

УДК 534.1

ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ ТОКОНЕСУЩИХ ПРОВОДНИКОВ

В. А. Фельдштейн

Центральный научно-исследовательский институт машиностроения,
141070 Королев, Россия
E-mail: dinpro@mail.ru

Исследуется процесс самовозбуждения термомеханических автоколебаний токонесущего проводника, зависящих от его электрического сопротивления, мощности джоулева тепловыделения, а также от теплоотдачи с его поверхности. Определены условия возникновения автоколебаний и проведено численное моделирование процесса возбуждения колебаний.

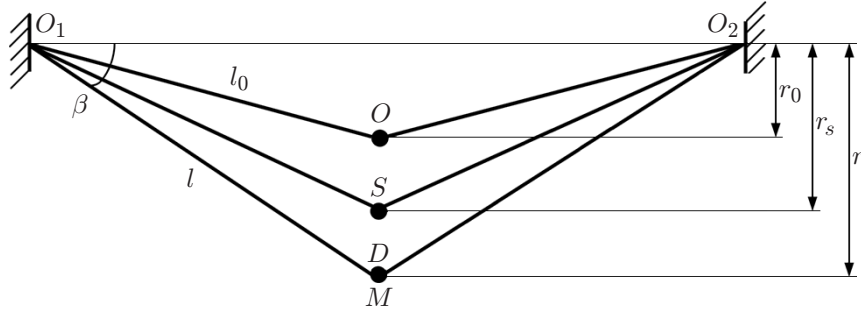
Ключевые слова: автоколебания, токонесущие проводники, численное моделирование.

DOI: 10.15372/PMTF20170615

Электромеханические системы с обратной связью, взаимодействующие с источниками энергии и окружающей средой, широко используются в технике. Получили распространение функционирующие в режиме релаксационных автоколебаний релейные терморегуляторы, отключающие ток при достижении определенной температуры [1]. К числу систем, в которых наличие термоэлектрической связи, приводящей к возникновению автоколебаний, обусловлено не прерыванием цепи, а только зависимостью от сопротивления, относятся генераторы синусоидальных колебаний на термисторах. Автоколебания проводника — натянутой струны — при отсутствии прерывания электрической цепи экспериментально обнаружил А. Ф. Иоффе (см. [2]). В работах [2, 3] это явление исследовалось на моделях осцилляторов, содержащих электрически нагреваемый элемент, охлаждаемый при колебаниях. Позднее была построена теория колебаний открытых систем с внутренними источниками энергии и выделен класс автоколебательных систем с инерционной обратной связью [4, 5]. Показано, что возникновение в таких системах автоколебаний может быть обусловлено взаимовлиянием джоулева тепловыделения, удлинения проводника вследствие нагрева, электрического сопротивления провода и мощности тепловыделения в нем, зависящих от температуры и деформации (терморезистивный эффект), а также влиянием теплоотдачи в среду, зависящей от амплитуды колебаний. Обзор работ, посвященных исследованию автоколебаний, приведен в [5]. Авторы указанных выше работ предполагали, что с использованием термомеханической концепции можно объяснить причину самовозбуждения так называемой пляски проводов электропередачи — колебаний на частотах порядка 1 Гц с амплитудой порядка величины стрелы провисания провода ($1 \div 10$ м) [6].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 06-08-00252).

© Фельдштейн В. А., 2017

Рис. 1. Отсчетная (O), статическая (S) и текущая (D) конфигурации системы

Однако эта гипотеза не получила подтверждения. Целью данной работы является исследование термомеханических колебаний, возбуждаемых в проводнике с током.

