

УДК 532.555.2

Влияние граничных условий для температуры на характеристики течения неньютоновской жидкости через резкое сужение сечения трубы*

К.Е. Рыльцева, Г.Р. Шрагер

Томский государственный университет

E-mail: kiraworkst@gmail.com

Представлена математическая модель ламинарного осесимметричного течения степенной жидкости в трубе с участком резкого сужения в неизотермических условиях с учетом диссипативных эффектов. Реология жидкой среды определена законом Оствальда–де Ваале, эффективная вязкость задана в виде функции температуры. Рассмотрено два варианта задания режима теплообмена на твердой стенке трубы: первый подразумевает постоянство температуры жидкости вдоль стенки, второй предполагает постоянное значение температуры жидкости на стенке за исключением участка, включающего окрестность скачка сечения, где задается нулевой тепловой поток. Результаты численного исследования процесса получены с помощью конечно-разностного метода. Проведены расчеты основных характеристик течения, выполнен анализ влияния тепловых граничных условий на структуру потока жидкости и локальные потери давления в трубе.

Ключевые слова: численное моделирование, резкое сужение трубы, степенная жидкость, течение, вязкая диссипация, граничные условия, местные потери давления.

Введение

Интенсивное развитие химической промышленности и стремительное увеличение объема выпуска продукции, изготовленной из полимерных материалов, неразрывно связано с результатами исследований гидродинамических процессов, протекающих в элементах технологической оснастки. Нередко конструкция трубопроводов включает участки резкого изменения площади сечения каналов — сужения или расширения [1–4]. Использование таких конструктивных элементов обусловлено определенными требованиями, предъявляемыми к условиям и режиму течения жидкого материала. Исходя из практической необходимости, в результате исследования течений различного рода жидких сред через каналы с сужением или расширением в работах [5–7] был получен большой объем данных. При этом особое внимание уделялось вопросам, связанным с формированием структуры потока, кинематикой течения и потерями давления за счет изменения геометрии канала [8–10].

* Исследование выполнено за счет гранта РФФИ (проект № 18-19-00021-П).

Значительная часть гидродинамических процессов в промышленности протекает в условиях переменной температуры, изменение которой является следствием диссипации энергии, действия источников/стоков тепла или задания различных режимов теплообмена на границах области. Неизотермические течения жидкости Бингама в каналах с сужением или расширением подробно изучались в работах [11, 12]. Авторами были представлены результаты расчетов картин течения, полей эффективной вязкости и температуры, а также распределений числа Нуссельта при различных значениях параметра пластичности. Задача о неизотермическом течении вязкопластичной жидкости через резкое сужение канала рассматривалась в работе [13]. Здесь были проведены расчеты местных потерь давления и выполнен анализ влияния учета вязкой диссипации на протяженность зон двумерного течения и распределение квазитвердых ядер в потоке. В работе [14] были представлены данные о турбулентном течении наножидкостей через резко сужающиеся нанотрубки. Основная цель исследования состояла в выявлении способов интенсификации теплопереноса в области течения. Авторами [15] был выполнен подробный анализ тепловых характеристик отрывных течений в случае резкого расширения канала, а также рассмотрены потенциальные возможности методов интенсификации и ослабления теплоотдачи, в том числе в случае высокой турбулентности течения.

В настоящее время проводится множество научных исследований с целью усовершенствования технологического оборудования для последующего увеличения эффективности производственных процессов [16–19]. Одним из способов повышения эффективности транспортировки жидкостей в каналах с резким сужением или расширением является снижение уровня энергетических потерь, а именно местных гидравлических потерь, обусловленных локальной перестройкой потока при обтекании места стыковки широкой и узкой частей канала [20, 21]. Существует несколько способов уменьшения местных потерь давления. Один из них — понижение вязкости жидкости за счет увеличения температуры, которое обеспечивается организацией условий теплообмена на стенке канала. В общем случае в работах рассматриваются задачи, в которых при движении жидкости в канале на твердых стенках области течения задается постоянное значение температуры жидкости [22–24] или постоянное значение потока тепла [14, 25]. Однако возможно использование граничного условия смешанного типа, подразумевающее постоянство температуры жидкости на части твердой границы и постоянство теплового потока через другую часть этой границы [26, 27].

Целью настоящей работы является численное исследование неизотермического течения степенной жидкости через резкое сужение трубы с заданным граничным условием смешанного типа для температуры жидкости на твердой стенке с учетом вязкой диссипации и зависимости вязких свойств жидкости от температуры.

1. Постановка задачи

Рассматривается установившееся ламинарное течение несжимаемой неньютоновской жидкости в осесимметричной области с резким сужением в условиях переменной температуры с учетом диссипативных эффектов. Схема области течения изображена на рис. 1.

Математическое описание процесса осуществляется с использованием уравнений, записанных в безразмерной форме в переменных «функция тока (ψ)–вихрь (ω)–температура (θ)» [28, 29]:

$$\frac{\partial(v\omega)}{\partial r} + \frac{\partial(u\omega)}{\partial z} = \frac{2^n \cdot B}{\text{Re}} \left(\Delta\omega - \frac{\omega}{r^2} \right) + \frac{2^n \cdot S}{\text{Re}}, \quad (1)$$

$$\Delta\psi - \frac{2}{r} \frac{\partial\psi}{\partial r} = -r\omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(v\theta)}{\partial r} + \frac{\partial(u\theta)}{\partial z} + \frac{v\theta}{r} = \frac{2}{\text{Pe}} (\Delta\theta + 2^{n-1} \text{Br} \cdot A^2 B), \quad (3)$$

где

$$S = 2 \frac{\partial^2 B}{\partial r \partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) + 2 \frac{\partial B}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + 2 \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial z} + \left(\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial B}{\partial r} \frac{\omega}{r},$$

$$A = \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Основные переменные в уравнениях (1) – (3) определяются следующими формулами:

$$v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \omega = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \theta = \beta(T - T_1),$$

где v и u — компоненты вектора скорости вдоль осей r и z соответственно, β — температурный коэффициент, T и T_1 — размерная температура жидкости в потоке и на стенке трубы соответственно.

