

УДК 532.5:536.25:551.2

Нестационарный кондуктивный теплообмен на цилиндрической поверхности канала плюма*

А.Г. Кирдяшкин, А.А. Кирдяшкин

Институт геологии и минералогии им. В.С. Соболева СО РАН,
Новосибирск

E-mail: agk@igm.nsc.ru

Представлены исследования нестационарного кондуктивного теплообмена на цилиндрической поверхности в приближении, когда толщина теплового пограничного слоя меньше диаметра этой поверхности. Получены профили температуры у цилиндрической поверхности и удельный тепловой поток на ней. С использованием экспериментально установленной закономерности для стационарного режима теплопроводности цилиндрической поверхности ($Nu = 0,5$) определено значение числа Фурье, при котором наступает стационарный режим ($Fo = 1,27$). Для мантийных плюмов, имеющих диаметры канала $d = 7,4 \cdot 10^3 \div 85 \cdot 10^3$ м, оценены время выхода плюма на поверхность (t_b) и время выхода на стационарный кондуктивный теплообмен (t_c) в зависимости от безразмерной величины $Ka = N/N_H$, где N — тепловая мощность на подошве плюма, N_H — тепловая мощность, отданная каналом плюма в окружающую мантию в стационарном режиме. Для $Ka = 0,97 \div 1,58$ ($t_b/t_c = \infty \div 1$) и $Ka = 1,58 \div 129$ ($t_b/t_c = 1 \div 0,005$) показано влияние нестационарного теплообмена с окружающей мантией на характер выхода плюма на поверхность и установлено, что для $Ka > 4$ ($t_b/t_c < 0,19$, $d > 15$ км) можно пренебречь влиянием нестационарности в период подъема плюма.

Ключевые слова: нестационарный кондуктивный теплообмен, мантийные плюмы, канал плюма, удельный тепловой поток, тепловая мощность.

Введение

В середине прошлого века для свободно-конвективного теплообмена в вязкой жидкости около вертикальных и горизонтальных проволок и труб была экспериментально установлена закономерность степенного вида [1]

$$Nu = cRa^n, \quad (1)$$

где $Nu = ad/\lambda$ — критерий Нуссельта, α — коэффициент теплоотдачи, d — диаметр, λ — коэффициент теплопроводности, $Ra = \beta g \Delta T d^3 / \alpha \nu$ — критерий Рэлея, β — коэффициент теплового расширения, g — ускорение силы тяжести, ΔT — перепад температуры между поверхностью теплообмена и окружающей жидкостью, a — коэффициент температуропроводности, ν — коэффициент кинематической вязкости жидкости. Для значений $Ra < 10^{-3}$ имеем $c = 0,5$ и $n = 0$, т.е. $Nu = 0,5$. Это означает, что при $Ra < 10^{-3}$ теплообмен происходит

* Работа выполнена по государственному заданию ИГМ СО РАН при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (проект № 0330-2019-0016).

только за счет теплопроводности и свободно-конвективный отвод тепла отсутствует. Указанные эксперименты выполнены в лабораторных условиях и диаметры проволок и труб изменялись от 0,015 до 245 мм.

Задача о нестационарном кондуктивном теплообмене на цилиндрической поверхности в приближении, когда толщина теплового пограничного слоя меньше диаметра данной поверхности, тесно связана с задачей о теплообмене между каналом мантийного термохимического плюма и окружающим массивом мантии Земли. Плюмы представляют собой выплавленные вертикальные каналы в массиве нижней и верхней мантии Земли. Мантийные термохимические плюмы могут зарождаться на двух уровнях: первый уровень — граница «ядро–мантия», которая расположена на глубине 2880 км; второй уровень — граница между верхней и нижней мантиями (граница 670 км), здесь плюмы образуются в зоне субдукции — области погружения океанической литосферной плиты под континент [2, 3]. Диаметры мантийных каналов различной тепловой мощности, образующихся на границе ядро–мантия, изменяются в диапазоне $d = 10^4 \div 9,5 \cdot 10^4$ м, а диаметры плюмов в зоне субдукции, где океаническая плита погружается до границы 670 км, — в диапазоне $d = 5 \cdot 10^3 \div 10^4$ м. При таких больших диаметрах каналов и значительной их протяженности h ($h/d = 34 \div 112$) время выхода на стационарный режим теплоотвода от поверхности канала плюма будет значительным.

Нестационарность процессов кондуктивного теплообмена характеризуется величиной критерия Фурье: $Fo = at/d^2$ [4], где d^2/a — характерное время нестационарности процесса. При $d = 10^2$ м и $a = 10^{-6}$ м²/с получаем $d^2/a = 10^2$ с; при $d = 10^4$ м и $a = 10^{-6}$ м²/с — $d^2/a = 10^{14}$ с = 3,17 млн лет. Время существования мантийных термохимических плюмов диаметром $d = 20 \div 30$ км составляет $t = 15 \div 30$ млн лет [5], а действующий и в наше время Гавайский плюм диаметром $d \approx 90$ км существует уже 81 млн лет [6].