1. Исходные уравнения. Рассматривается система, состоящая из проводника с погонной массой m и с сосредоточенной массой M (рис. 1). В исходном недеформированном и обесточенном состоянии при температуре окружающей среды система имеет конфигурацию O_1OO_2 . Пренебрегая инерцией и волновыми процессами в проводнике (что допустимо при $m \ll M$, $\omega l \ll c$, $\omega l \ll a$, где ω — характерная частота колебаний; a , c — фазовые скорости поперечных и продольных волн), будем полагать, что при колебаниях система имеет конфигурацию O_1DO_2 , определяемую координатой r груза и углом φ поворота плоскости O_1DO_2 вокруг оси O_1O_2 . При этих предположениях уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned} M\ddot{r} + h\dot{r} - Mr\dot{\varphi}^2 - Mg \cos \varphi + 2B(\varepsilon - \varepsilon_T) \sin \beta &= 0, \\ Mr\ddot{\varphi} + hr\dot{\varphi} + 2M\dot{r}\dot{\varphi} + Mg \sin \varphi &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\varepsilon = (l - l_0)/l_0 \approx (r^2 - r_0^2)/(2l_0^2)$ — продольная деформация проводника ($r^2 \ll l_0^2$); $\varepsilon_T = \alpha_T T$ — ее тепловая составляющая; α_T — температурный коэффициент линейного расширения; B — жесткость проводника на растяжение; h — коэффициент демпфирования.

Первый закон термодинамики для нагреваемого упругого проводника примем в виде [7]

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + 3k_e \alpha_T T_0 \frac{\partial e}{\partial t} = \lambda \Delta T + Q^+. \quad (2)$$

Здесь температура T отсчитывается от абсолютной температуры проводника в исходном (недеформированном и обесточенном) состоянии T_0 , совпадающей с температурой окружающего воздуха; ρ — плотность; c_p — теплоемкость; k_e — модуль объемного сжатия материала; $e = (1 - 2\nu_0)\varepsilon$ — объемная деформация при одноосном относительном удлинении ε ; λ — теплопроводность окружающей среды (воздуха); Q — объемная плотность тепловыделения в проводнике.

Ниже используются следующие предположения:

— потоком тепла через поверхности торцевых сечений проводника можно пренебречь (при $\lambda/(\rho c_p \omega l_0^2) \ll 1$);

— можно пренебречь градиентом температуры в поперечном сечении проводника (при $\lambda/(\rho c_p \omega d^2) \gg 1$ и $da/\lambda \ll 1$) и считать, что температура, представляемая в виде суммы стационарной и переменной составляющих: $T(x, t) = T_S(1 + \theta(x, t))$, является функцией координаты x ;

— теплоотдача с боковой поверхности цилиндра площадью S происходит по закону Ньютона: $-\lambda \partial T / \partial r = \alpha T$.

Проинтегрируем (2) по текущему объему проводника:

$$\int_V \left(\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + 3k_e \alpha_T T_0 \frac{\partial e}{\partial t} - \lambda \Delta T - Q^+ \right) dV = 0. \quad (3)$$

С учетом принятых предположений поток тепла через поверхность проводника Σ и мощность внутренних источников соответственно равны

$$W^- = -\lambda \int_V \Delta T dV = -\lambda \int_{\Sigma} \frac{\partial T}{\partial n} d\Sigma = 2\pi d \int_0^l \alpha(x) \theta(x, t) dx, \quad (4)$$

$$W^+ = \int_V Q dV = 2 \int_0^l Q_l^+ dx$$

(Q_l^+ — погонная плотность внутренних источников).

В стационарном состоянии стрела провисания груза r_S и температура T_S определяются из уравнений

$$W_S^+ - W_S^- = 0, \quad Mg = 2B(\varepsilon - \varepsilon_T) \sin \beta. \quad (5)$$

Чтобы учесть неравномерность распределения температуры по длине проводника, будем полагать, что переменная составляющая температуры и скорость являются линейными функциями координаты x :

$$\theta(x, t) = 2\eta(t)x/l, \quad V(x, t) = V_M(t)x/l. \quad (6)$$

Здесь $\eta(t)$ — среднее по объему значение переменной компоненты температуры, через которую выражается сила упругости нагретого проводника в (1); $V_M(t) = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2}$ — скорость груза.

Определим мощности источника и стока (4). При малых числах Рейнольдса $Re = Vd/\nu$ теплоотдача обусловлена свободной конвекцией и число Нуссельта $Nu = \alpha d/\lambda$ является функцией температуры, причем температурная зависимость достаточно слабая. При развитых колебаниях возникает режим вынужденной конвекции, для которого характерна степенная зависимость числа Нуссельта от числа Рейнольдса. Анализ данных о режимах теплоотдачи, приведенных, например, в работе [8], показывает, что при вычислении первого выражения в (4) можно принять

$$\alpha = \alpha_S + \alpha_V |V|^\sigma, \quad (7)$$

причем показатель степени σ также зависит от скорости (числа Рейнольдса Re).

