной модели, в которой в начальный момент времени газ заполняет камеру высокого давления, отделяемую диафрагмой от камеры низкого давления. После разрыва диафрагмы газ через сопло начинает поступать в область низкого давления, заполненную внешним газом. Истекающий газ играет роль своеобразного поршня, создающего во внешнем газе ударную волну. Одновременно в камере высокого давления формируется волна разрежения с центром у входа в сопло, на срезе которого за время порядка $t_* \sim r_*/c_*$ устанавливается постоянный расход (r_* и c_* — радиус и скорость звука в критическом сечении сопла).

Вначале фронт истекающего газа движется по линейному закону $x \sim t$, т.е. так, как если бы этот газ истекал в вакуум. Очевидно, должно существовать некое характерное время t_0 , когда начинает сказываться влияние затопленного пространства, а размеры области, занятой течением, во много раз начинают превосходить r_* . При этом в задаче не остается характерных величин с размерностью длины и она имеет автомодельное решение (в пренебрежении анизотропии течения):

$$x \sim r_*^{2/(n+2)}$$

($n = 1$ и 2 для щелевого и цилиндрического сопла соответственно).

Оценки для законов движения сильного разрыва в одномерном приближении были выполнены в [4] с использованием теории тонкого ударного слоя; время t_0 , характеризующее смену режимов течения, приведено в [5].

На временах $t \gg t_0$ противодействие начинает играть все большую роль, масса газа за контактной границей растет и, в конце концов, в рабочем газе образуется так называемая вторичная ударная волна, согласующая давление в истекающем газе с давлением окружающего пространства. Эта волна, распространяясь вверх по течению со скоростями, меньшими скорости потока, постепенно сносится от сечения ее образования вблизи сопла до своего стационарного положения [6]

$$x_{st} \approx 1,5(p_0/p_\infty)^{1/n} r_*$$

где p_0 и p_∞ — давление торможения газа и затопленного пространства. Практически одновременно в области, прилегающей к срезу сопла, формируется ударно-волновая структура, характерная для стационарной недо-расширенной струи.

Все сказанное выше относится к формированию равновесной струи. Но одновременно на фоне газодинамических процессов протекают процессы колебательной релаксации, имеющие характерные времена, сравнимые с

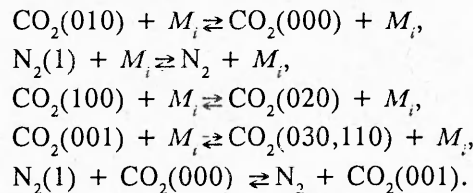
временами установления. Эффекты неравновесности, в свою очередь, влияют на газодинамические характеристики поля течения.

2. Основные уравнения. Процесс формирования релаксирующей струи описывается системой уравнений

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) &= 0, \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \mathbf{v}) + \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho w \mathbf{v}) + \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \operatorname{div}((\rho e + p) \mathbf{v}) &= 0, \\ \frac{de_i^{(v)}}{dt} &= F_i(\xi_s, T, p, e_j^{(v)}), \end{aligned}$$

где ρ — плотность газа; p — его давление; T — температура; e — полная энергия единицы массы газа; u и w — компоненты скорости \mathbf{v} вдоль осей x и y (здесь и ниже переменная x является координатой, направленной по оси, а y — ортогонально оси течения); ξ_s — концентрация s -компонента смеси; $e_i^{(v)}$ — энергия i -й колебательной моды.

Релаксационные уравнения описывают изменения энергий колебательных мод, при этом функция $F_i(\xi_s, T, p, e_j^{(v)})$ характеризует связь i -й моды со всеми остальными. В рассматриваемой смеси газов (CO_2 , N_2 и H_2O) наиболее важными являются следующие каналы релаксации:



Здесь $M_i = \text{CO}_2, \text{N}_2, \text{H}_2\text{O}$. Релаксационные уравнения записывались в приближении гармонических осцилляторов [7], причем предполагалось, что в каждой колебательной моде i существует бoльцмановское распределение с колебательной температурой T_i (в частности, T_1, T_2, T_3 — колебательные температуры соответственно симметричной, деформационной, антисимметричной мод CO_2 , T_4 — колебательная температура N_2).