В численных моделях плюмы представляют собой свободноконвективные восходящие потоки (термики) [7–9]. В модели авторов, описанной в работе [10], мантийный термохимический плюм формировался на границе ядро–мантия при наличии теплового потока из внешнего ядра Земли в локализованной области поступления химической добавки, понижающей температуру плавления нижней мантии до величины $T_{пх} < T_1$, где $T_{пх}$ — температура плавления при наличии химической добавки на границе ядро–мантия, T_1 — температура границы ядро–мантия. Температура $T_{пх}$ определяется равенством $T_{пх} = T_{пс} - kc_2$, где $T_{пс}$ — температура плавления мантии вблизи границы ядро–мантия в отсутствие химической добавки, коэффициент k [°C/%] задает снижение температуры плавления за счет добавки, c_2 — концентрация добавки на границе раздела «расплав–окружающая мантия» (на границе канала плюма). Канал плюма представляет собой расплав. Отличия указанной модели термохимического плюма от численных моделей, в которых плюмы представляют собой термики, представлены в исследовании [11]. В работе [12] была представлена модель структуры течения и теплообмена в канале мантийного термохимического плюма на основе экспериментального и теоретического моделирования.

Ранее расчеты тепло- и массообмена термохимического плюма проводились авторами в приближении стационарного кондуктивного теплообмена между каналом плюма и окружающей мантией, при этом приведенный выше экспериментально полученный закон теплообмена принимался в виде $Nu = 0,5$ [1]. В связи с таким принятым приближением возникают вопросы о том, какова величина времени выхода на стационарный режим теплоотдачи от канала плюма в окружающую мантию, как это время соотносится со временем подъема (выплавления) плюма к поверхности Земли и при каких условиях можно не учитывать влияние нестационарности теплообмена от канала плюма в окружающий массив мантии.

Задачи исследования состоят, во-первых, в определении времени выхода на стационарный кондуктивный режим теплообмена (когда число Nu станет равным 0,5) в зависимости от величины диаметра цилиндра и параметров окружающего массива, во-вторых, в нахождении распределения температуры во времени и удельного теплового потока на поверхности цилиндра в виде аналитической зависимости. Решение этих задач необходимо для исследования теплообмена у цилиндрической поверхности каналов термохимических мантийных плюмов — регуляторов температурного режима Земли.

Распределение температуры вблизи цилиндрической поверхности теплообмена и удельный тепловой поток на ней

На рис. 1 схематически представлено изменение температуры в нестационарном режиме теплообмена для времени $t_3 > t_2 > t_1$, при этом толщина теплового пограничного слоя на границе цилиндрического канала изменяется соответственно: $\delta_3 > \delta_2 > \delta_1$. Ось y перпендикулярна границе канала. Рассмотрим случай, когда $\delta_3/R \ll 1$ (R — радиус канала) и возможно приближение плоского пограничного слоя у цилиндрической стенки. В этом случае уравнение теплообмена имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (2)$$

В геологических масштабах времени граница раздела «расплав в цилиндрическом канале – окружающий массив» подвергается мгновенному нагреву. Температура окружающего массива ниже, чем температура цилиндрической поверхности. Для того, чтобы найти распределение температуры вблизи цилиндрической поверхности, радиус которой много больше толщины пограничного слоя, нужно решить двумерную задачу о мгновенном нагреве полупространства. Задачи такого типа широко распространены в расчетах процессов теплопереноса, которые встречаются при изучении геологических явлений [13]. Рассмотрим условия мгновенного изменения температуры поверхности теплообмена. Граничные условия для этого случая следующие:

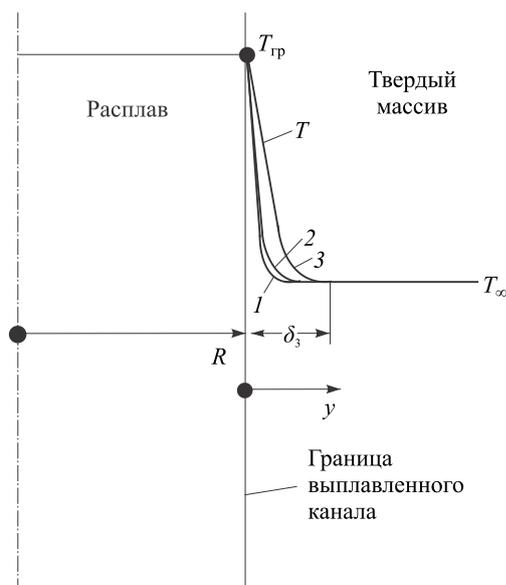
$$\begin{aligned} \text{при } t = 0 \text{ и } y = 0 \quad T &= T_\infty, \\ \text{при } t > 0 \text{ и } y = 0 \quad T &= T_{\text{гр}}, \\ \text{при } t > 0 \text{ и } y \rightarrow \infty \quad T &= T_\infty, \end{aligned} \quad (3)$$

где T_∞ — температура на удалении, много больше, чем δ_3 ; $T_{\text{гр}}$ — температура границы канала.