Определим энергетические характеристики (4), учитывая (6), (7). Мощность внутреннего тепловыделения равна

$$W^+ = 2 \int_0^l Q_l^+ dx = 2 \int_0^l IU(1 + \cos 2\omega_e t) dx \approx 2 \int_0^l IU dx \quad (\omega \ll \omega_e).$$

Здесь I, U — эффективные значения силы тока и напряжения; R — сопротивление (величины U и R отнесены к единице длины проводника). В общем случае изменение сопротивления вследствие нагрева и удлинения проводника приводит к одновременному изменению силы тока и напряжения, в результате чего возникает переменная составляющая мощности тепловыделения $\Delta Q_l^+ = I \Delta U + \Delta I U$, однако можно выделить два важных предельных

случая, когда проводник и большая нагрузка включены последовательно или параллельно. В этих случаях $I = \text{const}$ или $U = \text{const}$ и соответственно

$$\begin{aligned}\Delta Q_l^+ &= I \Delta U = I \Delta(IR) = I^2 R \Delta R/R = Q_{lS}^+ \Delta R/R, \\ \Delta Q_l^+ &= \Delta IU = U \Delta(U/R) = -(U^2/R) \Delta R/R = -Q_{lS}^+ \Delta R/R, \\ \Delta R/R &= \beta_1 T_S \theta + \beta_2 \varepsilon_d.\end{aligned}\quad (8)$$

Здесь $\varepsilon_d = (r^2 - r_S^2)/(2l_0^2)$ — составляющая деформации; $\beta_1 \approx 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ — коэффициент температурной зависимости сопротивления; $\beta_2 \approx 1,5 \div 2,0$ — коэффициент, учитывающий зависимость сопротивления от деформации проводника (тензорезистивный эффект) [9]. В первом предельном случае увеличение сопротивления приводит к увеличению тепловыделения, во втором — к уменьшению. Будем использовать вторую формулу (8), которая справедлива и в первом случае, если считать, что $\beta_{1,2} < 0$. Тогда с учетом (5) мощности тепловыделения и теплоотдачи равны

$$\begin{aligned}W^+ &= 2 \int_0^l U^2 R^{-1} (1 - 2\beta_1 T_S \eta x/l - \beta_2 \varepsilon_d) dx = W_S^+ (1 - \beta_1 T_S \eta - \beta_2 \varepsilon_d), \\ W^- &= -2\pi d \int_0^l \alpha(x) T_S \theta(x, t) dx = -W_S^- \left(1 + \eta + \frac{\alpha_V}{\alpha_S} |V|^\sigma \left(\frac{1}{\sigma+1} + \frac{2}{\sigma+2} \eta \right) \right),\end{aligned}\quad (9)$$

где $W_S^+ = 2lU^2/R$; $W_S^- = S\alpha_S T_S$.

Переходя в (1), (3) к безразмерным переменным $q = (r - r_S)/r_S$, $\bar{t} = t\sqrt{g/r_S}$, с учетом (5), (9) получаем систему уравнений

$$\begin{aligned}\ddot{q} + 2\delta\dot{q} - (1+q)\dot{\varphi}^2 + \omega^2 q + \beta(q^3 + 3q^2) + 1 - \cos\varphi - k\eta(1+q) &= 0, \\ (1+q)\ddot{\varphi} + 2\delta(1+q)\dot{\varphi} + 2\dot{q}\dot{\varphi} + \sin\varphi &= 0, \\ \dot{\eta} + \chi\dot{q}(1+q) + (\gamma(1+\beta_1 T_S) + 2\mu v^\sigma)\eta + \gamma c(q^2 + 2q) + \mu v^\sigma(\sigma+2)/(\sigma+1) &= 0.\end{aligned}\quad (10)$$

