

УДК 536.3

Моделирование радиационного нагрева снежно-ледяного покрова^{*}

А.М. Тимофеев

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Амосова, Якутск

E-mail: am.timofeev@s-vfu.ru

Проведен численный анализ теплового состояния полупрозрачной среды, формирующегося под действием падающего внешнего излучения и конвективного теплообмена с внешней средой. Учитывается также теплообмен с полубесконечной непрозрачной подложкой, на которой располагается слой полупрозрачного материала. Расчеты выполнены при значениях определяющих параметров задачи, типичных для снежных и ледяных покровов в зимнее время. Для решения радиационной части задачи используется модифицированный метод средних потоков, с помощью которого учитываются зависимость оптических свойств от длины волны падающего излучения, рассеяние, отражательная способность границ слоя.

Ключевые слова: радиационно-кондуктивный теплообмен, полупрозрачная среда, рассеяние, отражение, селективность, численное моделирование, снег и лед.

Введение

Прогноз теплового состояния снежного и ледового покрова земной поверхности становится все более актуальным в связи с глобальным потеплением климата. Одним из основных факторов, формирующих температурное поле снежно-ледовой толщи (СЛТ), является солнечное излучение. Падающий радиационный поток претерпевает граничное отражение, объемное поглощение и рассеяние, переизлучение. При этом оптические свойства СЛТ характеризуются сильной зависимостью от длины волны излучения [1–3], в частности, сильным поглощением в инфракрасном спектре, в то время как коротковолновое (солнечное) излучение может проникать в неё на глубину десятков сантиметров.

В настоящей работе численно моделируется нагрев СЛТ в рамках радиационно-кондуктивного теплообмена в плоском слое поглощающей, излучающей и рассеивающей среды, на верхнюю границу которой падает внешнее излучение. Также на внешней границе задается условие конвективного теплообмена с окружающей средой, имеющей температуру T_a . Температура нижней поверхности T_l формируется под действием пропущенного слоем излучения и отвода тепла теплопроводностью в подложку.

Задачи нагрева полупрозрачного тела внешним падающим излучением исследуются давно и достаточно интенсивно. Отметим, например, работы [1, 4–8], при этом в публикациях [4, 5] представлены обзоры результатов по рассматриваемой проблематике. В настоящей работе, в отличие от предыдущих подобных постановок задачи, учитывается

^{*} Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-48-140011).

тепловое влияние подложки (температура нижней поверхности слоя определяется в процессе решения задачи). Кроме того, проводится детальный анализ действия внешнего источника излучения с неоднородным распределением энергии излучения по спектру в условиях зависимости поверхностных и объемных оптических свойств полупрозрачного материала от длины волны излучения.

Постановка задачи и метод решения

На рис. 1 показана физическая схема задачи и система координат. Постановка задачи включает в себя уравнение нестационарного теплопереноса в плоском слое

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} - q^r \right) \tag{1}$$

с начальным и граничными условиями соответственно:

$$t = 0: T = T_0 \tag{2}$$

и

$$y = 0: -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha(T_a - T) + q_{vS}^r, \tag{3}$$

$$y = l: T = T_l, \tag{4}$$

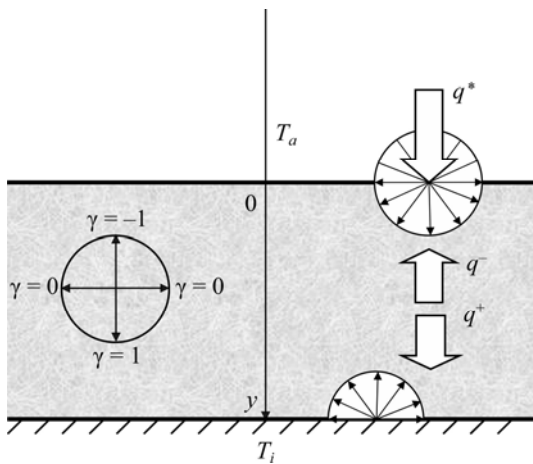
здесь T, y, t — температура, пространственная координата и время, c, ρ, λ, α — коэффициенты теплоемкости, плотности, теплопроводности, конвективного теплообмена, l — толщина слоя (характерный размер), индекс « vS » относится к области непрозрачности спектра среды. Температура подложки находится из известного решения для полуограниченного тела с заданным на границе тепловым потоком q_l [9]

$$T_l = T_0 + \frac{2q_l}{\lambda_l} \left(\frac{c_l \rho_l t}{\lambda_l \pi} \right)^{1/2}, \tag{5}$$

где

$$q_l = \left(q^r - \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_{y=l}, \tag{6}$$

индекс l относится к параметрам подложки. В рассматриваемой постановке задача является сопряженной, но поле температуры в полубесконечной подложке (кроме поверхностной температуры) не представляет практического интереса.