Решение уравнения теплопроводности будем находить в приближении подобия профиля температуры для различных моментов времени t . При масштабе температуры $T_{\text{гр}} - T_\infty$ безразмерная температура записывается как

$$\bar{T} = \frac{T - T_\infty}{T_{\text{гр}} - T_\infty}. \quad (4)$$

Рис. 1. Изменение температуры вблизи цилиндрической поверхности (границы раздела «расплав–твёрдый массив») в нестационарном режиме теплообмена для моментов времени $t_1 < t_2 < t_3$.
1 — t_1 , 2 — t_2 , 3 — t_3 .



Уравнение теплообмена (1) с учетом (4) имеет вид:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2}. \quad (5)$$

Граничные условия к уравнению (5) будут следующими:

$$\begin{aligned} \bar{T}(y, 0) &= 0, \\ \bar{T}(0, t) &= 1, \\ \bar{T}(\infty, t) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Выше было отмечено, что для нестационарного процесса кондуктивного теплообмена определяющим критерием является критерий Фурье ($Fo = at/d^2$), характерным размером — диаметр канала d , а характерным временем — d^2/a . Поэтому безразмерная координата определяется как $\bar{y} = y/(at)^{1/2}$, и тогда $\bar{T} = f(\bar{y})$.

Для удобства в решении представим $\bar{y} = y/(2(at)^{1/2})$ [13]. При $y = 0$ $\bar{y} = 0$; при $y \rightarrow \infty$ и $t = 0$ $\bar{y} \rightarrow \infty$. С учетом новой безразмерной величины \bar{y} уравнение (5) принимает вид:

$$-\bar{y} \frac{d\bar{T}}{d\bar{y}} = \frac{1}{2} \frac{d^2 \bar{T}}{d\bar{y}^2}. \quad (7)$$

Граничные условия (6) запишутся как

$$\bar{T}(\infty) = 0, \quad \bar{T}(0) = 1. \quad (8)$$

Решение уравнения (7) при граничных условиях (8) имеет вид

$$\bar{T} = 1 - \operatorname{erf} \bar{y} = \operatorname{erfc} \bar{y}, \quad (9)$$

где $\operatorname{erf} \bar{y} = \frac{2}{\pi^{1/2}} \int_0^{\bar{y}} e^{-y'^2} d\bar{y}'$ — функция ошибок, $\operatorname{erfc} \bar{y}'$ — дополнительная функция ошибок.

В исходных переменных решение уравнения (4) имеет вид

$$\frac{T - T_\infty}{T_{\text{гр}} - T_\infty} = \operatorname{erfc} \left(\frac{y}{2(at)^{1/2}} \right), \quad (10)$$

при $y = 0$ $\operatorname{erfc} \bar{y} = 1$ и $T = T_{\text{гр}}$, при $y \rightarrow \infty$ $\operatorname{erfc} \bar{y} = 0$ и $T = T_\infty$.

Толщину пограничного слоя δ определим при значении безразмерной температуры $\bar{T}_\delta = 0,15$. Из равенства (9) следует, что $\operatorname{erfc} \bar{y}_\delta = 0,15$ и $\bar{y}_\delta = 1$. В этом случае $\delta = 2 \bar{y}_\delta (at)^{1/2} = 2(at)^{1/2}$. Удельный тепловой поток на поверхности теплообмена с учетом равенства (10) запишется как

$$q = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = -\lambda (T_{\text{гр}} - T_\infty) \frac{\partial}{\partial y} \left(\operatorname{erfc} \frac{y}{2(at)^{1/2}} \right)_{y=0} = \frac{\lambda (T_{\text{гр}} - T_\infty)}{(\pi at)^{1/2}}. \quad (11)$$

Тогда удельный тепловой поток, усредненный за время t , описывается в виде

$$q_{\text{ср}} = 2\lambda (T_{\text{гр}} - T_\infty) / (\pi at)^{1/2}. \quad (12)$$

Закономерность теплоотдачи от цилиндра в вязкую окружающую жидкость или газ в стационарном режиме теплопроводности была экспериментально установлена в работе [1]:

$$\text{Nu} = \alpha d / \lambda = q_c d / \Delta T \lambda = 0,5, \quad (13)$$

где α — коэффициент теплоотдачи, q_c — удельный тепловой поток в стационарном режиме. Из соотношения (13) следует:

$$q_c = 0,5(T_{\text{гр}} - T_{\infty})\lambda/d. \quad (14)$$

Определим, при каком значении времени t_c величина удельного теплового потока q будет равной величине удельного теплового потока от цилиндрической поверхности в стационарном режиме теплопроводности. Приравнявая $q = q_c$ и используя соотношения (11) и (14), получим

$$t_c = d^2/0,25\pi a. \quad (15)$$

Преобразовав (15), получим:

$$\text{Fo} = 1/(0,25\pi) = 1,27, \quad (16)$$

где $\text{Fo} = at/d^2$ — критерий Фурье.