Здесь

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{\alpha_S S}{mc_p} \sqrt{\frac{r_S}{g}}, \quad \mu = \frac{1}{2+\sigma} \frac{S\alpha_V}{mc_p} \sqrt{r_S^{\sigma+1} g^{\sigma-1}}, \quad v = \sqrt{\dot{q}^2 + (1+q)^2 \dot{\varphi}^2}, \quad c = \beta_2 \frac{r_S^2}{2l_0^2}, \\ \chi &= \Gamma(1-2\nu_0) \frac{T_0}{T_S} \frac{r_S^2}{l_0^2}, \quad k = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_S - \varepsilon_T}, \quad 2\delta = \frac{h}{M} \sqrt{\frac{r_S}{g}}, \quad \omega_0 = \sqrt{1+2\beta}, \quad \beta = \frac{Br_S^3}{Mgl_0^3}.\end{aligned}$$

Заметим, что изменение потока тепла вследствие изменения площади боковой поверхности при удлинении проводника имеет второй порядок малости: $\alpha_S \eta = 2\pi l_0 (1 + \varepsilon_d) \eta \lambda \text{Nu}$ и его следует учитывать только при определении амплитуды предельного цикла. Поэтому запишем выражения для коэффициентов γ , μ в виде

$$\gamma = \gamma_0(1 + \varepsilon_d), \quad \mu = \mu_0(1 + \varepsilon_d),$$

где

$$\varepsilon_d = \frac{r_S^2}{2l_0^2} (q^2 + 2q), \quad \gamma_0 = \frac{\alpha_S S_0}{mc_p} \sqrt{\frac{r_S}{g}}, \quad \mu_0 = \frac{1}{2+\sigma} \frac{S_0 \alpha_V}{mc_p} \sqrt{r_S^{\sigma+1} g^{\sigma-1}}.$$

При подстановке γ , μ в третье уравнение (10) в нем появляются слагаемые не ниже второго порядка. Следует отметить, что второе слагаемое в левой части третьего уравнения (10), учитывающее термоупругую связность, имеет первый порядок.

2. Устойчивость стационарного состояния. Линеаризованная система уравнений (10) имеет вид

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega^2 q - k\eta = 0, \quad \dot{\eta} + \chi\dot{q} + \gamma\eta + 2c\gamma q = 0, \quad \ddot{\varphi} + 2\delta\dot{\varphi} + \varphi = 0.$$

Заметим, что в линейном приближении связь между обобщенными координатами q и φ отсутствует, поэтому можно рассматривать только первые два уравнения. Полагая $q = Ae^{st}$, $\eta = Be^{st}$, получаем характеристическое уравнение

$$s^3 + s^2(2\delta + \gamma) + s(2\delta\gamma + \omega^2 + k\chi) + \gamma\omega^2 + 2ck\gamma = 0.$$

Согласно критерию Рауса — Гурвица условием самовозбуждения колебаний является неравенство

$$2ck\gamma > \delta(\omega^2 + 2\delta\gamma + \gamma^2 + k\chi + k\chi\gamma/(2\delta)). \quad (11)$$

Если проводник включен в цепь со стабилизированным током, то $\beta_2 < 0$, $c < 0$. В этом случае “мягкое” возбуждение колебаний невозможно (коэффициент обратной связи отрицателен). Полагая $c > 0$ и представляя (11) в виде

$$P(\gamma) = \gamma^2 - 2\lambda\gamma + \omega^2 + k\chi < 0, \quad \lambda = ck/(2\delta) - \delta - k\chi/(4\delta),$$

получаем условия самовозбуждения колебаний

$$\lambda^2 - \omega^2 - k\chi > 0, \quad \lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega^2 - k\chi} < \gamma < \lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega^2 - k\chi}. \quad (12)$$

