

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1970.
2. Koszman I., Gavis J. Development of charge in low-conductivity liquids flowings past surfaces. Engineering predictions from the theory developed for tube flow.— J. Chem. Engng Sci., 1962, vol. 17, N 12.
3. Koszman I., Gavis J. Development of charge in low-conductivity liquids flowings past surfaces. Experimental verification and application of the theory developed for tube flow.— J. Chem. Engng Sci., 1962, vol. 17, N 12.
4. Захарченко В. В., Крячко Н. И., Мажара Е. Ф., Севриков В. В., Гавриленко Н. Д. Электризация жидкостей и ее предотвращение. М.: Химия, 1975.
5. Гогосов В. В., Никифорович Е. И., Толмачев В. В. Электризация слабо проводящей жидкости, текущей по металлической трубе.— Магнитн. гидродинамика, 1979, № 2.
6. Прибылов В. Н., Черный Л. Т. Электризация диэлектрических жидкостей при течении в трубе.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 6.
7. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 1. 2-е изд. стереотип. М.: Наука, 1973.
8. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. Изд. 4-е, испр. М.: Наука, 1973.

УДК 532.5 : 537

ЭЛЕКТРИЗАЦИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ТЕЛА В АЭРОЗОЛЬНОМ ПОТОКЕ С ТВЕРДОЙ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗОЙ ПРИ НАЛИЧИИ КОРОННОГО РАЗРЯДА С ТЕЛА

В. Л. Холопов, Л. Т. Черный

(Москва)

В рамках механики сплошной среды [1] исследуется электризация металлического тела, обтекаемого незаряженным монодисперсным аэрозольным потоком с твердой дисперсной фазой. Учитывается коронный разряд с тела. Рассматриваются случаи хорошо проводящих аэрозольных частиц, для которых время релаксации электрического заряда много меньше времени соударения с телом, и плохо проводящих аэрозольных частиц, для которых время релаксации электрического заряда много больше времени соударения с телом. Получена замкнутая система уравнений и граничных условий, описывающих электризацию тела. Установлены основные безразмерные параметры, определяющие процесс электризации тела. Найдены выражения для тока электризации, максимального тока коронного разряда, плавающего заряда и потенциала тела, максимального перенапряжения коронного разряда и характерного времени установления плавающего заряда на теле. Проведен расчет основных безразмерных характеристик процесса электризации сферы с разрядником.

1. Рассмотрим металлическое тело с разрядником, обтекаемое стационарным незаряженным монодисперсным аэрозольным потоком с твердой дисперсной фазой. Как известно [2], при соударениях с телом аэрозольные частицы заряжаются. В результате обтекаемое тело также приобретает электрический заряд, противоположный по знаку заряду частиц. Это явление наблюдается при движении тел в облаках, осадках и запыленной атмосфере [3]. Оно может быть использовано в электрических зондах, предназначенных для измерения параметров аэрозольных потоков [4].

Используя методы механики сплошной среды [1, 5], будем рассматривать осредненное движение монодисперсного аэрозольного потока, обтекающего тело, как взаимопроникающее движение двух сплошных сред: газа и аэрозольных частиц. Предположим, что концентрация последних достаточно мала и их влиянием на движение газа можно пренебречь. Тогда при изучении электризации тел движение газа может считаться заданным. Осредненное же движение аэрозольных частиц до соударения с телом описывается следующими уравнениями:

$$(1.1) \quad m(v^k \partial / \partial x^k) \mathbf{v} = 6\pi\mu a \left(1 + \frac{1}{6} \text{Re}^{2/3} |\mathbf{u} - \mathbf{v}|^{2/3} \right) (\mathbf{u} - \mathbf{v}),$$

$$\partial(\eta v^k) / \partial x^k = 0, \quad \mathbf{v}|_{x^3=-\infty} = u^0 \mathbf{e}_3, \quad \eta|_{x^3=-\infty} = \eta^0,$$