Время выхода на стационарный режим теплообмена и удельный тепловой поток на цилиндрической поверхности в нестационарном режиме кондуктивного теплообмена

Определим время, при котором возникает установившийся режим кондуктивного теплообмена и, согласно экспериментам [1], устанавливается закон теплообмена $\text{Nu} = 0,5$. В соответствии с соотношением (16) установившийся режим наступает при

$$t_c = 1,27d^2/a. \quad (17)$$

Тогда толщина пограничного слоя у цилиндрической поверхности при $t = t_c$ составляет

$$\delta_c = 2(at_c)^{1/2} = 1,23d. \quad (18)$$

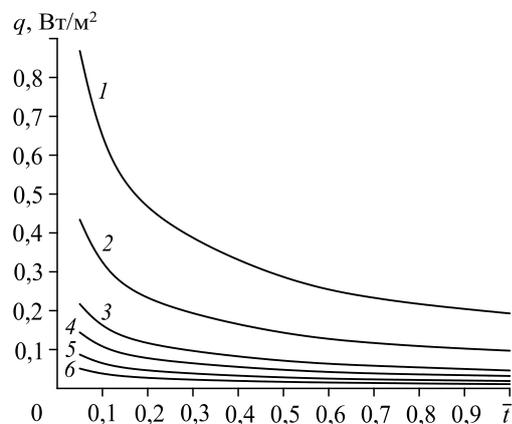
В лабораторных экспериментах диаметры проволок изменялись от 0,015 до 245 мм. Из равенства (17) следует, что установившийся режим наступает для $d = 0,015$ и 245 мм соответственно при $t_c = 2,68 \cdot 10^{-4}$ с и 21 час при $a = 10^{-6}$ м²/с. В природных условиях каналы мантийных плюмов с тепловой мощностью на подошве (мощностью, передающейся от подошвы в канал плюма) $N = 10^{10} \div 7 \cdot 10^{11}$ Вт могут иметь диаметры $d = 5 \div 90$ км [2, 14]. Для диаметров $d = 5$ и 90 км при $a = 10^{-6}$ м²/с время установления стационарного режима t_c , согласно (17), составляет 1,0 млн лет и 326,2 млн лет соответственно.

В период времени $t < t_c$ происходит изменение удельного теплового потока q на поверхности теплообмена до значения q_c при стационарном режиме. Определим q , используя безразмерное время $\bar{t} = t/t_c$, где время установления стационарного режима t_c определяется из соотношения (17). Время \bar{t} изменяется от 0 до 1. Преобразуем соотношение (11) к виду

$$q = 0,5\lambda(T_{\text{гр}} - T_{\infty}) / (d \cdot \bar{t}^{1/2}). \quad (19)$$

Для значений $T_{\text{гр}} - T_{\infty} = 430$ °С, $\lambda = 4,5$ Вт/(м °С) и $d = 5 \div 85$ км на рис. 2, согласно (19), представлены зависимости $q(\bar{t})$. Вычисления показывают, что для диапазона изменения $d = 5 \div 50$ км увеличение

Рис. 2. Зависимости теплового потока на цилиндрической поверхности теплообмена от величины \bar{t} для различных диаметров цилиндрического канала плюма. $d = 5$ (1), 10 (2), 20 (3), 30 (4), 50 (5), 85 (6) км.



удельного теплового потока Δq от значения q при $\bar{t} = 1$ составляет $\Delta q = 46, 38$ и 30% для $\bar{t} = 0,3, 0,4$ и $0,5$ соответственно.

Значение удельного теплового потока \bar{q}_c , усредненное по времени $t_c = d^2/0,25\pi a$, определяется из соотношения (12) при $t = t_c$. Это значение \bar{q}_c равно значению $2q_c$, определяемому из (14). Таким образом, среднее значение \bar{q}_c по всей поверхности канала за время t_c больше значения удельного теплового потока в режиме установившегося режима теплообмена с окружающей мантией в два раза. Принимая во внимание равенство $\bar{q}_c = 2q_c$ и используя (14), получаем

$$\bar{q}_c = (T_{гр} - T_{\infty})\lambda/d. \quad (20)$$

Время выхода мантийного плюма на поверхность Земли

Рассмотрим мантийный термохимический плюм, который зарождается на границе ядро – мантия, расположенной на глубине 2880 км. Внешнее жидкое металлическое ядро Земли в условиях свободной конвекции не допускает существования больших перепадов температуры. Сверхадиабатический перепад температуры между нижней и верхней границами жидкого внешнего ядра при геотермальном тепловом потоке составляет $0,1 \div 0,3$ °C [2]. Поэтому на границе ядро – мантия нет условий для возникновения термик

ков в мантии Земли. Плавление мантийного вещества возможно при локальном повышении концентрации легких химических добавок, понижающих температуру плавления мантии вблизи границы ядро – мантия [10]. Плюмы, имеющие различную тепловую мощность на подошве, образуются при понижении температуры плавления вещества мантии на $8 \div 15$ °C [11]. Они зарождаются на границе ядро – мантия как термохимические и существуют в этом режиме до высоты 80 ÷ 90 км, а далее канал плюма выплавляется в мантии как тепловой до поверхности Земли [12]. Структура течения в канале плюма представлена на рис. 3 на основе данных лабораторного моделирования [11, 12].