Положим сначала, что термоупругая связность отсутствует ($\chi = 0$). Для этого случая в работе [5] получено условие, аналогичное (11), и сделан вывод, что правая часть неравенства, являющаяся функцией γ , должна быть достаточно малой, т. е. коэффициент γ должен быть меньше некоторого критического значения: $\gamma < \gamma_*$ (одностороннее ограничение, имеющее физический смысл условия достаточно высокой тепловой инерционности). Однако левая часть неравенства (11) также зависит от параметра γ . Учет этой зависимости приводит к двустороннему ограничению (12), физический смысл которого состоит в следующем. При гармонических колебаниях $q = A \cos \omega t$, $\dot{q} = -A\omega \sin \omega t$, а последнее слагаемое в первом уравнении (1), как следует из второго уравнения, представляет собой силу $F = k\eta = -KA \sin(\omega t + \varphi)$. Здесь $K = 2ck\gamma/\sqrt{\gamma^2 + \omega^2}$ — коэффициент обратной связи; $\varphi = \arctg \theta$; $\theta = \gamma/\omega$. В данном случае при $\theta \ll 1$ фазовый сдвиг φ мал и сила, возникающая вследствие изменения температуры, представляет собой “отрицательное трение”, компенсирующее силу вязкого сопротивления, что и приводит к увеличению амплитуды колебаний. Наоборот, при $\theta \gg 1$ сила F изменяется в противофазе с q как дополнительная упругая сила, действие которой не может приводить к раскачиванию проводника. Таким образом, увеличение тепловой инерционности системы (постоянная времени теплового процесса $1/\gamma$ велика по сравнению с периодом колебаний $1/\omega$) способствует самовозбуждению автоколебаний. Однако при дальнейшем увеличении инерционности коэффициент обратной связи уменьшается. Следовательно, условие, налагаемое на параметр γ , должно иметь вид двустороннего ограничения. Таким ограничением является полученное выше условие (12). Должно также существовать оптимальное соотношение между характерными временами механического и теплового процессов, при котором воздействие тепловых колебаний на механические наиболее эффективно; мощность $W_\eta = A^2\omega ck\theta/(1 + \theta^2)$ максимальна при $\gamma = \omega$. Мощность силы демпфирования равна $W_\delta = -A^2\omega^2\delta$. Сопоставляя ее с W_η , можно оценить соотношение между коэффициентом диссипации и параметрами термомеханической связности, при которых возможен энергетический баланс, обеспечивающий поддержание колебаний.

Термоупругая связность ($\chi > 0$) препятствует самовозбуждению колебаний. В этом случае

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{\theta + \phi\theta^{-1}}{1 - \phi} \right), \quad K = 2ck \sqrt{\frac{1 + \phi^2\theta^{-2}}{1 + \theta^{-2}}}, \quad W_\eta = A^2\omega ck(1 - \phi) \frac{\theta}{1 + \theta^2}, \quad \phi = \frac{\chi}{2c}.$$

В температурном диапазоне $T_S < 300$ °С параметр

$$\phi = \Gamma \frac{T_0}{T_S} \frac{1 - 2\nu_0}{1 + 2\nu_0} \approx 0,6 \frac{T_0}{T_S} > 1,$$

при этом при небольших температурах значение ϕ резко увеличивается. В этом случае в (12) $\lambda < 0$ и “мягкое” возбуждение колебаний невозможно. Тензорезистивный эффект и термоупругая связность характеризуются параметрами c , χ . При увеличении параметра c область неустойчивости стационарного состояния расширяется, а при увеличении параметра χ — сужается. Это обусловлено тем, что увеличение удлинения проводника, с одной стороны, приводит к увеличению тепловыделения (в цепи источника напряжения), а с другой — к поглощению тепла (см. (2)).

Условие самовозбуждения в форме ограничения на параметр γ позволяет исследовать влияние инерционности обратной связи на развитие колебаний. Однако целесообразно формулировать критерий в виде условия, налагаемого на параметры, которые удобнее изменять в эксперименте. Запишем условие (11) в виде

$$\chi < \frac{4c}{1 + \xi}, \quad k > \xi \frac{\omega^2 + \gamma^2(1 + \xi)}{4c - \chi(1 + \xi)} \quad \left(\xi = \frac{2\delta}{\gamma} \right) \quad (13)$$

и введем два безразмерных параметра $\tau = P/(Mg)$, $\nu = B/(Mg)$ ($P = B(\varepsilon_S - \varepsilon_T)$ — сила натяжения проводника), через которые выразим величины, входящие в (13): $k = \alpha_T \theta_S \mu / \tau$, $\beta = \nu / (8\tau^3)$, $c = \beta_2 / (8\tau^2)$. Тогда условие (13) можно представить в виде связи между основными величинами, которые в эксперименте определяют состояние системы, а именно между безразмерной стационарной температурой $\alpha_T \theta_S$ и безразмерной силой натяжения τ :

$$\frac{\beta_2}{2\tau^2} > \chi(1 + \xi), \quad \alpha_T \theta_S > \xi \frac{\tau}{\mu} \frac{1 + \nu / (4\tau^3) + \gamma^2(1 + \xi)}{\beta_2 / (2\tau^2) - \chi(1 + \xi)}.$$

