

и ее величина не отличаются существенно от силы отражения в случае металлической поверхности.

Так как при отражении пучка от металлических поверхностей трудно выполнить одновременно требование зарядовой компенсации пучка и отсутствия плазмы высокой проводимости в области пучка [6], то использование систем отражения на основе плазменных слоев, позволяющих управлять плазменным током, более эффективно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Диденко А. Н., Григорьев В. П., Усов Ю. П. Мощные электронные пучки и их применение.— М.: Атомиздат, 1977.
2. Акопов Р. А., Антаблян О. Г., Ханиянц Е. К. Распространение сильнофокусных электронных пучков в кривых диэлектрических каналах // Изв. АН АрмССР. Физика.— 1983.— Т. 18, вып. 2.
3. Андреев С. И., Зобов Е. А. и др. Исследование длинной скользящей искры // ПМТФ.— 1980.— № 1.
4. Акопов Р. А., Антаблян О. Г. и др. Взаимодействие ИРЭП с диэлектрической поверхностью // ЖТФ.— 1986.— Т. 56, № 3.
5. Григорьев В. П., Диденко А. Н., Исаев Г. П. Инжекция компенсированных релятивистских электронных пучков вблизи плазменного полупространства // Физика плазмы.— 1983.— Т. 9, вып. 6.
6. Петров А. В., Печенкин С. А. и др. Исследование зеркального захвата на замкнутую орбиту сильнофокусного релятивистского электронного пучка // Тр. НИИЯФ.— М.: Атомиздат, 1979.— Вып. 8.

Поступила 9/VI 1986 г.,
в окончательном варианте — 11/II 1988 г.

УДК 533.95

О ПОЛЯРИЗАЦИИ ПЛАЗМЕННОГО ОБЛАКА, РАСШИРЯЮЩЕГОСЯ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Е. В. Метелкин

(Москва)

Диамагнетизм плазменного облака, расширяющегося в магнитном поле, обусловлен токами, текущими по его поверхности и компенсирующими внешнее поле внутри облака. Пондеромоторная сила, обусловленная взаимодействием поверхностных токов с внешним магнитным полем, приводит к торможению разлета и деформации поверхности расширяющегося плазменного образования.

Задача о разлете плазменного облака в однородном магнитном поле в вакууме рассматривалась ранее в различных приближениях (см., например, [1—7]). В [1] наряду с подробным анализом микроскопических процессов, приводящих к образованию поверхностных токов, исследована макроскопическая картина торможения плазмы и трансформации ее энергии. Вопрос о деформации плазменного образования, разлетающегося в однородном магнитном поле, рассматривался в [2—7].

В [4, 5] форма плазменного облака определялась на основе численного решения уравнений гидродинамики, учитывающих пространственную неоднородность плотности и скорости частиц внутри плазменного образования. В [3, 7] для описания формы плазменного облака использовался упрощенный подход, основывающийся на предположении, что плазменное облако — расширяющаяся сверхпроводящая оболочка, в которой сосредоточена вся его масса. О правомерности применения такого приближенного подхода, с одной стороны, свидетельствует то, что при строгом решении задачи в [4, 5] показано, что у поверхности расширяющегося облака образуется тонкая «корочка», в которой плотность частиц значительно превосходит плотность частиц внутри облака. С другой стороны, форма плазменного облака, полученная на основе использования упрощенного подхода, хорошо согласуется с результатами экспериментов по разлету бариевых облаков в магнитном поле Земли [7].

При расширении в неоднородном магнитном поле вследствие диамагнетизма плазменное облако придет в движение как целое, стремясь попасть в область с меньшим значением напряженности магнитного поля. В результате на поверхности облака образуется поляризационный электрический заряд. Иначе говоря, плазменное облако, расширяющееся в неоднородном магнитном поле, представляет собой не только эффективный магнитный диполь, но также и эффективный электрический диполь.