Результирующий радиационный

$$\text{поток } q^r(y) = 2\pi \int_0^\infty dv \int_{-1}^1 I_v(\tau_v, \gamma) \gamma d\gamma$$

в уравнениях (1) и (6) определяется из решения уравнения переноса в слое:

$$\begin{aligned} \gamma \frac{\partial I_v(\tau_v, \gamma)}{\partial \tau_v} + I_v(\tau_v, \gamma) &= (1 - \omega_v) n_v^2 I_{bv}(T) + \\ &+ \frac{\omega_v}{2} \int_{-1}^1 p_v(\gamma, \gamma') I_v(\tau_v, \gamma') d\gamma', \tag{7} \\ 0 < \tau_v < \tau_{0v}, \quad -1 \leq \gamma \leq 1, \end{aligned}$$

Рис. 1. Физическая схема задачи и система координат.

с граничными условиями

$$\tau_v = 0: \quad I_v^+(\gamma) = \rho_v(\gamma)I_v^-(\gamma) + \frac{n_v^2}{n_v^{*2}}(1 - \rho_v(\gamma^*))I_v^*(\gamma^*), \quad \gamma > 0, \quad (8)$$

$$\tau_v = \tau_{0v}: \quad I_v^-(\gamma) = \varepsilon_v n_v^2 I_{bv}(T_l) + 2r_v \int_0^1 I_v^+(\gamma) \gamma d\gamma, \quad \gamma < 0, \quad (9)$$

здесь I_v — спектральная интенсивность излучения, I_v^+ и I_v^- — интенсивности излучения в нижнюю ($\gamma > 0$) и верхнюю ($\gamma < 0$) полусферу:

$$\int_{-1}^1 I_v(\tau_v, \gamma) d\gamma = \int_0^1 I_v^+(\tau_v, \gamma) d\gamma + \int_{-1}^0 I_v^-(\tau_v, \gamma) d\gamma, \quad (10)$$

γ — косинус угла между направлением распространения излучения и осью координат y , звездочка относится к параметрам радиационного потока, падающего на границу слоя, $I_{bv}(T)$ — функция Планка излучения черного тела, $\tau_v = k_v y$ и $\tau_{0v} = k_v l$ — спектральные оптические глубина и толщина слоя, $k_v = \alpha_v + \beta_v$ — спектральный коэффициент ослабления, α_v и β_v — спектральные коэффициенты поглощения и рассеяния, $\omega_v = \beta_v / k_v$ — спектральное альbedo однократного рассеяния (число Шустера), n_v — спектральный показатель преломления, ρ_v — спектральная отражательная способность верхней границы, ε_v и r_v — спектральные полусферические диффузные излучательная и отражательная способности нижней границы, связанные между собой соотношением $\varepsilon_v = 1 - r_v$, p_v — спектральная индикатриса рассеяния, которая постулируется в виде [10]

$$p_v(\gamma_0) = \sum_{l=0}^L a_l P_l(\gamma_0), \quad a_0 = 1, \quad (11)$$

где γ_0 — косинус угла между падающим (γ') и рассеянным (γ) лучами, P_l — полином Лежандра порядка l , индекс ν (частота) обозначает спектральную величину.

Запишем систему (1)–(4) в безразмерном виде:

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} - \text{Sk} \frac{\partial \Phi}{\partial Y}, \quad 0 < Y < 1, \quad (12)$$

$$Fo = 0: \quad \theta = \theta_0, \quad (13)$$

$$Y = 0: \quad -\frac{\partial \theta}{\partial Y} = \text{Bi}(\theta_a - \theta) + \text{Sk} \cdot \Phi_{vS}, \quad (14)$$

$$Y = 1: \quad \theta = \theta_l, \quad (15)$$

где

$$\theta_l = \theta_0 + 2\kappa \left(\text{Sk} \cdot \Phi - \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \Big|_{Y=1} \cdot (Fo / \pi)^{1/2}, \quad (16)$$

здесь $Y = y/l$ и $\theta = T/T_R$ — безразмерные координата и температура, T_R — определяющая температура, частично связанная с внешним радиационным потоком, $\kappa = \sqrt{\lambda c \rho / \lambda_l c_l \rho_l}$ — параметр сопряженности, $Fo = \lambda t / c \rho l^2$, $\text{Sk} = 4\sigma T_R^3 l / \lambda$, $\text{Bi} = \alpha l / \lambda$ — числа Фурье, Старка и Био соответственно.

Для решения радиационной части задачи используется модифицированный метод средних потоков [4]. Эквивалентная уравнению (7) система уравнений метода средних потоков имеет вид

$$d/d\tau_v (\Phi_v^+ - \Phi_v^-) + (1 - \omega_v)(m_v^+ \Phi_v^+ - m_v^- \Phi_v^-) = (1 - \omega_v)\Phi_{0v}, \quad (17)$$

$$d/d\tau_v (m_v^+ \delta_v^+ \Phi_v^+ - m_v^- \delta_v^- \Phi_v^-) + (1 - \omega_v \bar{\zeta}_v)(\Phi_v^+ - \Phi_v^-) = 0. \quad (18)$$

Граничное условие (8) на поверхности раздела сред учитывает пропускание падающего потока Φ_* и его отражение в двух зонах — в области полного внутреннего отражения и внутри конуса преломления [11]:

$$\tau_v = 0: \quad \Phi_v^+ = (1 - \hat{\rho}_v)\Phi_v^* + (1 - \frac{n_v^{*2}}{n_v^2})\Phi_v^- + \hat{\rho}_v \frac{n_v^{*2}}{n_v^2}\Phi_v^-, \quad (19)$$

где значение полусферического коэффициента отражения $\hat{\rho}_v$ может быть рассчитано по формулам Френеля для идеальной поверхности.