В качестве реологического закона, определяющего вязкие свойства жидкости, выбран закон Оствальда–де Ваале [30]. Соответствующее безразмерное выражение для эффективной вязкости с учетом экспоненциальной зависимости от температуры имеет вид [31]:

$$B = \exp(-\theta) \cdot A^{n-1}, \quad (4)$$

где индекс n — показатель нелинейности среды.

Представленная постановка задачи содержит ряд безразмерных комплексов, известных как число Рейнольдса, число Пекле, число Бринкмана, которые определяются формулами

$$\text{Re} = \frac{\rho U^{2-n} (2R_2)^n}{k}, \quad \text{Pe} = \frac{2c\rho UR_2}{\lambda}, \quad \text{Br} = \frac{kU^{n+1} (2R_2)^{1-n} \beta}{\lambda},$$

здесь ρ — плотность жидкости, U — среднерасходная скорость в узкой части трубы, которая используется при обезразмеривании скорости, R_2 — радиус узкой части трубы, выступающий в качестве масштаба длины, k — показатель консистенции в реологическом уравнении, входящий в масштаб вязкости $k(U/R_2)^{n-1}$, c — теплоемкость среды, λ — теплопроводность среды.

Граница Γ_1 служит входным сечением, через которое жидкость поступает в трубу с постоянным безразмерным единичным расходом (рис. 1). Для задания граничных условий на входе используются профиль скорости $f_1(r)$ и профиль температуры $f_2(r)$ [32], которые соответствуют одномерному неизотермическому установившемуся течению степенной жидкости в трубе с безразмерным радиусом $R_1/R_2 = R_c$ (R_c — степень сужения трубы). Для выходной границы Γ_3 характерно выполнение «мягких» граничных условий. При моделировании области течения границы Γ_1 и Γ_3 удалены от участка сужения с целью обеспечения установившегося режима течения вблизи указанных границ. На твердой неподвижной стенке Γ_2 выполняются граничные

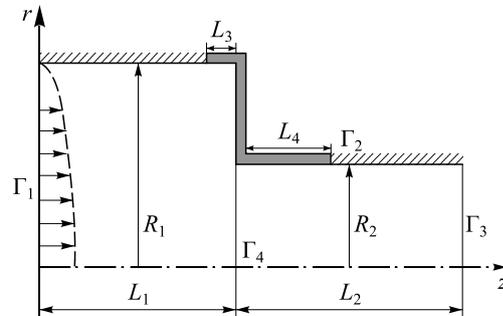


Рис. 1. Область течения — круглая труба с сужением.

условия (ГУ) прилипания, при этом безразмерная температура жидкости равна нулю либо на всей границе (I случай ГУ), либо только на ее части, тогда как на оставшейся части в окрестности скачка сечения задается нулевой тепловой поток (II случай ГУ). В силу симметричности процесса относительно оси трубы Γ_4 на этой границе реализуются условия симметрии. Математическая интерпретация заданных граничных условий имеет вид:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 : \psi &= \int_0^r f_1(r) r dr, \quad \omega = -\frac{\partial(f_1(r))}{\partial r}, \quad \theta = f_2(r), \quad 0 \leq r \leq R_c, \quad z = 0, \\ \Gamma_3 : \frac{\partial\psi}{\partial z} &= 0, \quad \frac{\partial\omega}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial\theta}{\partial z} = 0, \quad 0 \leq r \leq 1, \quad z = \frac{L_1}{R_2} + \frac{L_2}{R_2}, \\ \Gamma_4 : \psi &= 0, \quad \omega = 0, \quad \frac{\partial\theta}{\partial r} = 0, \quad r = 0, \quad 0 < z < \frac{L_1}{R_2} + \frac{L_2}{R_2}; \end{aligned}$$

I случай ГУ (граничные условия I рода для температуры):

$$\begin{aligned} \Gamma_2 : \psi &= \text{const}, \quad \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}, \quad \theta = 0, \quad r = R_c, \quad 0 < z \leq \frac{L_1}{R_2}, \\ \psi &= \text{const}, \quad \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}, \quad \theta = 0, \quad 1 \leq r < R_c, \quad z = \frac{L_1}{R_2}, \\ \psi &= \text{const}, \quad \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}, \quad \theta = 0, \quad r = 1, \quad \frac{L_1}{R_2} < z < \frac{L_1}{R_2} + \frac{L_2}{R_2}; \end{aligned}$$

II случай ГУ (смешанные граничные условия для температуры):

$$\begin{aligned} \Gamma_2 : \psi &= \text{const}, \quad \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}, \quad \theta = 0, \quad r = R_c, \quad 0 < z < \frac{L_1}{R_2} - \frac{L_3}{R_2}, \\ \psi &= \text{const}, \quad \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}, \quad \frac{\partial\theta}{\partial r} = 0, \quad r = R_c, \quad \frac{L_1}{R_2} - \frac{L_3}{R_2} \leq z < \frac{L_1}{R_2}, \\ \psi &= \text{const}, \quad \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial\theta}{\partial z} = 0, \quad 1 \leq r \leq R_c, \quad z = \frac{L_1}{R_2}, \\ \psi &= \text{const}, \quad \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}, \quad \frac{\partial\theta}{\partial r} = 0, \quad r = 1, \quad \frac{L_1}{R_2} < z \leq \frac{L_1}{R_2} + \frac{L_4}{R_2}, \\ \psi &= \text{const}, \quad \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}, \quad \theta = 0, \quad r = 1, \quad \frac{L_1}{R_2} + \frac{L_4}{R_2} < z < \frac{L_1}{R_2} + \frac{L_2}{R_2}; \end{aligned}$$

здесь $L_3/R_2, L_4/R_2$ — безразмерные длины участков горизонтальной стенки, на которых задан нулевой тепловой поток (рис. 1).