В настоящей работе рассматривается начальная стадия разлета плазменного облака в неоднородном магнитном поле (поле точечного магнитного диполя), когда отклонение формы его поверхности от сферы невелико. Находятся форма плазменного облака и распределение поляризационного заряда на его поверхности (в предположе-

нии, что облако — расширяющаяся сверхпроводящая оболочка [3, 7]). Целесообразность использования такого подхода обсуждалась выше (см. также [3]). Кроме того, предполагается, что радиус облака значительно меньше его расстояния от диполя.

Предположим, что плазменное облако — оболочка, которая в сферической системе координат описывается уравнением $r = D(\theta, \varphi, t)$. В таком случае плотность массы можно представить в виде

$$(1) \quad \rho(r, \theta, \varphi, t) = mn(\theta, \varphi, t)\delta[r - D(\theta, \varphi, t)],$$

где m — масса ионов; n — плотность частиц, проинтегрированная по толщине оболочки; $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака.

Пусть функции $v_r(\theta, \varphi, t)$, $v_\theta(\theta, \varphi, t)$ и $v_\varphi(\theta, \varphi, t)$ представляют собой радиальную, меридиональную и азимутальную компоненты скорости оболочки. Эволюцию плазменной оболочки во времени опишем (см. [7]) уравнениями непрерывности

$$(2) \quad \partial\rho/\partial t + \operatorname{div}(\rho\mathbf{v}) = 0$$

и движения

$$(3) \quad \rho \left[\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} \right] = \frac{1}{c} [\mathbf{j} \times \mathbf{B}].$$

Здесь \mathbf{B} — вектор напряженности магнитного поля; \mathbf{j} — плотность поверхностного тока. Член в правой части уравнения (3) — сила давления, действующая на поверхность облака со стороны магнитного поля.

Поскольку $\mathbf{B} = 0$ для $r < D$, то распределение магнитного поля в пространстве с помощью функции Хевисайда можно представить как

$$(4) \quad \mathbf{B} = B\eta[r - D(\theta, \varphi, t)],$$

где $\eta(x) = 0$ ($x < 0$); $\eta(x) = 1/2$ ($x = 0$); $\eta(x) = 1$ ($x > 0$). Учитывая, что $\mathbf{j} = (c/4\pi) \operatorname{rot} \mathbf{B}$ и используя (4), найдем

$$(5) \quad \mathbf{j} = (c/8\pi) [\nabla(r - D) \times \mathbf{B}] \delta(r - D).$$

При дальнейших расчетах используются безразмерные переменные и функции:

$$(6) \quad r' = r/r_0, \quad t' = t/t_0, \quad v' = v/v_0, \quad n' = n/n_0, \\ D' = D/r_0, \quad B' = B/B_0, \quad t_0 = r_0/v_0, \quad n_0 = N_0/(4\pi r_0^2).$$

Здесь r_0 — начальный радиус оболочки; v_0 — начальная скорость разлета; N_0 — полное число частиц в облаке. В таком случае, подставляя (1), (5) в (2), (3) (подробнее см. в [7]) и переходя к безразмерным переменным (6), получим систему уравнений, описывающих эволюцию плазменной оболочки во времени:

$$(7) \quad \partial n'/\partial t' + \operatorname{div}(n'\mathbf{v}') = 0;$$

$$(8) \quad \partial D'/\partial t' = \mathbf{v}' \cdot \nabla(r' - D');$$

$$(9) \quad \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t'} + (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}' = -\frac{3}{2} \alpha \frac{B'^2}{n'} \nabla(r' - D'),$$

где B' — напряженность магнитного поля на поверхности облака; α — безразмерный параметр, определяемый выражением

$$(10) \quad \alpha = \left(\frac{B_0^2}{8\pi} \frac{4\pi}{3} r_0^3 \right) \Big| \varepsilon_0 \quad \left(\varepsilon_0 = \frac{1}{2} N_0 m v_0^2 \right).$$

Решение системы (7)–(9) будем искать при начальных условиях

$$(11) \quad t' = 0: \quad n' = 1, \quad D' = 1, \quad v'_r = 1, \quad v'_\theta = 0, \quad v'_\varphi = 0.$$

