

8. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах.— Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1983.
9. Черепанов А. Н. Макроскопическое описание явлений переноса в гетерогенной зоне многокомпонентных сплавов.— В кн.: Теплофизические процессы при кристаллизации и затвердевании. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1984.
10. Черепанов А. Н., Полякова В. И. Неравновесная кристаллизация и динамические явления в двухфазной зоне при естественной конвекции расплава.— В кн.: Фазовые переходы в чистых металлах и бинарных сплавах. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1980.
11. Монсеев Н. П. Асимптотические методы нелинейной механики.— М.: Наука, 1981.
12. Абрамов О. В. Кристаллизация металлов в ультразвуковом поле.— М.: Металлургия, 1972.
13. Кунин Л. Л., Головин А. М., Суевой Ю. Н. и др. Проблемы дегазации металлов.— М.: Наука, 1972.
14. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырский П. И. Вычислительные методы.— М.: Наука, 1976, т. 2.

Поступила 17/VI 1985 г.

УДК 532.526

ПОТОК ВЕЩЕСТВА НА ПОВЕРХНОСТЬ КРИСТАЛЛА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

С. И. Аладьев

(Москва)

В работе определяется скорость роста кристаллов из газовой фазы при турбулентной естественной конвекции.

Поток вещества на поверхность растущего кристалла обусловлен наличием в газовой фазе градиента концентрации активного компонента, создаваемого за счет поддержания в среде соответствующего градиента температуры. Следствием этого может быть естественная конвекция, влияние которой на скорость роста кристалла зависит также от ориентации системы. Ниже рассматривается процесс роста кристаллов, протекающий в вертикальных цилиндрических ампулах. В этом случае для возникновения естественной конвекции необходимо существование в газовой фазе неустойчивой стратификации, что имеет место, например, тогда, когда источник («горячая» поверхность) располагается ниже подложки («холодная» поверхность). Далее предполагается, что естественная конвекция турбулентная. Отметим, что условия, необходимые для этого, часто реализуются на практике. Как и в [1], считается, что газовая фаза представляет собой бинарную смесь активного и инертного компонентов.

При наличии турбулентных пульсаций осредненная по времени скорость роста кристаллов, т. е. скорость перемещения поверхности разрыва газ — твердое тело, дается выражением

$$(1) \quad \zeta = -\frac{\rho}{\rho^*} \left(v_n + \frac{1}{\rho} \langle \rho' v_n' \rangle \right), \quad \rho^* \gg \rho.$$

Здесь ρ , v_n — осредненные плотность и нормальная к фронту составляющая скорости газовой фазы; ρ^* — плотность кристалла ($\rho^* = \text{const}$); штрих — пульсация. Таким образом, для нахождения ζ необходимо знать распределение скоростей в газовой фазе и корреляцию $\langle \rho' v_n' \rangle$. Ограничимся случаем, когда плотность газа — линейная функция температуры T , $\rho'/\rho = -\beta T'$ (β — коэффициент объемного расширения).

При росте кристаллов изменение осредненной температуры T в радиальном направлении пренебрежимо мало по сравнению с ее изменением вдоль оси. Кроме того, числа Рейнольдса, построенные по осредненной скорости направленного течения, малы ($Re \sim 1$). Таким образом, в рассматриваемом случае турбулентность обусловлена лишь действием термогравитационных сил. В этих условиях балансы вторых моментов пульсаций скорости и температуры [2, 3], записанные в приближении Буссинеска, имеют вид