2. Метод решения

Алгоритм численного решения сформулированной задачи включает в себя несколько этапов. На первом этапе уравнения (1) – (3) согласно методу установления [33] дополняются слагаемыми в виде частных производных искомых функций по фиктивному времени t , а именно: $\partial\omega/\partial t, \partial\psi/\partial t, \partial\theta/\partial t$. Далее выполняется переход от исходных дифференциальных уравнений к их дискретным аналогам с помощью конечно-разностной методики на основе схемы переменных направлений [34]. Схема позволяет свести решение задачи в двумерной постановке к последовательному решению ряда одномерных

задач. Завершающим этапом является решение уравнений в дискретном виде методом прогонки [33].

С целью использования выражения для эффективной вязкости (4) во всей области, включая ось симметрии, где в случае псевдопластичной среды ($n < 1$) значение B становится бесконечным при $A = 0$, выполняется регуляризация исходной реологической модели [35]. В результате регуляризации формула (4) переписывается в виде

$$B = \exp(-\theta) \cdot (A + \varepsilon)^{n-1}, \quad (5)$$

где ε играет роль малого добавочного параметра, значение которого подбирается в ходе вычислительного эксперимента. Верификация алгоритма на предмет точности расчетов при варьировании регуляризационного параметра в случае изотермического течения степенной жидкости была выполнена в работе [9].

Результаты проверки сеточной сходимости алгоритма в I случае ГУ представлены в исследовании [31]. Дополнительная проверка во II случае ГУ осуществляется для следующего набора параметров: $Br = 1$, $Pe = 100$, $Re = 1$, $n = 0,8$ (табл. 1). В качестве контролируемых характеристик выбраны максимальные значения аксиальной скорости и температуры, достигаемые в скачке сечения и на выходной границе соответственно. Представленные значения, рассчитанные на последовательности квадратных сеток, подтверждают сходимость алгоритма. Дальнейшие расчеты реализованы при $h = 0,025$ и $\varepsilon = 0,0001$.

Таблица 1
Максимальная скорость в скачке сечения
и максимальная температура в выходном сечении
при различных значениях шага разностной сетки h

| Шаг сетки h | Максимальная скорость в скачке сечения u_{\max} | Максимальная температура в выходном сечении θ_{\max} |
|---------------|---|---|
| 0,1 | 1,6065 | 0,5608 |
| 0,05 | 1,6146 | 0,5758 |
| 0,025 | 1,6159 | 0,5792 |
| 0,0125 | 1,6158 | 0,5801 |

3. Результаты расчетов

В сформулированной задаче геометрия трубы определяется следующими характерными значениями: $R_c = 2$, $L_1/R_2 = 10$, $L_2/R_2 = 300$. Участки твердой стенки с заданными адиабатическими условиями во II случае ГУ имеют протяженность $L_3/R_2 = 1$ и $L_4/R_2 = 3$ (рис. 1).

На основе расчетных данных восстановлены типичные картины течения в виде распределений изолиний функции тока вдоль трубы. Они представлены на рис. 2*a* и 2*b* для I и II случаев ГУ соответственно. Для обоих случаев характерно наличие областей одномерного течения в окрестности входной и выходной границ, где линии тока располагаются параллельно оси симметрии трубы, и областей двумерного течения в окрестности скачка сечения, где жидкость обтекает внутренний угол, за счет чего наблюдается изгиб линий тока. Во II случае ГУ искривление линий тока также наблюдается в области изменения вида граничных условий для температуры жидкости на твердой стенке (рис. 2*b*). Еще одно следствие смены граничных условий — появление дополнительной зоны значимой радиальной составляющей скорости справа от скачка сечения (рис. 2*d*). Поля аксиальной скорости для обоих случаев граничных условий изображены на рис. 2*e*, 2*f*.

На рис. 3 изображены поля температуры для потока псевдопластичной жидкости ($n = 0,8$) при различных наборах параметров задачи. Видно, что при распределении температуры для II случая ГУ, в отличие от распределения температуры для I случая ГУ,