Из (10) вытекает, что безразмерный параметр α представляет собой отношение энергии невозмущенного магнитного поля, сосредоточенной в объеме, первоначально занимаемом плазмой, к начальной кинетической энергии плазмы. Очевидно, что он должен быть мал ($\alpha \ll 1$), поскольку

в противном случае разлета плазмы не будет. Это обстоятельство позволяет для решения системы (7)–(9) применять теорию возмущений, т. е. находить искомые функции в виде ряда по степеням α [3]:

$$(12) \quad D' = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k D'_k, \quad n' = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k n'_k, \quad \mathbf{v}' = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k \mathbf{v}'_k.$$

Поскольку ниже решение системы (7)–(9) получаем с точностью до членов первого порядка по α (малые отклонения формы облака от сферы), то в уравнении (9) значение магнитного поля на поверхности облака можно найти, считая его форму сферической.

Определим магнитное поле вокруг сверхпроводящей сферы радиуса D_0 , расположенной в поле магнитного диполя. Потенциал поля точечного магнитного диполя, помещенного в начале координат и направленного вдоль оси Oz , имеет вид [8]

$$(13) \quad \Phi_0 = \mu r / r^3$$

(μ — его магнитный момент).

Пусть центр сферы находится в плоскости zOy в точке с координатами R_* , θ_0 . Для решения задачи перейдем в систему координат с началом в точке R_* , θ_0 , осью Oz' , направленной вдоль вектора напряженности магнитного поля диполя в этой точке, и осью Ox' , параллельной оси Ox . В новой системе координат выражения для потенциала (13) представим в форме

$$(14) \quad \Phi_0 = \frac{\mu}{R_*^2} \cos \theta_0 + \frac{\mu}{R_*^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{r}{R_*}\right)^n \times \\ \times \left\{ A_n P_n(\cos \theta) + 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} B_{nm} P_n^{(m)}(\cos \theta) \cos m \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \right\}.$$

Здесь $A_n = (n+1) \cos \theta_0 P_n(\cos \beta) + \sin \theta_0 \frac{d}{d\beta} P_n(\cos \beta)$;

$$B_{nm} = (n+1) \cos \theta_0 P_n^{(m)}(\cos \beta) + \sin \theta_0 \frac{d}{d\beta} P_n^{(m)}(\cos \beta);$$

$$\cos \beta = \frac{2 \cos \theta_0}{\sqrt{1+3 \cos^2 \theta_0}}; \quad \sin \beta = \frac{-\sin \theta_0}{\sqrt{1+3 \cos^2 \theta_0}};$$

$P_n(x)$ — полиномы Лежандра; $P_n^{(m)}(x)$ — присоединенные полиномы Лежандра.

Потенциал магнитного поля в присутствии сверхпроводящей сферы

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1,$$

где

$$(15) \quad \Phi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{D_0}{r}\right)^{n+1} \left\{ \tilde{A}_{n0} P(\cos \theta) + \sum_{m=1}^n P_n^{(m)}(\cos \theta) [\tilde{A}_{nm} \cos m\varphi + \right. \\ \left. + \tilde{B}_{nm} \sin m\varphi] \right\}$$

представляет собой решение уравнения Лапласа; \tilde{A}_{nm} и \tilde{B}_{nm} — произвольные постоянные. На поверхности сферы нормальная составляющая магнитного поля должна равняться нулю:

$$(16) \quad \frac{\partial}{\partial r} \Phi_0 \Big|_{r=D_0} + \frac{\partial}{\partial r} \Phi_1 \Big|_{r=D_0} = 0.$$

Подставив (14) и (15) в (16) и воспользовавшись ортогональностью соответствующих полиномов, легко определить коэффициенты \tilde{A}_{nm} и \tilde{B}_{nm} .