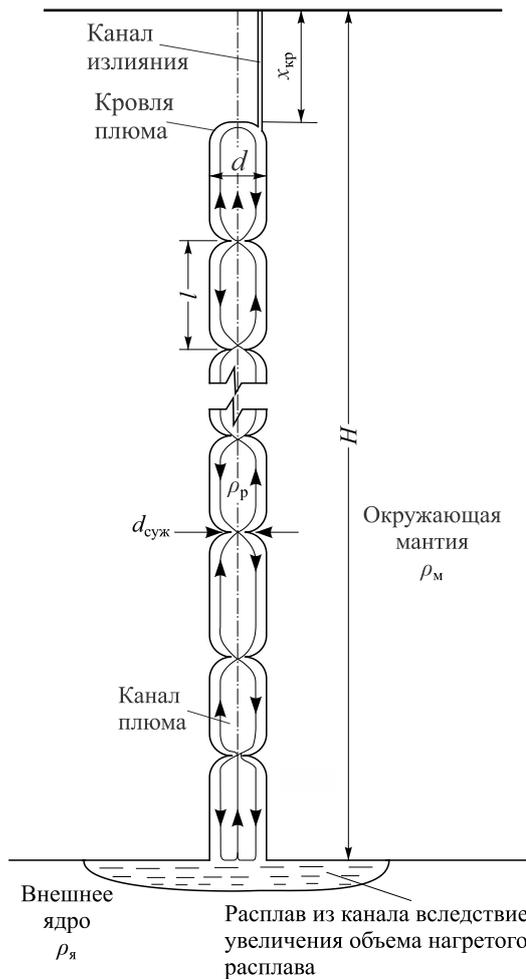


Рис. 3. Схема канала плюма, поднявшегося (выплавившегося) в мантии Земли от границы ядро – мантия (граница на глубине 2880 км), построенная с учетом результатов экспериментального и теоретического моделирования [11, 12].

$\rho_я$ — плотность вещества жидкого внешнего ядра, $\rho_м$ — плотность вещества окружающей мантии, $\rho_р$ — плотность магматического расплава в канале плюма; $H = 2,88 \cdot 10^5$ м — расстояние от границы «ядро – мантия» до земной поверхности; l — высота конвективной ячейки канала; $x_{кр}$ — высота канала излияния, по которому расплав из канала плюма изливается на поверхность.

Канал плюма представляет собой систему конвективных ячеек. Эти ячейки разделены сужениями канала, возникающими вследствие кристаллизации расплава. Диаметр места сужения $d_{\text{суж}} = 0,5d$, где d — диаметр канала плюма. Локальный подъёмный поток расположен у стенки канала, а опускной поток — по периметру канала. По этой причине ячейки медленно перемещаются вверх по высоте канала. Как показывают эксперименты, при выплавлении плюма объем расплава становится больше объема твердого вещества окружающего массива, поэтому избыточный объем расплава вытекает и скапливается у его подошвы.

Канал плюма не является строго цилиндрическим, и отношение диаметров для него составляет $\sim 1,5$. При анализе теплообмена авторы принимали величину среднего диаметра, который, согласно экспериментальному моделированию, по высоте массива составляет $d = \text{const}$. Поверхность канала плюма имеет температуру плавления мантийного вещества. Физические свойства мантии Земли еще недостаточно изучены, поэтому представим их в расчетах как оценки средних величин для всех слоев мантии. Задача состоит в выяснении причин, вызывающих на поверхности геологические процессы.

Оценим время, за которое плюм поднимается (выплавляется) от подошвы мантии до поверхности Земли. При выплавлении канала плюма диаметром d тепловая мощность, отдаваемая от границы канала в твердый окружающий массив (N_x), определяется с учетом (20) из соотношения

$$\overline{N_x} = \int_0^x \pi d \overline{q_c} dx' = \pi \lambda (T_{\text{гр}} - T_{\infty}) x, \quad (21)$$

где x — вертикальная координата ($x = 0$ на подошве плюма).

Тепловая мощность, затрачиваемая на плавление и отводимая от кровли плюма,

$$N_{\text{пл}} = N - N_x, \quad (22)$$

где N — тепловая мощность на подошве плюма.