3. Численное моделирование. Эксперименты, выполненные на лабораторной модели (проводник из нихрома марки Х20Н80 длиной $2l_0 = 6$ м и диаметром 0,5 мм, масса груза $M = 0,2$ кг, стационарная температура $T_S = 100 \div 120$ °С, стрела статического провисания $r_s = 0,11$ м), показали, что при достижении некоторой температуры в системе развиваются малые вертикальные колебания груза, которые затем параметрически возбуждают “маятниковые” колебания системы относительно оси O_1O_2 (см. рис. 1). Процесс возбуждения автоколебаний исследован путем численного интегрирования системы уравнений при возмущенных начальных условиях. Заметим, что под “мягким” режимом понимается режим возбуждения колебаний при “малых” возмущениях начальных условий: $q(0) \approx 10^{-3} \div 10^{-4}$. Самовозбуждение колебаний происходит в диапазоне значений параметра инерционности $0,40 < \gamma < 24,00$ (см. (12)). При численном интегрировании как полных, так и линеаризованных при $\chi = 0$ уравнений получена практически такая же длина диапазона: $0,41 < \gamma < 23,50$. В этом случае численный эксперимент воспроизводит “мягкое” возбуждение колебаний. На рис. 2 приведены результаты расчета для двух вариантов: $\gamma = 0,45$ и $\gamma = \omega \approx 2$ (как отмечено выше, второй вариант соответствует оптимальной инерционности системы). Видно, что при оптимальной инерционности процесс возбуждения колебаний происходит более интенсивно и предельный цикл устанавливается быстрее. Несмотря на то что в линейном приближении связь между обобщенными координатами q

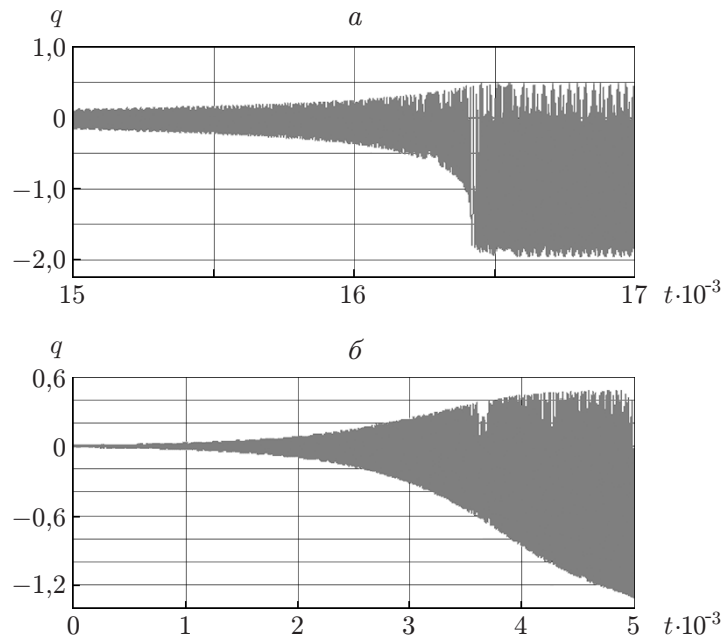


Рис. 2. Режим “мягкого” возбуждения колебаний:
 a — $\gamma = 0,45$, b — $\gamma = \omega \approx 2$