где m , a , η , \mathbf{v} — масса, радиус, концентрация и скорость аэрозольных частиц; $\text{Re} = 2a\rho u^0/\mu$ — число Рейнольдса аэрозольной частицы; μ , ρ , \mathbf{u} — вязкость, плотность и скорость газа; x^k ($k = 1, 2, 3$) — декартова система координат, у которой ось x^3 направлена вдоль скорости невозмущенного телом аэрозольного потока; \mathbf{e}_3 — единичный вектор, параллельный оси x^3 ; u^0 — скорость невозмущенного аэрозольного потока; η^0 — концентрация аэрозольных частиц в нем. Из соотношений (1.1) следует

$$(1.2) \quad \mathbf{v} = u^0 \mathbf{v}^*(x^{*k}, \text{St}, \text{Re}), \quad \eta = \eta^0 \eta^*(x^{*k}, \text{St}, \text{Re});$$

$$(1.3) \quad \text{St}(v^{*k} \partial / \partial x^{*k}) \mathbf{v}^* = (1 + (1/6)\text{Re}^{2/3} |\mathbf{u}^* - \mathbf{v}^*|^{2/3}) (\mathbf{u}^* - \mathbf{v}^*),$$

$$\partial(\eta^* v^{*k}) / \partial x^{*k} = 0, \quad \mathbf{v}^*|_{x^{*3}=-\infty} = \mathbf{e}_3, \quad \eta^*|_{x^{*3}=-\infty} = 1,$$

$$\text{St} = mu^0 / (6\pi\mu a R), \quad \mathbf{u}^* = \mathbf{u} / u^0, \quad x^{*k} = x^k / R,$$

где $2R$ — характерный размер тела; St — безразмерное число Стокса. Безразмерные функции $\mathbf{v}^*(x^{*k})$, $\eta^*(x^{*k})$ при заданном распределении безразмерной скорости газа $\mathbf{u}^*(x^{*k})$ полностью определяются числами Стокса и Рейнольдса.

Приращение электрического заряда аэрозольной частицы при соударении с телом (Δe_p) зависит от физических свойств материалов тела и частицы, ее размера и скорости непосредственно перед ударом, а также от напряженности электрического поля \mathbf{E} у поверхности тела в точке соударения. В результате соударений с телом аэрозольных частиц на него течет электрический ток

$$(1.4) \quad J_+ = \int_S \eta v_n \Delta e_p(v_n, E_n) ds, \quad E_n = (\mathbf{E}\mathbf{v}), \quad v_n = (\mathbf{v}\mathbf{v}).$$

Здесь \mathbf{v} — внешняя нормаль к поверхности тела; интегрирование проводится по части поверхности тела S , от которой происходит отражение аэрозольных частиц; повторные соударения частиц с телом не учитываются (расчеты показывают, что их вклад в электрический ток J_+ мал).

Обозначим через E' характерное значение напряженности электрического поля, оказывающего заметное влияние на величину Δe_p , и через Φ^0 — потенциал зажигания коронного разряда с тела при отсутствии внешних полей. Так как потенциал первоначально не заряженного тела противоположен по знаку приращению заряда частиц Δe_p , то, очевидно, $\Phi^0 \Delta e_p < 0$. Ограничимся в дальнейшем случае, когда внешнее поле отсутствует и выполняются условия

$$(1.5) \quad \varepsilon^{-1} \Delta e_p^0 \eta^0 R \ll |\Phi^0| / R \ll |E'|,$$

где ε — диэлектрическая проницаемость аэрозоля; Δe_p^0 — характерное значение изменения заряда аэрозольной частицы при соударении с телом. Неравенства (1.5) означают, что в рассматриваемом случае на величину Δe_p и ток электризации электрическое поле вообще не влияет, а на коронный разряд не влияет электрическое поле, создаваемое отраженными аэрозольными частицами. Соотношения (1.5) всегда выполняются для достаточно разреженных аэрозолей (например, атмосферных) и разрядников с низким потенциалом зажигания.