3. Метод расчета. При выборе численной схемы решения получившейся системы уравнений за основу был взят метод крупных частиц [8]. В рамках этого метода расщепление исходной системы уравнений (2.1) осуществляется по физическим процессам. При этом “жесткие члены”, описывающие собственно колебательную релаксацию, содержатся теперь только в системе первого (эйлерова) этапа и могут быть проинтегрированы на протяжении каждого временного шага. В то же время параметры газа на границах расчетных ячеек вычислялись по схеме “распада разрыва” [9], что позволяло корректно описывать градиентные члены в областях поворота потока и, в частности, на кромке сопла.

Следуя [8], расщепляем систему уравнений (2.1) на две вспомогательные. Тогда для эйлерова этапа получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= 0, \quad \rho \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \\ \rho \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \quad \rho \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial e_i^{(v)}}{\partial t} &= F_i(\xi_s, T, p, e_j^{(v)}), \end{aligned}$$

а для лагранжева

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) &= 0, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \mathbf{v}) &= 0, \quad \frac{\partial \rho w}{\partial t} - \operatorname{div}(\rho w \mathbf{v}) = 0, \\ \frac{\partial \rho e}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho e \mathbf{v}) &= 0, \quad \frac{\partial \rho e_i^{(v)}}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho e_i^{(v)} \mathbf{v}) = 0.\end{aligned}$$

Заметим, что релаксационные уравнения содержат источниковые члены вида $p \left(\frac{e_i^{(v)0} - e_i^{(v)}}{\tau_i} \dots \right)$, где $e_i^{(v)0}$ — равновесное значение энергии, τ_i — время релаксации i -й колебательной моды. Эти члены оказывают далеко не безобидное действие на устойчивость всей системы в целом, делая ее жесткой [10]. При интегрировании подобных жестких систем обычно используют неявную численную схему, что обеспечивает безусловную устойчивость расчета. К сожалению, разработка полностью неявных схем для задач многомерной гидрогазодинамики сопряжена с большими техническими трудностями. Здесь используем другой подход [11], позволяющий преодолеть указанные трудности. В его рамках интегрирование жестких членов и уравнений выносятся в отдельный этап, на протяжении которого все газодинамические параметры считаются постоянными. Как уже упоминалось выше, в рамках метода крупных частиц расщепление исходной системы уравнений осуществляется по физическим процессам. Действительно, “жесткие члены”, описывающие собственно колебательную релаксацию, содержатся теперь только в системе первого (эйлерова) этапа и могут быть проинтегрированы на протяжении каждого временного шага. Каждое релаксационное уравнение можно представить в виде

$$(3.1) \quad \frac{de_i^{(v)}}{dt} = a_i - b_i e_i^{(v)},$$

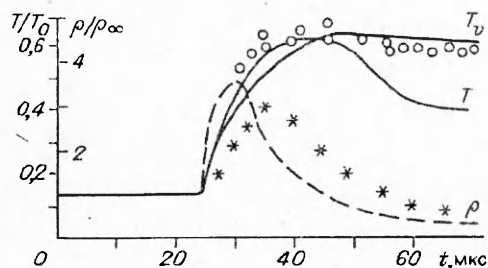
сгруппировав члены, не содержащие и содержащие $e_i^{(v)}$. При этом коэффициенты a_i и b_i — громоздкие выражения, приведенные в [5]. Полагая вышеупомянутые коэффициенты постоянными на протяжении каждого шага интегрирования, решаем систему (3.1) и получаем

$$e_i^{(v), t+\Delta t} = \frac{a_i}{b_i} + \left(e_i^{(v), t} - \frac{a_i}{b_i} \right) \exp(-b_i \Delta t),$$