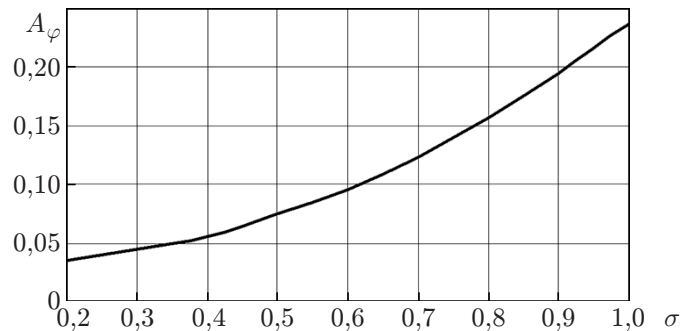


Рис. 3. Зависимость амплитуды угловых колебаний A_φ , при которых имеет место режим “жесткого” возбуждения, от параметра σ

и φ отсутствует, учет координаты φ приводит к изменению поведения системы: режим “мягкого” возбуждения колебаний сменяется режимом “жесткого” возбуждения. Вместе с тем при $\gamma = 0,05$, $\chi = 0,04$ в эксперименте наблюдается “мягкое” возбуждение колебаний, что не соответствует условию самовозбуждения, следующему из линейного приближения. Можно предположить, что отмеченное несоответствие выводов, следующих из линеаризованной модели, и данных эксперимента обусловлено приближенным описанием механизма теплоотдачи при малых числах Рейнольдса, когда режим свободной конвекции сменяется режимом вынужденной конвекции. В частности, последнее слагаемое в третьем уравнении (10), отброшенное при анализе устойчивости стационарного состояния, может оказаться существенным: $O(v^\sigma) > O(q, \dot{q})$. Эта величина быстро возрастает при увеличении скорости от нуля (согласно данным, приведенным, например, в работе [9], при малых скоростях обтекания показатель степени σ в (7) стремится к нулю, что свидетельствует о быстром возрастании величины v^σ). Численный эксперимент показал, что параметр σ в выражении (7) для коэффициента теплоотдачи оказывает существенное влияние на порог “жесткого” возбуждения колебаний (рис. 3). Результаты моделирования “жесткого” возбуждения колебаний при учете координаты φ и термоупругой связности показывают,

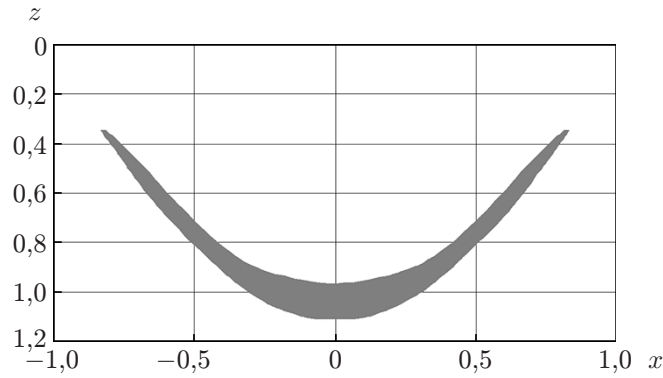


Рис. 4. Траектории движения груза на стадии установления предельного цикла

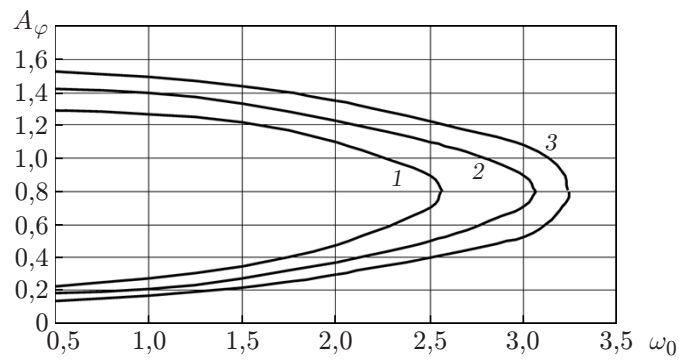


Рис. 5. Зависимость амплитуды колебаний в случаях неустойчивых (нижние ветви) и устойчивых (верхние ветви) предельных циклов от собственной частоты ω_0 :