$$\begin{aligned}
(2) \quad & \frac{k}{l} E^{1/2} \langle v'_x v'_r \rangle + \beta g \langle v'_r T' \rangle = 0, \\
& \frac{k}{l} E^{1/2} \langle v'_x v'_\varphi \rangle + \beta g \langle v'_\varphi T' \rangle = 0, \quad \frac{k}{l} E^{1/2} \langle v'_r v'_\varphi \rangle = 0, \\
& \frac{k}{2l} E^{1/2} \left(\langle v_x'^2 \rangle - \frac{2}{3} E \right) + \frac{b}{3} \frac{E^{3/2}}{l} + \beta g \langle v'_x T' \rangle = 0, \\
& \frac{k}{2l} E^{1/2} \left(\langle v_r'^2 \rangle - \frac{2}{3} E \right) + \frac{b}{3} \frac{E^{3/2}}{l} = 0, \quad \frac{k}{2l} E^{1/2} \left(\langle v_\varphi'^2 \rangle - \frac{2}{3} E \right) + \frac{b}{3} \frac{E^{3/2}}{l} = 0, \\
& \langle v_x'^2 \rangle \frac{\partial T}{\partial x} + \beta g \langle T'^2 \rangle + \frac{k_T}{l} E^{1/2} \langle v'_x T' \rangle = 0, \\
& \langle v'_x v'_r \rangle \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{k_T}{l} E^{1/2} \langle v'_r T' \rangle = 0, \quad \langle v'_x v'_\varphi \rangle \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{k_T}{l} E^{1/2} \langle v'_\varphi T' \rangle = 0, \\
& \langle v'_x T' \rangle \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{b_T}{l} E^{1/2} \langle T'^2 \rangle = 0, \quad E = \frac{1}{2} \left(\langle v_x'^2 \rangle + \langle v_\varphi'^2 \rangle + \langle v_r'^2 \rangle \right) = 0.
\end{aligned}$$

При составлении системы (2) принято [4—6]

$$\begin{aligned}
\nu \left\langle \frac{\partial v'_i}{\partial x_k} \frac{\partial v'_j}{\partial x_k} \right\rangle - \frac{b}{3} \frac{E^{3/2}}{l} \delta_{ij}, \quad a \left\langle \frac{\partial T'}{\partial x_k} \frac{\partial T'}{\partial x_k} \right\rangle - \frac{b_T}{l} E^{1/2} \langle T'^2 \rangle, \\
- \left\langle \frac{p'}{\rho} \left(\frac{\partial v'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v'_j}{\partial x_i} \right) \right\rangle = \frac{k}{l} E^{1/2} \left(\langle v'_i v'_j \rangle - \frac{2}{3} E \delta_{ij} \right), \\
- \left\langle \frac{p'}{\rho} \frac{\partial T'}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{k_T}{l} E^{1/2} \langle v'_j T' \rangle.
\end{aligned}$$

Здесь ν и a — кинематическая вязкость и температуропроводность среды; p — давление; g — ускорение силы тяжести, действующее вдоль оси x ; l — масштаб турбулентности; k, k_T, b, b_T — постоянные.

Решая (2), найдем

$$\begin{aligned}
\langle v_\varphi'^2 \rangle = \langle v_r'^2 \rangle = \frac{2}{3} E \left(1 - \frac{b}{k} \right), \quad \langle v_x'^2 \rangle = \frac{2}{3} E \left(1 + \frac{2b}{k} \right), \\
E = \alpha_E l^2 g \beta (\partial T / \partial x), \quad \alpha_E = \frac{1}{k_T b} \left[\frac{2}{3} \left(1 + \frac{2b}{k} \right) + \frac{b}{b_T} \right], \\
\langle v'_x T' \rangle = -\alpha l^2 \sqrt{g \beta (\partial T / \partial x)}, \quad \alpha = b \alpha_E^{3/2}, \\
\langle T'^2 \rangle = \frac{b}{b_T} \sqrt{\alpha_E} l^2 (\partial T / \partial x)^2, \\
\langle v'_x v'_r \rangle = \langle v'_x v'_\varphi \rangle = \langle v'_r v'_\varphi \rangle = \langle v'_r T' \rangle = \langle v'_\varphi T' \rangle = 0.
\end{aligned}$$

Уравнения Рейнольдса для случая, когда $\mathbf{v} = (v_x, 0, 0)$, запишутся как

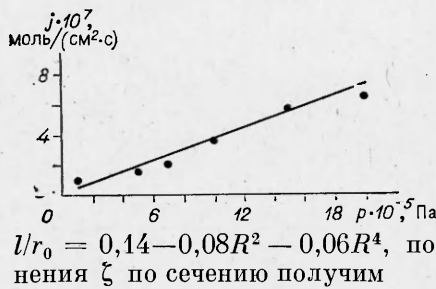
$$\begin{aligned}
(3) \quad & \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_x}{\partial r} \right) + \rho \frac{\partial T}{\partial x} \alpha g = 0, \\
& - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \langle v_r'^2 \rangle + \frac{1}{r} \langle v_\varphi'^2 \rangle = 0, \quad v_x(r=r_0) = 0.
\end{aligned}$$