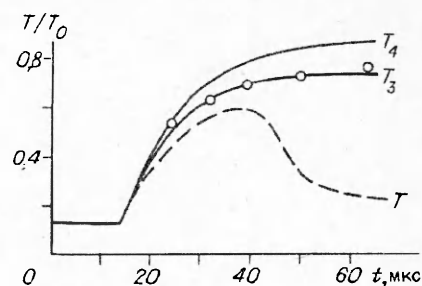
где Δt — шаг интегрирования релаксационного уравнения; $e_i^{(v), t}$, $e_i^{(v), t+\Delta t}$ — колебательная энергия моды i в начале и конце шага интегрирования.

Конечно-разностная аппроксимация всех остальных членов на расчетной сетке с ячейками $(\Delta x_i, \Delta y_j)$ стандартна [8], и на ней останавливаться не будем. Что касается области интегрирования, то она разбивалась на три участка, моделирующие камеры высокого и низкого давления и сопло. Каждая из областей покрывалась в цилиндрической (декартовой) системе координат прямоугольными ячейками со сторонами $\Delta x_i, \Delta y_j$ (i и j — номера ячеек). Области, с обеих сторон прилегающие к соплу, покрывались сеткой с постоянным шагом. Начиная с некоторого номера N_x^k и N_y^k ($k = 1, 2$ для камер высокого и низкого давления соответственно), стороны ячеек росли по закону $e^{-N_{x(y)}^k + n + 1}$ ($n = i, j$ и $\epsilon \geq 1$ [12]).

Граничные условия задавались следующим образом: на твердых стенках (сопло и стенка, разделяющая расчетные области) ставились условия непротекания, на внешних границах расчетной области — условия в соответствующей камере. В то же время в программе были предусмотрены и граничные условия, позволяющие описывать спутный и встречный потоки газа.



Р и с. 1



Р и с. 2

Выход на установившийся режим течения контролировался асимптотическим приближением значений параметров потока, рассчитанных по изложенной выше методике, к значениям, вычисленным по методике расчета стационарной струи [13], обобщенной на случай колебательно-неравномерных течений.

Описанная выше численная схема была реализована в программе, при помощи которой проведены многочисленные расчеты в следующем диапазоне параметров: нерасчетность, т.е. отношение давления на срезе сопла к давлению в затопленном пространстве варьировалось от 10 до 10^8 , число Маха струи на срезе изменялось от $0,7$ до 10 . Кроме того, в процессе расчетов варьировались геометрия сопла (а следовательно, и течения), концентрации компонентов смеси, начальные температуры в камерах высокого и низкого давления, диаметр сопла в критическом сечении и т.п.

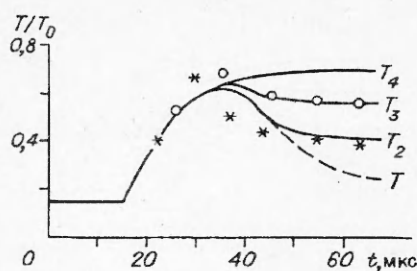
К сожалению, возможности описываемой программы сильно ограничивались недостаточной памятью и быстродействием использованных ЭВМ. Поэтому практически все приводимые ниже результаты относятся к прилегающей к соплу области размером не более $40-50$ калибров.