Предельная высота подъема плюма $x = x_{\text{пр}}$ достигается при $N - \overline{N_{x_{\text{пр}}}} = 0$, где, согласно (21), $\overline{N_{x_{\text{пр}}}} = \pi \lambda (T_{\text{гр}} - T_{\infty}) x_{\text{пр}}$, т.е.:

$$x_{\text{пр}} = N / \pi \lambda (T_{\text{гр}} - T_{\infty}). \quad (23)$$

Тепловая мощность на подошве плюма N определяется интенсивностью теплообмена на горизонтальной поверхности в большом объеме в условиях свободной конвекции [10]:

$$N = 0,045 \pi \lambda d^2 \Delta T_s^{4/3} (\beta g / a \nu)^{1/3}, \quad (24)$$

где ΔT_s — перепад температуры в пограничном слое на подошве плюма, β — коэффициент теплового расширения, g — ускорение силы тяжести, ν — кинематическая вязкость расплава в канале плюма. Тепловая мощность, затрачиваемая на плавление за время dt ($N_{\text{пл}} dt$), представляет собой сумму количества тепла, затрачиваемого на выплавление канала плюма на высоту dx ($\rho B dx \pi d^2/4$), и количества тепла, необходимого для нагрева расплава до температуры плавления $\rho c (T_{\text{пл}} - T_{\infty}) (\pi d^2/4) dx$:

$$N_{\text{пл}} dt = (\pi d^2/4) \rho [B + c (T_{\text{пл}} - T_{\infty})] dx, \quad (25)$$

где c — теплоемкость, B — теплота плавления, ρ — плотность.

Определим локальную $u(x) = dx/dt$ и среднюю $\bar{u} = (1/x) \int_0^x u(x') dx'$ скорости подъема (выплавления) плюма из соотношения (25) с учетом (21), (22) и (24):

$$u = \frac{0,18\lambda d^2 \Delta T_s^{4/3} (\beta g / av)^{1/3} - 4\lambda(T_{пл} - T_\infty)x}{\rho d^2 [B + c(T_{пл} - T_\infty)]}, \quad (26)$$

$$\bar{u} = \frac{0,18\lambda d^2 \Delta T_s^{4/3} (\beta g / av)^{1/3} - 2\lambda(T_{пл} - T_\infty)x}{\rho d^2 [B + c(T_{пл} - T_\infty)]}. \quad (27)$$

Время, за которое плюм достигнет поверхности Земли ($x_{пр} = H$), составляет $t_b = H/\bar{u}$, и тогда, с учетом соотношения (27), получаем:

$$t_b = \frac{H \rho d^2 [B + c(T_{пл} - T_\infty)]}{0,18\lambda d^2 \Delta T_s^{4/3} (\beta g / av)^{1/3} - 2\lambda(T_{пл} - T_\infty)H}, \quad (28)$$

где $H = 2,88 \cdot 10^6$ м — расстояние от границы ядро–мантия до поверхности.

Характерные времена и тепловые мощности для различных диаметров канала плюма

Приняв следующие средние значения параметров мантии: $\lambda = 4,5$ Вт/м °С, $\Delta T_s = 15$ °С, $\beta = 3 \cdot 10^{-5}$ 1/°С, $g = 9,8$ м/с², $a = 10^{-6}$ м²/с, $\Delta T = T_{гр} - T_\infty = 430$ °С, $\rho = 4000$ кг/м³, $B = 2,1 \cdot 10^5$ Дж/кг, $c = 1200$ Дж/(кг °С), и кинематическую вязкость расплава в канале плюма $\nu = 1$ м²/с [2], представим в виде таблицы значения параметров t_b , t_c , N для различных значений диаметра канала плюма d согласно равенствам (28), (17) и (24) соответственно. Также здесь представлены отношения N_H/N и $2N_H/N$, где, с учетом (14), тепловая мощность, отдаваемая каналом плюма высотой H мантии в установившемся режиме,

имеет вид $N_H = \int_0^H \pi dq_c dx = 0,5\pi(T_{гр} - T_\infty)\lambda H$. Согласно соотношению (21), в нестационарном режиме тепловая мощность, отдаваемая каналом плюма высотой H в окружающей массив мантии, усредненная за время t_c , составляет $\overline{N_H} = 2N_H$.

Гидродинамические режимы выхода мантийных плюмов на поверхность Земли были определены на основе экспериментального моделирования в условиях стационарного кондуктивного теплообмена плюма с окружающим массивом. Границы режимов определяются величиной $Ka = N/N_H$ [14]. В зависимости от значения Ka выделяются различные гидродинамические режимы прорыва плюмов на поверхность и, соответственно, следующие виды плюмов: плюмы малой тепловой мощности, не выходящие на поверхность ($Ka < 1,15$); алмазоносные плюмы ($1,15 < Ka < 1,9$); плюмы с грибообразной головой ($1,9 < Ka < 10$); плюмы крупных магматических провинций — областей массового излияния больших объемов магматических расплавов ($Ka > 10$).