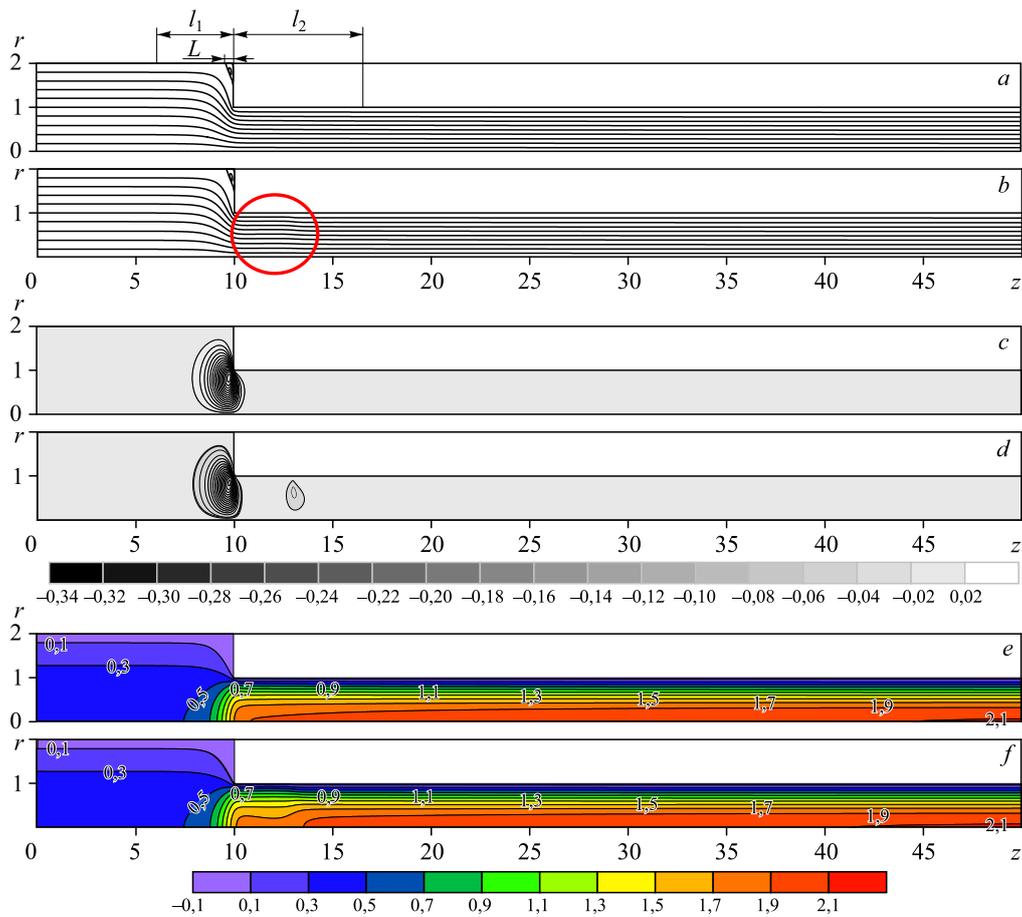


Рис. 2. Распределения линий тока (*a, b*), радиальной скорости (*c, d*) и аксиальной скорости (*e, f*) при $B\text{r} = 1$, $\text{Pe} = 100$, $\text{Re} = 1$, $n = 0,8$.
a, c, e — I случай ГУ, *b, d, f* — II случай ГУ.

справа от скачка вдоль стенки локализуется область прогрева среды, которая обусловлена отсутствием теплового потока на участке твердой горизонтальной стенки. При обоих вариантах граничных условий увеличение параметра Пекле приводит к смещению области с более высокой температурой в направлении выхода из трубы (рис. 3*c, 3d*). С ростом числа Бринкмана в узкой части трубы наблюдается существенный разогрев среды за счет вязкой диссипации. Следует отметить, что в ходе численного моделирования процесса при относительно высоких значениях чисел Пекле и Рейнольдса необходимо использовать длину узкой части трубы, достаточную для достижения потоком гидродинамической и температурной стабилизации.

Поля температуры, характерные для течения дилатантной жидкости ($n = 1,2$) при варьировании основных параметров задачи в I и II случаях ГУ, изображены на рис. 4. Качественно распределения температуры не отличаются от ранее представленных для $n = 0,8$. Однако необходимо отметить, что при прочих равных параметрах максимальная температура среды при $n = 1,2$ выше, чем при $n = 0,8$.

Для получения количественной оценки структуры потока вводятся безразмерные геометрические характеристики, которые представляют собой длину зоны двумерного течения в широкой (l_1) и узкой (l_2) частях трубы (см. рис. 2*a*), а также длину зоны циркуляции в области уступа (L). Значения l_1 и l_2 определяются длинами участков от скачка до сечений, в которых аксиальная скорость на оси трубы равна величинам, отличным на 1 % от тех, которые получены в области одномерного течения вверх и вниз по потоку соответственно.