Из физического смысла величины Δe_p следует, что она определена только в точках части поверхности тела S . Однако формально можно ввести функцию $\Delta e_p(x^k)$ в любой точке пространства, через которую проходит линия тока аэрозольных частиц, налетающих на тело. Для этого примем, что функция $\Delta e_p(x^k)$ постоянна вдоль линий тока аэрозольных

частиц и равна изменению электрического заряда движущихся по ним частиц при соударении с телом. Для линий тока аэрозольных частиц, не попадающих на тело, положим $\Delta e_p = 0$. Определенная таким образом функция $\Delta e_p(x^k)$ на основании второго соотношения (1.1) удовлетворяет равенству

$$(1.6) \quad \partial(\Delta e_p \eta v^k) / \partial x^k = 0.$$

Рассмотрим совокупность участков линий тока аэрозольных частиц, оканчивающихся на теле. Они образуют трубку тока, ограниченную некоторой боковой поверхностью S' и вырезающую на поверхности тела участок S . Проведем в набегающем потоке (при $x^3 \rightarrow -\infty$) перпендикулярно к его скорости плоскость Π , из которой указанная трубка тока вырезает область S_0 . Эта область называется сечением захвата. Проинтегрируем соотношение (1.6) по объему, ограниченному поверхностью $S + S' + S_0$, используя формулу Остроградского—Гаусса и равенство (1.4). В результате получим формулу, связывающую величину тока электризации J_+ со значениями параметров в набегающем потоке аэрозоля:

$$(1.7) \quad J_+ = -\eta^0 u^0 \int_{S_0} \Delta e_p ds = -\eta^0 u^0 \int_{S_0} \Delta e_p(v_\nu(b_1, b_2)) db_1 db_2,$$

где b_1, b_2 — прицельные параметры, задающие линии тока аэрозольных частиц. В качестве b_1, b_2 выбираются декартовы координаты x^1, x^2 в плоскости Π .

Уравнение электризации первоначально не заряженного тела имеет вид

$$(1.8) \quad dQ/dt = J_+ - J_-, \quad Q = \epsilon C \Phi, \quad Q|_{t=0} = 0,$$

где t — время; Q, Φ, C — заряд, потенциал и емкость тела; J_- — электрический ток коронного разряда. В достаточно разреженных аэрозолях при выполнении первого неравенства (1.5) для J_- справедливо эмпирическое соотношение *

$$(1.9) \quad J_- = \alpha (C_1 \epsilon b \Phi / l + C_2 \epsilon u^0) (\Phi - \Phi^0),$$

$$\alpha = \begin{cases} 0, & \Phi^0 \leq \Phi \leq 0, \quad \Delta e_p \geq 0, \\ 1, & \Phi \leq \Phi^0 \leq 0, \quad \Delta e_p \geq 0, \end{cases}$$

в котором b — подвижность ионов коронного разряда ($b\Phi^0 > 0$); l — характерный линейный размер разрядника; C_1, C_2 — безразмерные коэффициенты, зависящие от геометрии тела.

2. Вводя безразмерные величины $\Phi^* = \Phi/\Phi^0, J_{\pm}^* = J_{\pm}/\epsilon u^0 \Phi^0, \Delta e_p^* = \Delta e_p/\Delta e_p^0, C^* = C/R, t^* = u^0 t/R, b_1^* = b_1/R, b_2^* = b_2/R$, запишем соотношения (1.7)—(1.9) в виде

$$(2.1) \quad C^* d\Phi^*/dt^* = B J^* - J_-^*, \quad J^* = \frac{1}{S_m} \int_{S_0} \Delta e_p^* db_1 db_2,$$

$$J_-^* = \alpha \left(\frac{C_1}{\text{Pe}_E} \Phi^* + C_2 \right) (\Phi^* - 1), \quad \text{Pe}_E = \frac{l u^0}{b \Phi^0} > 0, \quad B = -\frac{\eta^0 \Delta e_p^0 S_m}{\epsilon \Phi^0} > 0,$$

где S_m — площадь миделева сечения тела; Pe_E — электрическое число Пекле; B — безразмерный параметр, характеризующий отношение напряженности электрического поля аэрозоля к напряженности электрического поля тела. На основании первого неравенства (1.5) имеем $|B| \ll 1$, а так как $\Delta e_p^0 \Phi^0 < 0$, то $B > 0$.

* Ушаков В. В. Электрогазодинамические струи и системы управления электростатическим зарядом летательных аппаратов. Дис. на соиск. учен. степени д-ра технических наук. Киев: КИИГА, 1978.