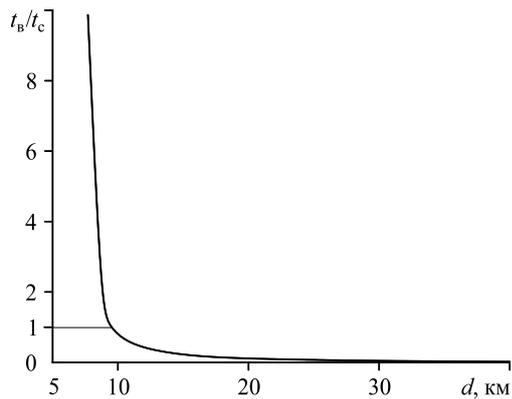
Таблица

Характерные времена и тепловые мощности для различных диаметров канала плюма

d , км	t_b , млн лет	t_c , млн лет	t_b/t_c	N , Вт	N_H/N	$2N_H/N$	$Ka = N/N_H$
7,4	∞	2,21	∞	$8,57 \cdot 10^9$	1,02	2,04	0,97
8,7	5,1	3,05	1,67	$1,2 \cdot 10^{10}$	0,74	1,48	1,35
9,4	3,6	3,6	1	$1,38 \cdot 10^{10}$	0,63	1,26	1,58
11	2,47	4,87	0,51	$1,93 \cdot 10^{10}$	0,46	0,92	2,16
15	1,77	9,06	0,19	$3,52 \cdot 10^{10}$	0,25	0,50	4
20	1,55	16	0,1	$6,30 \cdot 10^{10}$	0,14	0,28	7,14
30	1,42	36	0,04	$1,41 \cdot 10^{11}$	0,06	0,12	16
50	1,36	101	0,013	$3,91 \cdot 10^{11}$	0,02	0,04	45
85	1,34	291	0,005	$1,13 \cdot 10^{12}$	0,007	0,014	129

Рис. 4. Зависимость величины t_b/t_c от диаметра канала плюма.

Для процесса выхода мантийного термохимического плюма на поверхность характерны два рассмотренных выше времени: время, в течение которого канал плюма в мантии проплавляется и достигает дневной поверхности t_b , и время установления стационарного теплообмена между границей канала плюма и окружающей мантией t_c . В таблице и на рис. 4 представлено отношение t_b/t_c для различных диаметров канала.



Значения диаметра канала плюма, которые позволяют пренебречь нестационарным теплообменом

Выделим две характерные области: $t_b/t_c > 1$ и $t_b/t_c < 1$ (см. таблицу и рис. 4). В области $t_b/t_c > 1$ тепловая мощность, отведенная от канала плюма в окружающий массив мантии N_H , соизмерима с тепловой мощностью на подошве плюма N (см. таблицу). С уменьшением диаметра канала увеличивается время выхода плюма на поверхность, и при $d = 7,4$ км оно становится бесконечно большим, т.е. плюм не достигает поверхности.

Как видно из таблицы, отношение $t_b/t_c = 1$ при $d = 9,4$ км. В этом случае средняя тепловая мощность, отдаваемая каналом плюма мантии за время t_c , составит $2N_H = 1,75 \cdot 10^{10}$ Вт. Эта мощность больше, чем мощность на подошве плюма ($N = 1,38 \cdot 10^{10}$), и кровля плюма поднимется до глубины $x_{пр}$, при которой $\overline{N}_{хпр} = N$, а затем подъем плюма будет происходить по мере уменьшения тепловой мощности, отдаваемой плюмом в окружающую мантию.

Для времени $t_c = t_b$ и $t_c > t_b$ тепловой поток от канала плюма в окружающую мантию вблизи подошвы плюма будет соответствовать удельному тепловому потоку в стационарных условиях. В то же время у кровли плюма удельный тепловой поток в окружающую мантию будет иметь максимальную величину и со временем, согласно соотношению (11), будет уменьшаться и в конечном счете достигнет значения, характерного для стационарного теплообмена. То есть, с увеличением времени тепловой поток, отдаваемый в мантию, будет уменьшаться, и при постоянной тепловой мощности на подошве плюма будет возрастать тепловая мощность у кровли плюма, тогда будет происходить плавление на кровле плюма и ее подъем на высоту $x > x_{пр}$ и выход плюма на поверхность. При выходе плюма на поверхность и далее во времени будет возрастать тепловая мощность на кровле плюма, пока не установится стационарный режим теплообмена между каналом плюма и окружающей мантией.

В геологических условиях при $Ka > 1,15$ нестационарность теплообмена на границе канала плюма с мантией скажется в виде протекания сложных процессов: вначале образования поднятия земной поверхности над кровлей плюма, а затем выхода его на поверхность [15]. Для плюмов, у которых $d > 15$ км, $Ka > 4$ и $t_b/t_c < 0,19$ тепловая мощность, отведенная от канала плюма в массив мантии N_H , много меньше, чем тепловая мощность на подошве плюма N (см. таблицу). Так, при $d = 15$ км $N_H/N = 0,25$, а при $d = 85$ км $N_H/N = 0,07$. В этом случае можно не учитывать влияние нестационарности теплообмена от канала плюма в массив. Как было указано выше, особенностью таких плюмов является возрастание тепловой мощности на кровле плюма после его выхода на поверхность в период выхода на стационарный режим.