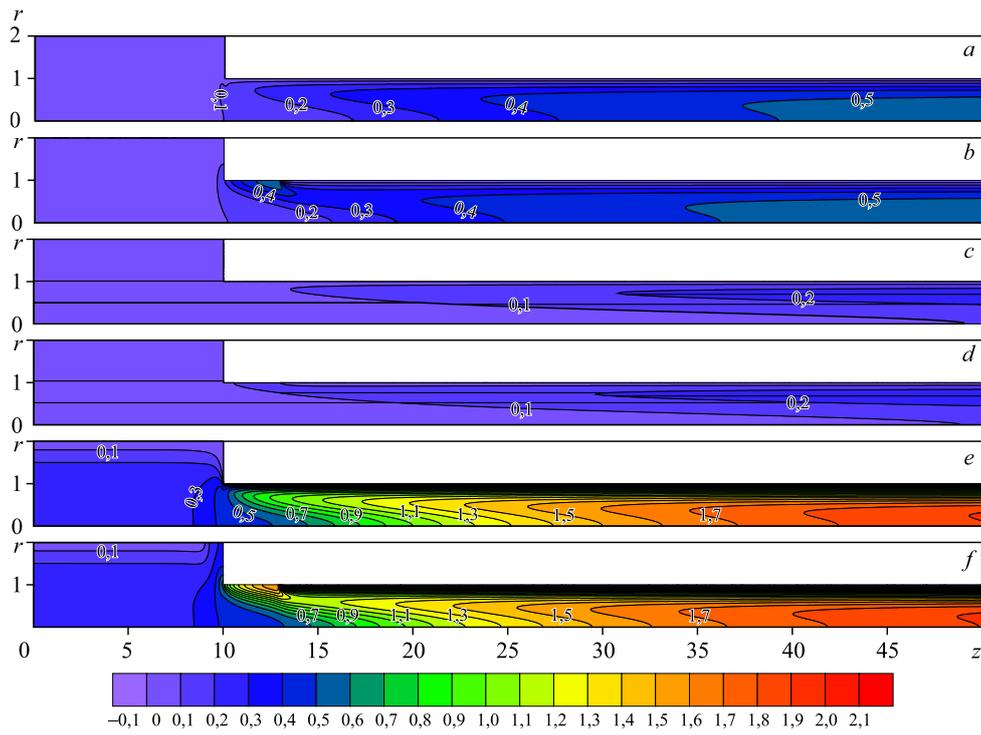


Рис. 3. Поля температуры при $Re = 1$, $n = 0,8$.
 a, b — $Br = 1$, $Pe = 100$; c, d — $Br = 1$, $Pe = 1000$; e, f — $Br = 5$, $Pe = 100$;
 a, c, e — I случай ГУ; b, d, f — II случай ГУ.

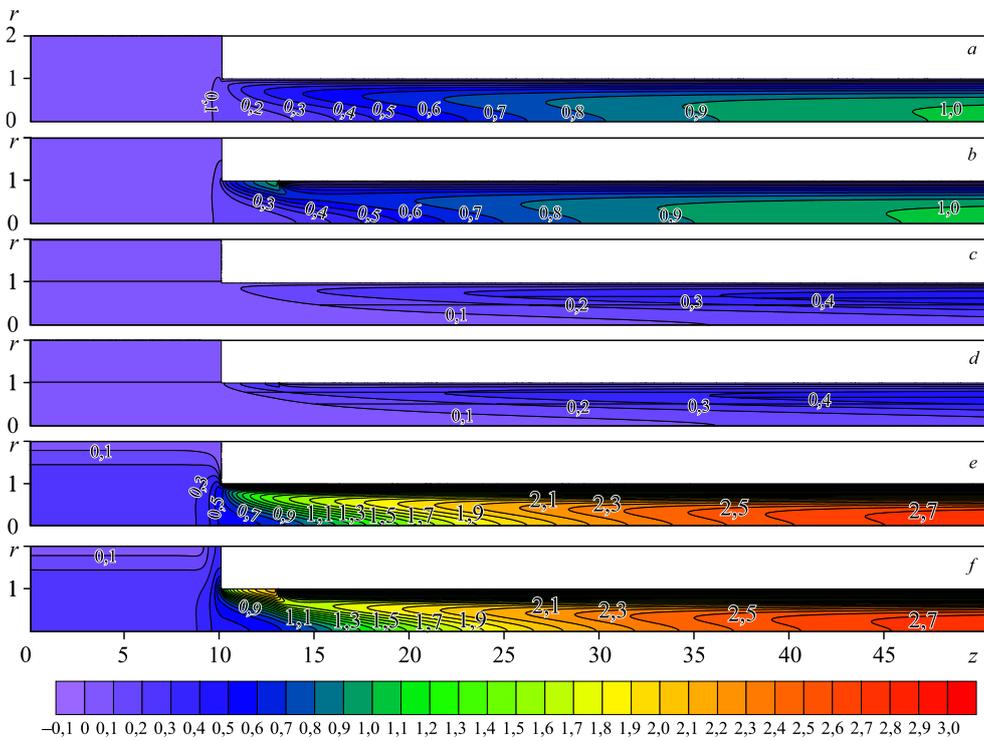


Рис. 4. Поля температуры при $Re = 1$, $n = 1,2$.
 a, b — $Br = 1$, $Pe = 100$; c, d — $Br = 1$, $Pe = 1000$; e, f — $Br = 5$, $Pe = 100$;
 a, c, e — I случай ГУ; b, d, f — II случай ГУ.