Окончательно для потенциала магнитного поля получим

$$(17) \quad \Phi = \frac{\mu}{R_*^3} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n r \left(\frac{r}{R_*}\right)^{n-1} \left[1 + \frac{n}{n+1} \left(\frac{D_0}{r}\right)^{2n+1}\right] \times \\ \times \left\{ A_n P_n(\cos \theta) + 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} B_{nm} P_n^{(m)}(\cos \theta) \cos m \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \right\}.$$

Используя (17), по формуле $\mathbf{B} = -\nabla\Phi$ можно найти компоненты магнитного поля вблизи сферы, которые на поверхности сферы с точностью до членов первого порядка по (D_0/R_*) имеют вид

$$(18) \quad B_r = 0, \quad B_\theta^{(1)} = -\bar{B}_0 \left\{ \frac{3}{2} \sin \theta - \frac{5(D_0/R_*)}{(1+3\cos^2\theta_0)^{3/2}} \left[2 \sin 2\theta \cos \theta \cos \theta_0 \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (1+2\cos^2\theta_0) + \cos 2\theta \sin \varphi \sin \theta_0 (1+\cos^2\theta_0) + \frac{1}{2} \sin 2\theta \sin^2 \varphi \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 \right] \right\},$$

$$B_\varphi^{(1)} = B_c \frac{5(D_0/R_*)}{(1+3\cos^2\theta_0)^{3/2}} \left\{ \cos \theta \cos \varphi \sin \theta_0 (1+\cos^2\theta_0) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sin \theta \sin 2\varphi \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 \right\}$$

$(B_0 = (\mu/R_*^2) \sqrt{1+3\cos^2\theta_0})$ — напряженность магнитного поля диполя в точке, совпадающей с центром сферы).

Определим теперь форму плазменной оболочки и скорость ее расширения. Подставив (12) в систему (7)–(9), используя (18) и приравняв члены при одинаковых степенях α , получим систему уравнений для функций D'_k , n'_k и v'_k . С учетом начальных условий (14) решения найденной таким образом системы (с точностью до членов первого порядка по α) представим в форме

$$(19) \quad D' = 1 + t' - \frac{9}{32} \alpha t'^2 (t'^2 + 4t' + 6) \sin^2 \theta + \\ + \frac{27}{80} \alpha \left(\frac{r_0}{R_*}\right) t'^2 [t'^3 + 5t'^2 + 10t' + 10] \sin \theta F(\theta, \varphi);$$

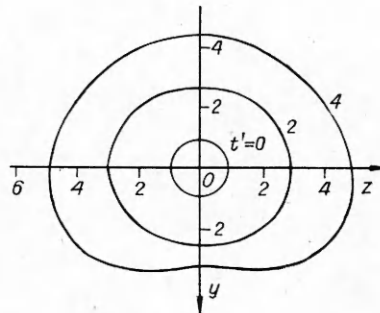
$$(20) \quad v'_r = 1 - (9/8)\alpha (t'^3 + 3t'^2 + 3t') \sin^2 \theta + (27/16)\alpha (r_0/R_*) \times \\ \times [t'^4 + 4t'^3 + 6t'^2 + 4t'] \sin \theta F(\theta, \varphi).$$

Здесь $v'_\varphi = v'_\theta = 0$;

$$F(\theta, \varphi) = \frac{(10/3)}{(1+3\cos^2\theta_0)^{3/2}} \left\{ 2 \sin 2\theta \cos \theta_0 (1+2\cos^2\theta_0) + \right. \\ \left. + \cos 2\theta \sin \varphi \sin \theta_0 (1+\cos^2\theta_0) + \frac{1}{2} \sin 2\theta \sin^2 \varphi \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 \right\}.$$

При $\bar{R}_* \rightarrow \infty$ полученный результат описывает расширение плазменного облака в однородном магнитном поле. В данном случае выражение для формы облака (функция D') в точности совпадает с аналогичным выражением из [3]. Область применимости этого результата ограничивается, очевидно, условием $t' \ll (32/9\alpha)^{1/3} = T$.