4. Сравнение с экспериментом. Результаты численных расчетов сравнивались с экспериментальными данными, полученными на установке, представляющей сочетание ударной трубы диаметром 50 мм с плоской вакуумной камерой, в которой двумерная газовая струя ограничивалась стенками на расстоянии $L = 45$ мм [5]. Истечение газа, нагретого отраженной ударной волной, происходило через щель полушириной $h_x = 1$ мм. Камера низкого давления ударной трубы и вакуумная камера наполнялись исследуемым газом до давлений $p_\infty = 1,3 \cdot 10^3 - 2,6 \cdot 10^4$ Па. Давление толкающего газа (He) составляло $2 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^6$ Па. Равновесные параметры газа за отраженной ударной волной, т.е. параметры торможения истекающей струи, варьировались в пределах $T_0 = 1500 - 2500$ К и $p_0 = 10^6 - 6 \cdot 10^6$ Па. Диагностика импульсной струи производилась методами многоканальной эмиссионной и абсорбционной спектроскопии в видимой [2] и ИК-областях спектра.

Экспериментальные результаты на стационарной стадии течения струи сопоставлялись с расчетами стационарных струй и асимптотикой нестационарных расчетов. Обнаружено хорошее согласие между результатами, полученными различными методами исследования. Наибольшее расхождение между стационарным расчетом и экспериментом имеет место для колебательных температур CO_2 в смеси CO_2 , N_2 и H_2O . Оно, вероятно, объясняется тем, что параметры в точке наблюдения не успевают достигнуть стационарных значений за время эксперимента.

Характеристики потока на нестационарной стадии течения струи, определяемые в экспериментах в виде временных зависимостей плотности и колебательных температур в фиксированных точках на оси потока, были сопоставлены с результатами расчетов, представленными в тех же координатах.

На рис. 1 приведено изменение плотности ρ , колебательных T_v и поступательных T температур на оси струи CO_2 на расстоянии $x = 28h_*$ от среза сопла: точки — усредненные данные экспериментов с $T_0 = 2000 - 2400$ К, $p_0 = 2 \cdot 10^6 - 3,5 \cdot 10^6$ Па, $p_\infty = 3 \cdot 10^3 - 10^4$ Па, кривые — расчет при $T_0 = 2170$ К, $p_0 = 2,8 \cdot 10^6$ Па, $p_\infty = 5 \times 10^3$ Па. Поскольку колебательные температуры всех мод CO_2 как в экспериментах, так и в расчетах оказались близки, они представлены едиными усредненными зависимостями $T_v = f(t)$. При общем подобии экспериментальных и расчетных результатов обращают на себя внимание более растянутый во времени максимум плотности и более сжатый и интенсивный максимум колебательных температур, наблюдаемые в экспериментах, по сравнению с расчетами.



Р и с. 3

На рис. 2 и 3 представлен временной ход колебательных T_i и поступательных T температур на оси струи на расстоянии $x = 28h_*$ от среза сопла соответственно в смесях 9 % $\text{CO}_2 + 91$ % N_2 и 8 % $\text{CO}_2 + 86$ % $\text{N}_2 + 6$ % H_2O ($T_0 = 2250$ К, $p_0 = 2,8 \cdot 10^6$ Па). Видно, что для смесей согласие между результатами экспериментов и расчетов еще лучше, чем для чистого CO_2 . Неожиданным оказалось практически полное совпадение не только абсолютных значений колебательных температур, но и распределение их во времени.

Достаточно хорошее согласие между экспериментальными результатами и расчетами свидетельствует о правильности принятой физической модели исследуемых процессов. Разработанные программы расчетов могут быть использованы для описания широкого класса явлений, связанных с нестационарными потоками молекулярных газов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Simons G.A. The large time behavior of steady spherical source expanding into an arbitrary ambient gas. — N.Y., 1970. — (Paper / AIAA; N 70—232).
2. Еремин А.В., Кочнев В.А., Куликовский А.А., Набоко И.М. Нестационарные процессы при запуске сильно недорасширенных струй // ПМТФ. — 1978. — № 1.
3. Британ А.Б., Григоренко В.Л. К вопросу о запуске плоских сопел ударных труб // ПМТФ. — 1982. — № 1.
4. Чекмарев С.Ф. Неустановившееся радиальное расширение газа в затопленное пространство от внезапно включенного стационарного источника // ПМТФ. — 1975. — № 2.
5. Виткин Э.И., Еремин А.В., Зиборов В.С. и др. Исследование неравновесных процессов при запуске недорасширенной струи. — Минск, 1989. — (Препр. / ИФАН БССР; № 571—572).
6. Дулов В.Г., Лукьянов Г.А. Газодинамика процессов истечения. — Новосибирск: Наука, 1984.
7. Гордиец Б.Ф., Осипов А.И., Шелепин Л.А. Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры. — М.: Наука, 1980.
8. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. — М.: Наука, 1982.
9. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. — М.: Наука, 1976.
10. Curtiss C.F., Hirschfelder J.O. Integration of stiff equations // Prog. Nat. Aeronaut. Soc. — 1952. — V. 38.