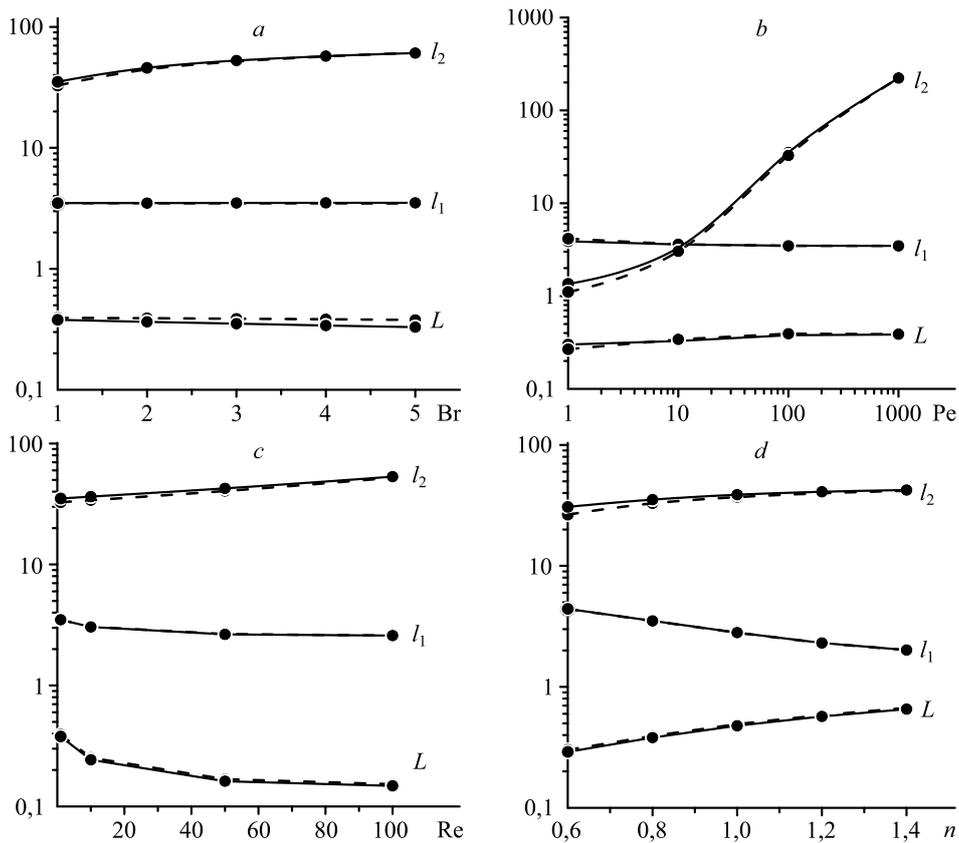


Рис. 5. Длины зон двумерного течения в зависимости от числа Бринкмана при $Pe = 100$, $Re = 1$, $n = 0,8$ (a), числа Пекле при $Br = 1$, $Re = 1$, $n = 0,8$ (b), числа Рейнольдса при $Br = 1$, $Pe = 100$, $n = 0,8$ (c) и от показателя нелинейности при $Br = 1$, $Pe = 100$, $Re = 1$ (d). Сплошные линии — I случай ГУ, пунктирные линии — II случай ГУ.

При рассмотрении функциональных зависимостей введенных характеристик от безразмерных параметров задачи для I и II случаев ГУ качественных или существенных количественных отличий не выявлено (рис. 5). Исходя из этого, можно утверждать, что структура потока практически не зависит от граничных условий для температуры, которые использовались в представленной работе. Однако при сравнении структур необходимо учитывать установленный факт наличия радиальной составляющей скорости вниз по течению от скачка во II случае ГУ (рис. 2d).

Анализируя течение жидкости в трубопроводе со скачком сечения с точки зрения энергетических потерь, можно выделить два вида потерь полного давления ΔP , а именно: потери на трение ΔP_{fr} и потери на местное сопротивление ΔP_{loc} , связанные выражением

$$\Delta P = \Delta P_{fr} + \Delta P_{loc}. \tag{6}$$

Отношение потерь на участке полного давления к динамическому напору определяет формулу для расчета коэффициента сопротивления [36]:

$$C = \frac{\Delta P}{0,5\rho U^2} = \frac{\Delta P_{fr} + \Delta P_{loc}}{0,5\rho U^2} = C_{fr} + C_{loc}, \tag{7}$$

где C_{fr} — коэффициент сопротивления трения, C_{loc} — коэффициент местного сопротивления. Коэффициент местного сопротивления количественно определяет местные потери

Таблица 2

Сравнение значений коэффициента местного сопротивления для различных показателей нелинейности жидкости при варьировании числа Рейнольдса ($Br = 0$, $Re = 2,6$)

| Re | C_{loc} | | | | | |
|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | $n = 0,75$ | | $n = 1$ | | $n = 1,25$ | |
| | Формула (8) | Работа [37] | Формула (8) | Работа [37] | Формула (8) | Работа [37] |
| 1 | 12,659 | 12,827 | 16,152 | 16,570 | 20,708 | 21,540 |
| 5 | 2,631 | 2,741 | 3,328 | 3,530 | 4,238 | 4,564 |
| 10 | 1,450 | 1,481 | 1,777 | 1,900 | 2,236 | 2,442 |
| 20 | 0,860 | 0,850 | 1,029 | 1,085 | 1,277 | 1,381 |
| 50 | 0,508 | 0,472 | 0,588 | 0,596 | 0,741 | 0,744 |
| 100 | 0,323 | 0,346 | 0,424 | 0,433 | 0,554 | 0,532 |

давления, сосредоточенные в окрестности скачка вследствие вынужденного перестроения потока и резкого изменения характеристик течения в данной области:

$$C_{loc} = \frac{\Delta p_{loc}}{(1/2)\rho U^2} + \alpha_1 \left(\frac{1}{R_c} \right)^4 - \alpha_2. \quad (8)$$

Здесь Δp_{loc} — перепад давления, характерный для переходного участка течения, α_i — корректирующий коэффициент для кинетической энергии в широкой ($i = 1$) и узкой ($i = 2$) частях трубы:

$$\alpha_i = \frac{1}{U^3 F_i} \int u_i^3 dF_i, \quad i = 1, 2, \quad (9)$$

где F_i — площадь сечения трубы.

Верификация значений коэффициента местного сопротивления, полученных для изотермического процесса при $Br = 0$, $Re = 2,6$, $n = 0,75, 1,00, 1,25$ в диапазоне чисел Рейнольдса $1 \leq Re \leq 100$, выполнялась на основе сравнения с данными работы [37] (табл. 2). Сравнение осуществлялось в эквивалентных условиях с учетом масштабных величин, входящих в комплекс Re в настоящей работе. Результаты демонстрируют хорошее согласование значений C_{loc} .

Анализ влияния условий теплообмена на значения коэффициента местного сопротивления проводился на основе данных, представленных в табл. 3, для различных наборов параметров задачи. Результаты указывают на то, что во II случае ГУ локальные потери полного давления ниже, чем в I случае ГУ. Таким образом, можно сделать вывод,

Таблица 3

Коэффициент местного сопротивления при различных значениях чисел Бринкмана, Пекле, Рейнольдса для $n = 0,8$ и $n = 1,2$

| Параметры | C_{loc} | | | |
|--------------------------------------|-------------|--------------|-------------|--------------|
| | $n = 0,8$ | | $n = 1,2$ | |
| | I случай ГУ | II случай ГУ | I случай ГУ | II случай ГУ |
| $Br = 1$ ($Pe = 100$, $Re = 1$) | 45,917 | 26,021 | 128,412 | 82,526 |
| $Br = 5$ ($Pe = 100$, $Re = 1$) | 72,430 | 50,526 | 120,262 | 86,997 |
| $Pe = 1000$ ($Br = 1$, $Re = 1$) | 262,384 | 258,901 | 837,198 | 826,011 |
| $Re = 100$ ($Br = 1$, $Pe = 100$) | 1,149 | 0,910 | 2,315 | 1,756 |