Наличие малого параметра B в уравнении (2.1) сразу позволяет записать выражения для максимального перенапряжения коронного разряда и максимального тока разрядника, достигающихся при $d\Phi^*/dt^* = 0$:

$$(2.2) \quad \max (\Phi/\Phi^0 - 1) = B(C_1/Re_E + C_2)^{-1}J^*, \\ \max J_- = J_+ = \epsilon u^0 \Phi^0 B J^*.$$

Значения плавающего потенциала Φ' и заряда Q' тела и характерное время их установления τ' также находятся из (2.1):

$$\Phi' = \Phi^0 [1 + BJ^*(C_1/Re_E + C_2)^{-1}], \quad Q' = \epsilon C \Phi', \quad \tau' = C/(u^0 BJ^*).$$

Таким образом, все основные характеристики процесса электризации тела выражаются через определенную вторым равенством (2.1) функцию J^* , которая зависит от изменения заряда аэрозольных частиц при соударении с телом $\Delta e_p(v_v)$. Для величины Δe_p могут быть предложены различные выражения [4, 6, 7]. Ограничимся в дальнейшем случае хорошо проводящих аэрозольных частиц, когда время релаксации электрического заряда в частице $\tau_e = \epsilon_p/(4\pi\sigma_p)$ много меньше времени соударения частицы с телом τ , и случаем плохо проводящих аэрозольных частиц, когда $\tau_e = \epsilon_p/(4\pi\sigma_p) \gg \tau$ (здесь ϵ_p, σ_p — диэлектрическая проницаемость и проводимость аэрозольной частицы).

3. Изменение заряда хорошо проводящих первоначально не заряженных частиц без учета влияния электрического поля определяется по формуле [6]

$$(3.1) \quad \Delta e_p = C_\Phi \Phi_c (1 - e^{-A}), \quad A = \sigma_p \tau S_c / (C_\Phi d), \\ S_\Phi = a (0,577 + 0,5 \ln (2a/d)), \quad \Delta e_p^0 \equiv C_\Phi \Phi_c,$$

где Φ_c — контактная разность потенциалов для материалов частицы и тела; S_c — средняя площадь контакта частицы с телом за время соударения; d — постоянная с размерностью длины, величина которой порядка радиуса Дебая материала частицы. Входящие в соотношение (3.1) параметры соударения τ, S_c находятся на основе квазистатической теории удара аэрозольной частицы о тело, которое при этом можно рассматривать как полупространство. Для нормального упругого удара имеем

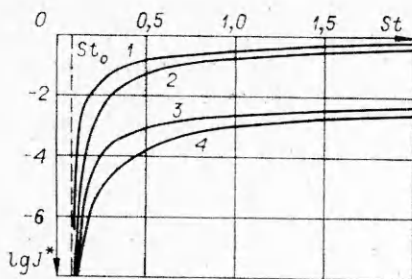
$$(3.2) \quad \tau = 3h/|v_v|, \quad S_c = 2ah, \quad h = a \left[\frac{5}{4} \pi \rho_p v_v^2 \left((1 - v_p^2)/E_p^Y + (1 - v_b^2)/E_b^Y \right) \right]^{2/5},$$

где ρ_p — плотность массы аэрозольной частицы; $v_p, E_p^Y (v_b, E_b^Y)$ — коэффициент Пуассона и модуль Юнга частицы (тела).

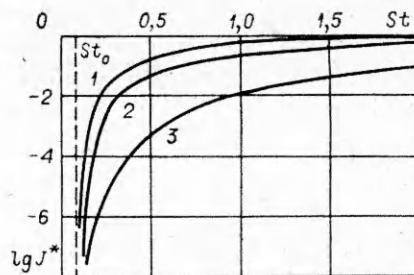
Учитывая соотношения (3.1), (3.2), (1.2), (1.3), выражение (2.1) для J^* можно представить в виде

$$(3.3) \quad J^*(St, Re, A_0) = \frac{1}{S_m^*} \int_{S_0^*} [1 - \exp(-A_0 |v_v^*(St, Re, b_1^*, b_2^*)|^{3/5})] db_1^* db_2^*, \\ S_m^* = S_m/R^2, \quad S_0^* = S_0/R^2, \quad b_{1,2}^* = b_{1,2}/R, \quad A_0 = A|_{v_v=0}.$$