Оценим влияние неоднородности магнитного поля на форму поверхности плазменного облака для $\alpha = (2/3) \cdot 10^{-2} (T \simeq 8)$ [3]. На рисунке представлены результаты расчетов, проведенных по формуле (19). Кривые изображают сечение поверхности облака плоскостью yOz при



$\theta_0 = \pi/2$ (источник лежит в плоскости магнитного экватора диполя). При расчетах полагалось $r_0 T/R_* \simeq 1/5$. Несимметрия поверхности относительно оси Oz обусловлена неоднородностью магнитного поля.

Определим поляризационный заряд, образующийся на поверхности облака при его расширении. Поскольку плазменное облако расширяется со скоростью, много меньшей скорости света ($v \ll c$), то можно воспользоваться квазистатическим приближением. Электрическое поле в таком случае описывается уравнениями Максвелла:

$$(21) \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t};$$

$$(22) \quad \text{div } \mathbf{E} = 0$$

(напряженность магнитного поля найдена выше). Взяв ротор обеих частей в (21), имеем

$$(23) \quad \Delta \mathbf{E} = 0.$$

При решении этого уравнения в качестве граничного условия используем связь между тангенциальной составляющей электрического поля на поверхности сверхпроводника и скоростью движения его поверхности:

$$(24) \quad \mathbf{E}_\tau = -\frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]_\tau$$

(\mathbf{v} и \mathbf{B} находятся из выражений (18) и (20)).

При вычислении поляризационного заряда предположим, что плазменное облако представляет собой сферу радиуса $D_0(t)$, скорость расширения которой в каждый момент времени описывается формулами (20). Поскольку полученный в таком случае поляризационный заряд пропорционален малому параметру α (см. ниже), то учет отклонения формы поверхности от сферы приведет к появлению членов следующего порядка малости. Учитывая это, получим (см. (24)), что на поверхности облака

$$E_\theta(r = D_0) = (v_r/c) B_\varphi(r = D_0), \\ E_\varphi(r = D_0) = -(v_r/c) B_\theta(r = D_0).$$

Граничные условия для компоненты поля E_r можно найти, используя (22):

$$(25) \quad -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 E_r) = \frac{1}{c} \left\{ B_\varphi \frac{\partial v_z}{\partial \theta} - \frac{B_\theta}{\sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right\} \equiv I(\theta, \varphi).$$

Здесь учтено, что на поверхности облака $(\text{rot } \mathbf{B})_r = 0$.

Применяя (22), из (23) для радиальной компоненты электрического поля имеем

$$(26) \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial E_r}{\partial r} \right) + \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r E_r) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 E_r}{\partial \varphi^2} = 0.$$

Решение уравнения (26), убывающее на бесконечности быстрее, чем $(1/r)$, примет вид

$$(27) \quad E_r = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{D_0}{r} \right)^{j+2} \left\{ \frac{1}{2} K_{j0} P_j(\cos \theta) + \sum_{m=1}^j P_j^{(m)}(\cos \theta) [K_{jm} \cos m\varphi + L_{jm} \sin m\varphi] \right\}$$

(K_{jm} и L_{jm} — произвольные постоянные). Подставив (27) в граничное условие (25), найдем

$$(28) \quad K_{jm} = \frac{(2j+1)(j-m)!}{2\pi j(j+m)!} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos m\varphi \int_0^\pi d\theta \sin \theta P_j^{(m)}(\cos \theta) I(\theta, \varphi), \\ L_{jm} = \frac{(2j+1)(j-m)!}{2\pi j(j+m)!} \int_0^{2\pi} d\varphi \sin m\varphi \int_0^\pi d\theta \sin \theta P_j^{(m)}(\cos \theta) I(\theta, \varphi).$$

Определив коэффициенты K_{jm} и L_{jm} , получим выражения для радиальной компоненты электрического поля (27) и для распределения поверхностного заряда на плазменном облаке:

$$(29) \quad \sigma = \frac{4}{4\pi} E_r(r = D_0) = \frac{4}{4\pi} \sum_{j=0}^{\infty} \left\{ \frac{4}{2} K_{j0} P_j(\cos \theta) + \sum_{m=1}^j P_j^{(m)}(\cos \theta) [K_{jm} \cos m\varphi + L_{jm} \sin m\varphi] \right\}.$$