Таблица 4
Сравнение значений коэффициента местного сопротивления при различной протяженности участков твердой стенки с заданным условием постоянства теплового потока при $Br = 1$, $Pe = 100$, $Re = 1$ для $n = 0,8$ и $n = 1,2$

| Протяженность участков | | C_{loc} | |
|------------------------|-----------|-----------|-----------|
| L_3/R_2 | L_4/R_2 | $n = 0,8$ | $n = 1,2$ |
| 1 | 3 | 26,021 | 82,526 |
| 2 | 2 | 32,883 | 99,094 |
| 3 | 2 | 31,799 | 97,666 |
| 2 | 3 | 24,954 | 81,172 |

проведены тестовые расчеты коэффициента местного сопротивления при различных комбинациях безразмерных длин L_3/R_2 и L_4/R_2 (рис. 1) для псевдопластичной и дилатантной жидкостей (табл. 4). Для обеих сред минимальное значение C_{loc} получено в случае $L_3/R_2 = 2$ и $L_4/R_2 = 3$. При этом рост показателя нелинейности приводит к значительному увеличению коэффициента местного сопротивления.

Заключение

Выполнено численное моделирование течения степенной несжимаемой жидкости через резкое сужение трубы с соотношением радиусов её частей 2:1 в неизотермических условиях. Проведено исследование процесса для двух различных случаев задания граничных условий для температуры жидкости на твердой стенке: I случай ГУ — на всей протяженности стенки задано постоянное значение температуры жидкости, II случай ГУ — на участке стенки в окрестности скачка сечения используется условие постоянства потока тепла, а на оставшейся части — условие постоянства температуры. Получены распределения линий тока, скорости и температуры и реализовано их сравнение в двух рассмотренных случаях граничных условий для температуры в процессе течения псевдопластичной и дилатантной жидкостей. Сравнение зависимостей длин зон двумерного течения от основных параметров задачи показало качественное совпадение структур потоков в I и II случаях ГУ, при этом выявлено наличие дополнительной области с ненулевой радиальной составляющей скорости во II случае ГУ. Выполнены параметрические расчеты коэффициента местного сопротивления в зависимости от чисел Бринкмана, Пекле, Рейнольдса. Показано, что использование граничных условий смешанного типа для температуры жидкости на стенке способствует уменьшению местных потерь давления.

Список литературы

1. Chhabra R.P., Richardson J.F. Non-Newtonian flow in the process industries. London, U.K. Biddles, Ltd, 1999, 421 p.
2. Bird R.B., Stewart W.E., Lightfoot E.N. Transport phenomena, 2nd ed, New York, USA. John Wiley & Sons, Inc., 2002. 895 p.
3. Patent US US6841040B2. Method and device for feeding chemicals into a fibre suspension / Lepomäki H., Sams J. 2005.
4. Chiba K., Iwata K. Numerical simulation for fiber assembly orientation in a Newtonian flow through a 4:1 abrupt contraction // J. Text. Engng 2008. Vol. 54, No. 2. P. 49–55.
5. Walters K., Webster M.F. The distinctive CFD challenges of computational rheology // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2003. Vol. 43. P. 577–596.

что граничные условия смешанного типа для температуры жидкости на твердой стенке трубы, рассмотренные в настоящей работе, являются более эффективными с точки зрения энергетических потерь. Однако следует отметить, что рост параметров способствует уменьшению разницы в значениях C_{loc} , рассчитанных в I и II случаях ГУ.

Еще один вопрос, рассмотренный авторами, — влияние протяженности участков горизонтальной твердой стенки трубы с заданным граничным условием второго рода для температуры на местные потери давления. В работе