1 — $k = 3,3$, 2 — $k = 4$, 3 — $k = 5$

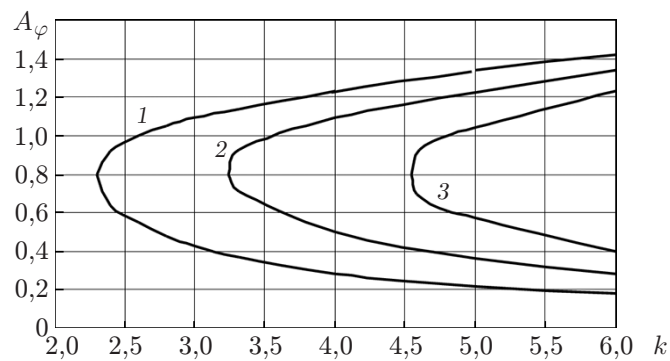


Рис. 6. Зависимость амплитуды колебаний в случаях неустойчивых (нижние ветви) и устойчивых (верхние ветви) предельных циклов от параметра k при $\omega_0 = 3$:

1 — $\delta = 0,002$, 2 — $\delta = 0,003$, 3 — $\delta = 0,004$

что в этом случае преобладают “маятниковые” колебания. На рис. 4 показана область, заматаемая траекториями движения груза в поперечной плоскости yz на заключительном этапе установления предельного цикла. Этот режим колебаний близок к режиму, который реализуется в эксперименте, причем расчетные и измеренные амплитуды различаются не более чем на 10 %.

Исследованы зависимости амплитуд угловых колебаний A_φ в случаях неустойчивого и устойчивого предельных циклов по переменной φ от определяющих параметров системы: коэффициента демпфирования δ , соотношения тепловой и упругой деформаций проводника k (рис. 5, 6). Нижние ветви кривых определяют порог возбуждения, верхние — амплитуду колебаний. Результаты численного моделирования показывают, что среди термомеханических параметров, определяющих амплитуду автоколебаний, наиболее существенное влияние на нее оказывает увеличение теплоотдачи вследствие обдува воздухом проводника, совершающего колебания. Тензорезистивный эффект, термоупругая связь и зависимость электрического сопротивления от температуры слабо влияют на амплитуду колебаний.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. “Мягкое” возбуждение колебаний в проводнике, включенном в цепь со стабилизированным током, невозможно. Наличие термоупругой связи приводит к стабилизации состояния равновесия, тензорезистивный эффект обуславливает его неустойчивость. Результаты численного моделирования режима “мягкого” возбуждения колебаний не согласуются с экспериментальными данными. Для устранения этого противоречия необходимо уточнение механизма теплоотдачи при малых амплитудах колебаний. Предложенная модель достаточно точно описывает режим “жесткого” возбуждения автоколебаний. В случае предельного цикла порог возбуждения и амплитуда в основном зависят от теплоотдачи при колебаниях, тогда как электрическое сопротивление проводника, а также термоупругая связность играют существенно меньшую роль.

ЛИТЕРАТУРА

1. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. М.: Гостехтеоретиздат, 1952.
2. Пеннер Д. И., Дубошинский Я. Б., Дубошинский Д. Б. и др. Параметрические термомеханические колебания // Некоторые вопросы возбуждения незатухающих колебаний. Владимир: Владимир. гос. пед. ин-т, 1974. С. 168–183.
3. Галкин Ю. В., Дубошинский Д. Б., Вермель А. С., Пеннер Д. И. Вертикальные термомеханические колебания // Некоторые вопросы возбуждения незатухающих колебаний. Владимир: Владимир. гос. пед. ин-т, 1974. С. 150–158.
4. Бабицкий В. И., Ланда П. С. Автоколебания в системах с инерционным возбуждением // Докл. АН СССР. 1982. Т. 266, № 5. С. 1087–1089.
5. Ланда П. С. Нелинейные колебания и волны. М.: Наука, 1997.
6. Яковлев Л. В. Пляска проводов на воздушных линиях электропередачи и способы борьбы с нею. М.: Науч.-техн. фирма “Энергопрогресс”, 2002. (Прил. к журн.: Энергетик. 2002. Вып. 11).
7. Снеддон И. Н. Классическая теория упругости / И. Н. Снеддон, Д. С. Берри. М.: Физматгиз, 1961.
8. Гебхарт Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен / Б. Гебхарт, Й. Джалурия, Р. Махаджан, Б. Саммакия. М.: Мир, 1991.
9. Клокова Н. П. Тензорезисторы. М.: Машиностроение, 1990.

Поступила в редакцию 11/X 2016 г.