Используя (18), (20), для $t' > 1$ имеем (см. (25))

$$(30) \quad I(\theta, \varphi) = I_0 \left\{ (\sin \theta \cos 2\theta - \frac{4}{3} \sin \theta \cos^2 \theta) \times \right. \\ \left. \times \cos \varphi (1 + \cos^2 \theta_0) + \left(\frac{1}{2} \sin \theta \sin 2\theta - \frac{2}{3} \sin^2 \theta \cos \theta \right) \sin 2\varphi \sin \theta_0 \cos \theta_0 \right\}, \\ I_0 = \left(\frac{v_0 B_0}{c} \right) \alpha \left(\frac{r_0}{R_*} \right) \frac{135}{16} [t'^4 + 4t'^3 + 6t'^2 + 4t'] \frac{\sin \theta_0}{(1 + 3 \cos^2 \theta_0)^{3/2}}.$$

Подставив (30) в (28), получим

$$(31) \quad K_{jm} = I_0 (1 + \cos^2 \theta_0) \delta_{m1} \left\{ -\frac{13}{15} \delta_{j1} + \frac{4}{45} \delta_{j3} \right\}, \\ L_{jm} = I_0 \sin \theta_0 \cos \theta_0 \frac{1}{45} \delta_{j3} \delta_{m2}$$

(δ_{jm} — символ Кронекера). Применяя (29), (31), найдем, что плотность поляризованного заряда на поверхности плазменного облака описывается выражением

$$(32) \quad \sigma = -(I_0/4\pi) \sin \theta \cos \varphi \{ (1 + \cos^2 \theta_0) [1 - (2/3) \cos^2 \theta] - \\ - (1/3) \sin \theta_0 \cos \theta_0 \sin 2\theta \sin \varphi \}.$$

Из (32) легко получить, что электрический дипольный момент облака направлен по оси Ox

$$P_x = -\frac{13}{45} D_0^3 I_0 (1 + \cos^2 \theta_0),$$

а суммарный электрический заряд на полусфере

$$(33) \quad q = (5/24) D_0^2 I_0 (1 + \cos^2 \theta_0).$$

Заметим, что оценку полученного результата можно провести на основе простых качественных соображений. Действительно, являясь диамагнетиком, плазменное облако выталкивается магнитным полем в сторону его ослабления. Характерная скорость такого движения пропорциональна неоднородности магнитного поля, т. е. $v \sim v_0 (D_0/R_*)$. В результате такого движения образуется поляризованное электрическое поле с напряженностью $E_n \sim vB_0/c \simeq (v_0 B_0/c) (D_0/R_*)$, приводящее к плотности поверхностного заряда $\sigma = E_n/4\pi$. Что же касается угловой зависимости, то к результату $\sigma \sim \sin \theta \cos \varphi$ придем в том случае, если будем рассматривать движение облака как движение «жесткой» сферы.