6. Ray S. Numerical study of fluid flow through sudden expansion and contraction passages. Jadavpur University: A thesis submitted for the partial fulfillment of the requirement for the degree of master of engineering (mechanical engng). 2012. 98 p.
7. Kumar S., Chakrabarti S., Majumder S. Flow through a sudden expansion: a review // *Int. J. Eng. Sci. Res.* 2014. Vol. 4, No. 4. P. 167–180.
8. Montazer E., Yarmand H., Salami E., Muhamad M.R., Kazi S.N., Badarudin A. A brief review study of flow phenomena over a backward-facing step and its optimization // *Renew. Sustain. Energy Rev.* 2018. Vol. 82. P. 994–1005.
9. Борзенко Е.И., Рыльцева К.Е., Шрагер Г.Р. Численное исследование характеристик течения неньютоновской жидкости в трубе с внезапным сужением // *Вестн. ТГУ. Матем. и механика.* 2019. № 58. С. 56–70.
10. Jagdale P.P., Li D., Shao X., Bostwick J.B., Xuan X. Fluid rheological effects on the flow of polymer solutions in a contraction-expansion microchannel // *Micromachines.* 2020. Vol. 11, No. 3. P. 1–16.
11. Hammad K.J., Vradis G.C. Creeping flow of a Bingham plastic through axisymmetric sudden contractions with viscous dissipation // *Int. J. Heat Mass Transf.* 1996. Vol. 39. P. 1555–1567.
12. Hammad K.J. Inertial thermal convection in a suddenly expanding viscoplastic flow field // *Int. J. Heat Mass Transf.* 2017. Vol. 106. P. 829–840.
13. Ryltseva K.E., Borzenko E.I., Shrager G.R. Non-newtonian fluid flow through a sudden pipe contraction under non-isothermal conditions // *J. Nonnewton. Fluid Mech.* 2020. Vol. 286. P. 1–13.
14. Safaei M.R., Togun H., Vafai K., Kazi S.N., Badarudin A. Investigation of heat transfer enhancement in a forward-facing contracting channel using FMWCNT nanofluids // *Numer. Heat Transf.* 2014. Vol. 66. Part A. P. 1321–1340.
15. Терехов В.И., Богатко Т.В., Дьяченко А.Ю., Смутьский Я.И., Ярыгина Н.И. Теплообмен в дозвуковых отрывных потоках. Новосибирск: НГТУ, 2018. 247 с.
16. Yao Y., Shi Y., Zhang K., Lu M. Analysis of relevant problems of shape flow resistance in nuclear power plants // *Hedongli Gongcheng/Nuclear Power Eng.* 2015. Vol. 36, No. 5. P. 83–86.
17. Sreedhar I., Sai Darshan A., Srivastava S., Jain V. Complex behavior of polymers as drag reducing agents through pipe fittings // *J. Appl. Fluid Mech.* 2018. Vol. 11, No. 2. P. 467–474.
18. Banerjee A., Nayak A.K., Weigand B. A comparative analysis of mixing performance of power-law fluid in cylindrical microchannels with sudden contraction/expansion // *J. Fluids Eng. Trans. ASME.* 2020. Vol. 142, No. 6. P. 1–14.
19. Terekhov V., Dyachenko A., Smulsky Ya. The effect of longitudinal pressure gradient on heat transfer in a separated flow behind a sudden expansion of the channel // *Heat Transf. Eng.* 2021. Vol. 42, No. 16. P. 1404–1416.
20. Fester V., Slatter P., Alderman N. Resistance coefficients for non-Newtonian flows in pipe fittings: in *Rheology*, IntechOpen. 2012. P. 151–187.
21. Ma Z.W., Zhang P. Pressure drops and loss coefficients of a phase change material slurry in pipe fittings // *Int. J. Refrig.* 2012. Vol. 35, No. 4. P. 992–1002.
22. Han X., Li X. An iterative stabilized CNBS–CG scheme for incompressible non-isothermal non-newtonian fluid flow // *Int. J. Heat Mass Transf.* 2007. Vol. 50. P. 847–856.
23. Снигерев Б.А. Особенности неизо термического истечения вязкоупругой струи из ступенчатой формирующей насадки // *Инж.-физ. журнал.* 2015. Т. 88, № 1. С. 226–235.
24. Kimouche A., Mataoui A., Oztop H.F., Abu-Hamdeh N. Analysis of heat transfer of different nanofluids flow through an abrupt expansion pipe // *Appl. Therm. Eng.* 2017. Vol. 112. P. 965–974.
25. Cox C., Lee H., Szurley D. Finite element approximation of the non-isothermal Stokes-Oldroyd equations // *Int. J. Numer. Anal. Model.* 2007. Vol. 4, No. 3–4. P. 425–440.
26. Dehkordi A.M., Memari M. Transient and steady-state forced convection to power-law fluids in the thermal entrance region of circular ducts: effects of viscous dissipation, variable viscosity, and axial conduction // *Energy Convers. Manag.* 2010. Vol. 51. P. 1065–1074.
27. Kherbeet A.Sh., Safaei M.R., Mohammed H.A., Salman B.H., Ahmed H.E., Alawi O.A., Al-Asadi M.T. Heat transfer and fluid flow over microscale backward and forward facing step: a review // *Int. Commun. Heat Mass Transf.* 2016. Vol. 76. P. 237–244.
28. Фройштетер Г.Б., Данилевич С.Ю., Радионова Н.В. Течение и теплообмен неньютоновских жидкостей в трубах. Киев: Наукова думка, 1990. 216 с.
29. Янков В.И., Глот И.О., Труфанова Н.М., Шакиров Н.В. Течение полимеров в отверстиях фильер. Теория, расчет, практика. М., Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2010. 368 с.
30. Ostwald W. Ueber die rechnerische darstellung des strukturgebietes der viskosität // *Kolloid-Zeitschrift.* 1929. Vol. 47, No. 2. P. 176–187.
31. Рыльцева К.Е., Шрагер Г.Р. Численное моделирование неизо термического течения степенной жидкости в канале со скачком сечения // *Вычислительные технологии.* 2019. Т. 24, № 5. С. 75–89.
32. Борзенко Е.И., Шрагер Г.Р. Установившееся неизо термическое течение степенной жидкости в плоском/осесимметричном канале // *Вестн. ТГУ. Математика и механика.* 2018. № 52. С. 41–52.

33. **Годунов С.К., Рябенский В.С.** Разностные схемы. М.: Наука, 1977. 440 с.
34. **Самарский А.А.** Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971. 553 с.
35. **Шрагер Г.Р., Козлобродов А.Н., Якутенок В.А.** Моделирование гидродинамических процессов в технологии переработки полимерных материалов. Томск: Изд-во Томского ун-та. 1999. 230 с.
36. **Идельчик И.Е.** Справочник по гидравлическим сопротивлениям. Изд. 3-е. М.: Машиностроение, 1992. 672 с.
37. **Kfuri S.L.D., Soares E.J., Thompson R.L., Siqueira R.N.** Friction coefficients for Bingham and power-law fluids in abrupt contractions and expansions // J. Fluids Engng. 2017. Vol. 139, No. 2. P. 1–8.

*Статья поступила в редакцию 22 октября 2021 г.,
после доработки — 18 ноября 2021 г.,
принята к публикации 14 декабря 2021 г.*