Откуда, считая масштаб турбулентности $l = l(r)$ и полагая $\partial T / \partial x = \text{const}$, найдем, что профиль осредненной скорости распределен в сечении по параболическому закону

$$(4) \quad v_x = 2v_0(1 - R^2), \quad R = r/r_0.$$

На основании [1] средняя скорость

$$v_0 = -\frac{D}{x_0} \frac{2H}{2-H}, \quad H = \frac{c_+ - c_-}{1 - c_-}.$$



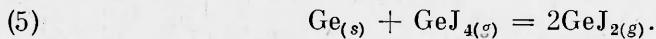
Здесь c_- и c_+ — массовые концентрации активного компонента на подложке ($x = 0$) и источнике ($x = x_0$); r_0 — радиус ампулы; D — коэффициент диффузии.

Принимая $b/k = 0,125$, $b_T/k = 0,2$, $k_T/k = 0,9$, $k = 1,12$ и определяя масштаб турбулентности по Никурадзе $l/r_0 = 0,14 - 0,08R^2 - 0,06R^4$, после подстановки (3) и (4) в (1) и осреднения ζ по сечению получим

$$\rho^* \zeta_0 = \rho \left[\frac{D}{x_0} \frac{2H}{2-H} + 0,248r_0^2 \sqrt{g(\beta \partial T / \partial x)^3} \right].$$

Таким образом, турбулентная естественная конвекция приводит к увеличению скорости роста кристаллов.

На рисунке представлены результаты расчета по росту кристаллов Ge посредством химического транспорта, основанного на реакции



Индексы (s) и (g) обозначают твердую и газовую фазы. По оси ординат отложен турбулентный поток (мольный) Ge, равный в соответствии с (5)

$$j = \frac{j_0}{2M}, \quad j_0 = 2 \int_0^1 \rho \beta \langle v_x T' \rangle R dR,$$

где M — молярная масса активного компонента GeJ_2 , по оси абсцисс — давление. Там же приведены опытные данные [7], представляющие собой разность между потоками Ge на подложку в земных условиях и невесомости. Интервалу давлений $10^5 \leq p \leq 20 \cdot 10^5$ Па соответствуют числа Грасгофа $\text{Gr} \approx 10^7 - 10^{10}$, где $\text{Gr} = g\beta x_0^4 (\partial T / \partial x) / \nu^2$. Зависимость турбулентной составляющей потока вещества на подложку от давления обусловлена зависимостью от него плотности газовой среды.

Данные рисунка относятся к такой ориентации системы, при которой подложка расположена над источником. Наряду с этим, в [7] исследовалась противоположная ориентация, отвечающая источнику, расположенному над подложкой. Никаких различий в этом случае между скоростями роста кристаллов, измеренными в земных условиях и в невесомости, обнаружено не было. Последнее не удивительно, так как при устойчивой стратификации, имевшей при этом место, естественная конвекция в газовой фазе отсутствовала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аладьев С. И. Скорость роста кристаллов из парогазовой среды. — ПМТФ, 1985, № 4.
2. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. — М.: Наука, 1965, ч. 1.
3. Лаундер Б. Е. Тепло- и массоперенос. — В кн.: Турбулентность. М.: Машиностроение, 1980.
4. Монин А. С. О свойствах симметрии турбулентности в приземном слое воздуха. — Физика атмосферы и океана, 1965, т. 1, № 1.
5. Коловандин Б. А., Аеров В. Е. О турбулентном теплопереносе в потоках со сдвигом. — В кн.: Теплоперенос. Минск: ИТМО АН БССР, 1969, т. 11.
6. Rotta J. C. Statistische Theorie nicht homogener Turbulenz. — Z. fur Physik., 1951, Bd 129, N 5.
7. Хряпов В. Т., Рожков С. И. и др. Исследование химического газотранспорта германия в системе Ge—GeJ₄ в условиях микрогравитации. — В кн.: II Всесоюз. семинар по гидромеханике и теплообмену в невесомости. Тез. докл. Пермь, 1981.

Поступила 30/V 1985 г.