Оценим величину поляризованного заряда на стадии разлета, когда поперечный размер облака приближается к максимальному размеру, т. е. $\alpha t'^3 \simeq 1$. При $\theta_0 = \pi/2$ по формуле (33) получим $q \simeq 1,76 (v_0 B_0/c) \times D_0^2 (D_0/R_*)$. Для эксперимента [1] при $\epsilon_0 \simeq 4,2 \cdot 10^{19}$ эрг, $B_0 \simeq 0,5$ Э, $R_* \simeq R_3$ (R_3 — радиус Земли), $M \simeq 10^6$ г получим $q \simeq 0,15$ Кл. Поскольку $q \sim \epsilon_0^{3/2} R_*^2$, то отсюда следует, что с увеличением энергии плазменного облака и его расстояния от диполя q будет возрастать и может достигнуть значений порядка сотен и тысяч кулонов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Райзер Ю. П. О торможении и превращении энергии плазмы, расширяющейся в пустом пространстве, в котором имеется магнитное поле // ПМТФ.— 1963.— № 6.
2. Пилипенко В. А. О форме границы свободноразлетающей плазмы в магнитном поле // ПМТФ.— 1967.— № 2.
3. Poukey J. W. Expansion of a plasma shell into a vacuum magnetic field // Phys. Fluids.— 1969.— V. 12, N 7.
4. Бахрах С. М., Губков Е. В. и др. Разлет плазменного облака в однородном магнитном поле // ПМТФ.— 1974.— № 4.
5. Головиниш В. М., Коршня Т. К., Любимов Б. Я., Фаворский А. П. Численное исследование разлета плазмы в магнитном поле.— М., 1978.— (Препр./Ин-т прикл. математики АН СССР; № 61).
6. Кудряшов Н. А. Распространение ионизирующей ударной волны в однородном магнитном поле // ПМТФ.— 1983.— № 3.
7. Bernhardt P. A., Roussel-Dupre R. A. et al. Observations and theory of the AMPTE magnetotail barium releases // J. Geoph. Res.— 1987.— V. 92, N A6.
8. Там И. Е. Основы теории электричества.— М.: Наука, 1976.

Поступила 28/1 1988 г.

УДК 533.916.07 + 517.956

РАСЧЕТ СЖАТИЯ ПЛАЗМЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ЛАЙНЕРОМ С МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

В. В. Нефедов, С. М. Пономарев

(Москва)

В последнее время интенсивно изучаются различные термоядерные лайнерные системы с использованием магнитного поля в качестве термоизоляции [1—4]. Главная идея термоядерных лайнерных систем состоит в том, что предварительно созданная внутри лайнера плазма сжимается кумулирующим лайнером, нагреваясь до термоядерной температуры. Разгон лайнера может осуществляться различными методами.

В настоящей работе для цилиндрической одномерной геометрии рассматривается процесс сжатия цилиндрическим кумулирующим проводящим несжимаемым лайнером плазменного цилиндра, расположенного соосно внутри лайнера и изолированного от лайнера в начальный момент времени аксиальным магнитным полем. Строится и численно исследуется упрощенная математическая модель процесса безударного сжатия однотемпературной идеально проводящей плазмы, представляющей смесь DT (в предположении, что начальная температура плазмы столь высока, что скорость звука в плазме намного превышает скорость лайнера), учитывающая основные физические факторы (выделение энергии термоядерного горения, потери на тормозное излучение, проникновение магнитного поля в лайнер с учетом джоулева нагрева, торможение лайнера), которые влияют на характер сжатия. Рассматриваемая в данной работе математическая модель процесса сжатия плазмы лайнером в предположении об идеальной проводимости лайнера совпадает с математической моделью [4].

Основная цель настоящей работы — сравнить результаты расчетов по этим моделям, т. е. изучить влияние фактора диффузии магнитного поля в лайнер на характеристики процесса сжатия.

Предположим, что лайнер — оболочка с заданной начальной скоростью внутренней границы v_0 , и примем, что электропроводность лайнера изменяется по закону $\sigma = \sigma_0 / (1 + \beta Q)$ (σ_0 — электропроводность лайнера при 0 °С, β — тепловой коэффициент, Q — прирост теплосодержания по отношению к состоянию при 0 °С).

Пренебрегая током смещения по сравнению с током проводимости и теплопроводностью, запишем уравнение, начальное и граничные условия, описывающие процесс проникновения магнитного поля в лайнер в лагранжевой системе координат (r, t) в виде (в системе единиц МКСА)

$$(1) \quad \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\sigma_0 \mu_0 r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{x^2}{r} \exp \left(\frac{\beta}{\sigma_0} \int_0^t \left(\frac{x}{r} \frac{\partial H}{\partial r} \right)^2 d\tau \right) \frac{\partial H}{\partial r} \right] \quad (R_{20} < r < R_{30}, 0 < t),$$

$$H(r, 0) = H_0 + \frac{R_{20} - r}{R_{20} - R_{30}} (H_1 - H_0),$$