11. Blottner F.G. Finite difference methods of solution of the boundary layer equations // AIAA J. — 1970. — V. 8, N 2.
12. Перельман Л.Т. Формирование недорасширенной струи при запуске звукового сопла // ЖПТ. — 1987. — Т. 9, № 6.
13. Boyton F.P., Thomson A. Numerical computation of steady supersonic, two-dimensional gas flow in natural coordinates // J. Comp. Phys. — 1969. — V. 3, N 3.

г. Минск

Поступила 21/X 1993 г.

УДК 532.783

Г.М. Жаркова, С.И. Трашкеев

СДВИГОВОЕ ТЕЧЕНИЕ НЕМАТИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА В ГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ ПОТОКЕ И ЕГО ОПТИЧЕСКАЯ РЕГИСТРАЦИЯ

Теоретическое и экспериментальное исследование сдвигового течения неньютоновских структурированных жидкостей, к которым относятся нематические жидкие кристаллы (НЖК), не только представляет самостоятельный научный интерес, но и носит прикладной характер.

Как отмечалось в [1], использование жидких кристаллов в аэродинамических экспериментах может привести к получению новых методов диагностики, которые в ряде случаев являются более информативными и простыми по сравнению с другими известными методами. В [1] рассматривался случай, когда тонкий слой НЖК наносился на обдуваемую потоком газа поверхность модели. Численно рассчитывались возникающее в НЖК сдвиговое течение и соответствующая переориентация длинных осей молекул кристалла (директор n). По полученным данным находился оптический отклик всей системы. Таким образом, был найден алгоритм вычисления по изменению фазы прошедшей через слой необыкновенной световой волны таких характеристик, как скорость потока газа на свободной поверхности НЖК и константа напряжения сдвига.

Одной из трудностей при практической реализации предложенного в [1] метода является необходимость приготовления тонкого слоя НЖК с гомеотропной (нормальной) ориентацией директора на твердой подложке и свободной верхней границей, так как кристалл формируется в капле. Поэтому представляет интерес рассмотреть случай планарной (тангенциальной) геометрии, при которой n на поверхности ($n(z=0) = n_0$) ортогонален как направлению течения потока, так и градиенту скорости (рис. 1, в объеме $n(z \neq 0)$ такая конфигурация может нарушаться).

Изучению сдвигового течения НЖК в приведенной геометрии посвящена настоящая работа. Отличие задачи, решенной в [1], от поставленной здесь заключается в том, что деформация директора уже не происходит в одной плоскости. Это приводит к тому, что для описания переориентации молекул НЖК необходимо рассматривать два угла: полярный θ и азимутальный φ (рис. 1). Более того, как будет видно ниже, если по каким-либо причинам выход из плоскости x, y директора невозможен ($\theta = 0$), то и переориентация по φ тоже не появляется ($\varphi = 0$).

Вектор n задается через углы θ и φ следующим образом (рис. 1):

$$(1) \quad n = \{n_x, n_y, n_z\} = \{\cos\theta\cos\varphi, \cos\theta\sin\varphi, \sin\theta\};$$

© Г.М. Жаркова, С.И. Трашкеев, 1994