Входящая в соотношение (3.3) функция $v_v^*(St, Re, b_1^*, b_2^*)$ определялась путем расчета на ЭВМ поля скоростей аэрозольных частиц и их линий тока на основании первого уравнения (1.3). Затем вычислялся интеграл в правой части соотношения (3.3). На фиг. 1 приведена зависимость $\lg J^*$ от числа Стокса St для хорошо проводящих частиц при потенциальном обтекании сферы радиуса R (1 — $Re = 10, A_0 = 5$; 2 — $Re = 100, A_0 = 5$; 3 — $Re = 10, A_0 = 0,01$; 4 — $Re = 100, A_0 = 0,01$). При $St = \infty$ из первого уравнения (1.3) следует $v^* = \text{const}$ и для величины $|v_v^*|$ получаем выражение $|v_v^*| = (1 - b_1^{*2} - b_2^{*2})^{1/2}$, которое справедливо при лю-



Ф и г. 1



Ф и г. 2

бом режиме обтекания сферы газом. В этом случае значение J^* находится аналитически

$$J^* = 2 \int_0^1 [1 - \exp(-A_0 (\sqrt{1-b^{*2}})^{3/5})] b^* db^* = 1 - \frac{10}{3} A_0^{-10/3} \gamma\left(\frac{10}{3}, A_0\right).$$

Здесь γ — неполная гамма-функция; $b^* = (b_1^{*2} + b_2^{*2})^{1/2}$.

4. Изменение заряда плохо проводящих ($\tau_e \gg \tau$) первоначально не заряженных частиц без учета влияния электрического поля определяется по формуле [7]

$$(4.1) \quad \Delta e_p = -2\pi^{-1/2} C (\pi/2) e n_0 \Sigma \sqrt{D\tau}, \quad \Delta e_p^0 = \Delta e_p|_{v_v=0},$$

где $C(\pi/2) = 0,78$ — значение интеграла Френеля; $\Sigma = \pi a h$ — максимальная площадь контакта частицы с телом; e, D, n_0 — заряд, коэффициент диффузии и объемная концентрация носителей заряда в частице, вступающих в реакцию на поверхности тела при соударении с ним частицы. Соотношение (4.1) справедливо для бесконечной скорости указанной реакции, когда на поверхности контакта частицы с телом концентрация носителей заряда обращается в нуль. Для нормального упругого удара величины τ и h , входящие в соотношение (4.1), определяются по формулам (3.2).

В рассматриваемом случае плохо проводящих частиц выражение для J^* с учетом равенств (4.1), (3.2), (1.2), (1.3) имеет вид

$$(4.2) \quad J^*(St, Re) = \frac{1}{S_m^*} \int_{S_0^*} |v_v^*(St, Re, b_1^*, b_2^*)|^{7/10} db_1^* db_2^*.$$

На фиг. 2 показана рассчитанная на ЭВМ зависимость $\lg J^*$ от числа Стокса St для плохо проводящих частиц при потенциальном обтекании сферы радиуса R . Кривые 1—3 соответствуют $Re = 10; 10^2$ и 10^3 . При $St = \infty$ имеем

$$J^* = 2 \int_0^1 (\sqrt{1-b^{*2}})^{7/10} b^* db^* = \frac{20}{27}.$$

Из фиг. 1, 2 следует, что существует критическое значение числа Стокса ($St_0 > 0$), при котором величина J^* обращается в нуль. При значении числа Стокса, меньшем St_0 , частицы не достигают поверхности тела. В этом случае $J^* = 0$ и электризация тела отсутствует.