Заключение

Результаты исследований нестационарного кондуктивного теплообмена от цилиндрической поверхности, выполненных в приближении малой толщины пограничного слоя относительно диаметра цилиндрической поверхности d , позволили найти величину критерия Фурье, при которой наступает установившийся режим кондуктивного теплообмена. Его величина равна 1,27. Время, при котором возникает установившийся режим, равно $1,27d^2/a$, толщина теплового пограничного слоя у цилиндрической поверхности для этого времени равна $1,23d$.

Проведен анализ нестационарного режима кондуктивного теплообмена для различных величин диаметра цилиндра применительно к каналам мантийных плюмов, диаметр которых находился в диапазоне $7,4 \div 85$ км. Оценены время выхода канала плюма на поверхность Земли (t_b) и время выхода на стационарный режим кондуктивного теплообмена между поверхностью канала и окружающей мантией (t_c), а также их отношение t_b/t_c в зависимости от критерия $Ka = N/N_H$, где N — тепловая мощность на подошве плюма и N_H — мощность, отданная в окружающую мантию в стационарном режиме. Для $Ka = 0,97 \div 1,58$ ($t_b/t_c = \infty \div 1$) и $Ka = 1,58 \div 129$ ($t_b/t_c = 1 \div 0,005$) показано влияние нестационарного теплообмена с окружающей мантией на характер выхода плюма на поверхность и установлено, что для $Ka > 4$ ($t_b/t_c < 0,19$, $d > 15$ км) можно пренебречь влиянием нестационарности в период подъема плюма.

Список литературы

1. Михеев М.А. Основы теплопередачи. 2-е изд. Москва, Ленинград: Госэнергоиздат, 1949. 396 с.
2. Добрецов Н.Л., Кирдяшкин А.Г., Кирдяшкин А.А. Глубинная геодинамика. Новосибирск: Гео, 2001. 409 с.
3. Кирдяшкин А.А., Кирдяшкин А.Г., Дистанов В.Э., Гладков И.Н. Об источнике тепла в зоне субдукции // Геодинамика и тектонофизика. 2021. Т. 12, № 3. С. 471–484.
4. Кутателадзе С.С., Боришанский В.М. Справочник по теплопередаче. Москва, Ленинград: Госэнергоиздат, 1958. 414 с.
5. Kuzmin M.I., Yarmolyuk V.V., Kravchinsky V.A. Phanerozoic hot spot traces and paleogeographic reconstructions of the Siberian continent based on interaction with the African large low shear velocity province // Earth-Sci. Rev. 2010. Vol. 102, No. 1–2. P. 29–59.
6. Tarduno J., Bunge H.-P., Sleep N., Hansen U. The bent Hawaiian–Emperor hotspot track: inheriting the mantle wind // Sci. 2009. Vol. 324. P. 50–53.
7. Lin S.-C., van Keken P.E. Dynamics of thermochemical plumes. 1. Plume formation and entrainment of a dense layer // Geochem. Geophys. Geosys. 2006. Vol. 7, Iss. 2. P. Q02006-1–Q02006-21.
8. Zhong S. Constraints on thermochemical convection of the mantle from plume heat flux, plume excess temperature, and upper mantle temperature // J. Geophys. Res. 2006. Vol. 111, Iss. B4. P. B04409-1–B04409-18.
9. Yang T., Fu R. Thermochemical piles in the lowermost mantle and their evolution // Phys. Earth Planet. Inter. 2014. Vol. 236. P. 109–116.
10. Кирдяшкин А.А., Добрецов Н.Л., Кирдяшкин А.Г. Термохимические плюмы // Геология и геофизика. 2004. Т. 45, № 9. С. 1057–1073.
11. Dobretsov N.L., Kiryashkin A.A., Kiryashkin A.G., Vernikovskiy V.A., Gladkov I.N. Modelling of thermochemical plumes and implications for the origin of the Siberian traps // Lithos. 2008. Vol. 100, No. 1–4. P. 66–92.
12. Гладков И.Н., Дистанов В.Э., Кирдяшкин А.А., Кирдяшкин А.Г. Об устойчивости границы раздела расплав–твердое тело на примере устойчивости канала плюма // Изв. РАН. МЖГ. 2012. № 4. С. 5–22.
13. Turcotte D.L., Schubert G. Geodynamics. 3rd edition. Cambridge University Press, 2014. 636 p.
14. Кирдяшкин А.А., Кирдяшкин А.Г., Дистанов В.Э., Гладков И.Н. Геодинамические режимы мантийных термохимических плюмов // Геология и геофизика. 2016. Т. 57, № 6. С. 1092–1105.
15. Кирдяшкин А.Г., Кирдяшкин А.А., Дистанов В.Э., Гладков И.Н. Геодинамические процессы в период подъема плюма промежуточной тепловой мощности в литосфере континента и при его прорыве на поверхность // Геодинамика и тектонофизика. 2020. Т. 11, № 2. С. 397–416.

Статья поступила в редакцию 18 мая 2021 г.,
после доработки — 18 мая 2021 г.,
принята к печати 30 июля 2021 г.