Рассмотрим в качестве примера электризацию сферического металлического тела диаметром $2R = 10$ м, обтекаемого со скоростью $u^0 = 100$ м/с аэрозольным потоком из частиц льда с размером $a = 10^{-4}$ м и концентрацией $\eta^0 = 10^8$ м⁻³. Для чистого льда $\epsilon_p = 72$, $\sigma_p = 4 \cdot 10^{-7}$ Ом⁻¹·м⁻¹, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $n_0 \simeq 10^{19} - 10^{20}$ м⁻³, $E_p^f = 3 \cdot 10^9$ Н/м², $\nu_p = 0,3$. В этом случае выполняется неравенство $\tau \ll$

$\leq 10^{-6}$ с $\ll \tau_e = 1,6 \cdot 10^{-3}$ с и применима теория, изложенная в п. 4. Для указанных числовых значений параметров имеем $St = 2$, $Re = 10^3$, $J^* = 10^{-1}$, $\Delta e_p^0 = -5 \cdot 10^{-16}$ Кл, $J/S_{\text{ж}} = 5 \cdot 10^{-7}$ А/м². Такие плотности токов действительно наблюдаются при движении тел в облаках и осадках [2].

Поступила 6 V 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. *Механика сплошной среды*. Т. 1. М.: Наука, 1976.
2. Soo S. L. Dynamics of charged suspensions. — In: *International Reviews in Aerosol Physics and Chemistry*. Vol. 2. Oxford—N. Y., Pergamon Press, 1971. Рус. пер. Соу С. Л. *Динамика заряженных суспензий*. — В сб.: *Реология суспензий*. М.: Мир, 1975.
3. Имянитов И. М. *Электризация самолетов в облаках и осадках*. Л.: Гидрометеонадат, 1970.
4. Cheng L., Soo S. L. Charging of dust particles by impact. — *J. Appl. Phys.*, 1970, vol. 41, N 2. Рус. пер. Л. Чень, Су С. Л. *Электризация частиц пыли при соударениях*. — Сб. пер. *Механика*, 1971, № 3.
5. Рахматулин Х. А. *Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред*. — *ПММ*, 1956, т. 20, № 2.
6. Черный Л. Т. *Электризация частиц суспензии при соударениях с граничными поверхностями. Предельные случаи: идеально проводящие и непроводящие частицы*. — *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1980, № 4.
7. Черный Л. Т. *Электризация слабопроводящих частиц суспензии при соударениях с граничными поверхностями*. — *ПММ*, 1980, т. 44, № 4.

УДК 523.593

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА МНОГИХ МАСШТАБОВ В ЗАДАЧЕ О ВОЛНАХ НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ

В. А. Батищев, В. В. Трепачев
(Ростов-на-Дону)

В работе [1] методом интегральных преобразований решена задача о волнах на поверхности вязкой несжимаемой жидкости бесконечной глубины. В случае малой вязкости в [2] построены асимптотические разложения, справедливые на конечных отрезках времени.

В данной работе рассматривается плоская задача Коши—Пуассона для линеаризованных уравнений Навье—Стокса о движении несжимаемой жидкости малой вязкости под действием начального возвышения свободной поверхности

$$(1) \quad \begin{aligned} \partial \mathbf{v} / \partial t &= -\nabla p + \varepsilon^2 \Delta \mathbf{v}, \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \\ p &= p_r + \lambda z, \mathbf{v} = 0, \zeta = \zeta_*(x)(t=0), -p + \lambda \zeta + 2\varepsilon^2 \partial v_z / \partial z = 0 \quad (z=0), \\ \partial \zeta / \partial t &= v_z, \partial v_x / \partial z + \partial v_z / \partial x = 0 \quad (z=0), \\ (\mathbf{v}, \partial \mathbf{v} / \partial x, p, \partial p / \partial x, \zeta_*) &\rightarrow 0, |x| \rightarrow \infty, \\ \mathbf{v} &= 0 \quad (z = -H). \end{aligned}$$

Все величины в (1) безразмерны. Здесь $\varepsilon^2 = 1/Re$ — малый параметр; Re — число Рейнольдса; p_r — гидродинамическое давление; $\zeta(x, t)$ — возвышение свободной границы; $\lambda = gT^2\alpha^{-1}$; g — ускорение силы тяжести; α, T — соответственно единицы длины и времени. Начало координат взято на невозмущенной поверхности. Ось Oz направлена вертикально вверх. Жидкость приводится в движение начальным возвышением свободной границы $\zeta_*(x)$.

Асимптотические разложения решения задачи (1) при $\varepsilon \rightarrow 0$ строятся в виде