На нижней границе (9) учитывается собственное излучение поверхности и диффузное отражение падающего потока излучения:

$$\tau_v = \tau_{0v}: \quad \Phi_v^- = \varepsilon_v \Phi_{0v} / 4 + r_v \Phi_v^+, \quad (20)$$

здесь

$$\Phi_v^\pm(\tau_v) = \pm \frac{0^{(-1)} \int_{0^{(-1)}}^{1^{(0)}} I_v(\tau_v, \gamma) \gamma d\gamma}{4\sigma T_R^4} \quad (21)$$

безразмерные плотности полусферических потоков,

$$m_v^\pm(\tau_v) = \frac{0^{(-1)} \int_{0^{(-1)}}^{1^{(0)}} I_v(\tau_v, \gamma) d\gamma}{\int_{0^{(-1)}}^{1^{(0)}} I_v(\tau_v, \gamma) \gamma d\gamma}, \quad \delta_v^\pm(\tau_v) = \frac{0^{(-1)} \int_{0^{(-1)}}^{1^{(0)}} I_v(\tau_v, \gamma) \gamma^2 d\gamma}{\int_{0^{(-1)}}^{1^{(0)}} I_v(\tau_v, \gamma) d\gamma} \quad (22)$$

коэффициенты переноса, которые находятся в процессе итерационного решения и являются его функционалами, $\bar{\zeta} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 p(\gamma) \gamma d\gamma$ — средний косинус угла рассеяния,

$\Phi_{0v} = \frac{n_v^2 I_{bv}}{4\sigma T_R^4}$ — безразмерная плотность потока равновесного излучения.

Из решения радиационной задачи определяются плотность интегрального потока излучения

$$\Phi = \int_0^\infty (\Phi_v^+ - \Phi_v^-) dv \quad (23)$$

и дивергенция потока падающего излучения

$$\frac{d\Phi}{dY} = \int_0^\infty \tau_{0v} (1 - \omega_v) (n_v^2 \Phi_{0v} - (m_v^+ \Phi_v^+ - m_v^- \Phi_v^-)) dv \quad (24)$$

из уравнений (12) и (16).

Краевая задача (12)–(15) решается конечно-разностным методом с использованием стандартной неявной схемы. Ввиду ее нелинейности используется метод итераций. Метод решения радиационной задачи (17)–(20) подробно описан в работе [4].

Анализ

Расчеты выполнены при следующих значениях определяющих параметров задачи: $T_R = -50$ °C, $T_0 = T_a = -20$ °C, $Sk = 0,1$, $Bi = 1$. Выбранные значения определяющих параметров типичны, например, для снежных и ледяных покровов в зимнее время. Спектральный состав падающего потока излучения моделируется трехполосной системой: в диапазоне длин волн от 0 до 0,75 мкм (ультрафиолет и видимая часть спектра) $q_v^* = 172$ Вт/м², в диапазоне от 0,75 до 3 мкм (ближний и средний инфракрасный диапазон) $q_v^* = 140$ Вт/м², в диапазоне от 3 мкм и более (дальний инфракрасный диапазон) $q_v^* = 140$ Вт/м² (см. таблицу). Границы первых двух диапазонов и значения потоков излучения соответствуют приблизительно прямому и рассеянному солнечному излучению, достигающему поверхности земли, третьего — излучению небесного свода.

Оптические свойства снежных и ледовых покровов в зависимости от структуры и загрязненности могут варьироваться в довольно широких пределах. Рисунок 2 демонстрирует поведение полей температуры и радиационных потоков для следующих значений оптических параметров: $n_v = 1,33$, $\hat{\rho}_v = 0,063$ (гипотетический лед). Коэффициент отражения на подложке r_v принимался равным 0,1, рассеяние изотропным ($\bar{\zeta}_v = 0$). Слой среды считался непрозрачным ($\tau_{0v} = \infty$) в дальнем инфракрасном и оптически толстым ($\tau_{0v} = 10$) в ближнем и среднем инфракрасных диапазонах спектра. Для коротковолнового диапазона оптическая толщина варьировалась от 0,1 до 10.

Видно, что формирование температурного поля в среде имеет сложный характер в зависимости от ослабления излучения в слое. В случае малых оптических толщин в коротковолновом диапазоне, когда падающее внешнее излучение глубоко проникает в толщу среды, быстрее и сильнее нагреваются области СЛТ возле подложки (рис. 2a). С увеличением оптической толщины, когда поглощение падающего излучения происходит во внутренних и верхних слоях, область перегрева соответственно смещается в сторону верхней границы (рис. 2b и 2c). Поле излучения в СЛТ, в отличие от температурного поля, практически не изменяется со временем (рис. 2, справа), так как оно формируется в основном проникающим внешним излучением в коротковолновом и ближнем инфракрасном диапазонах спектра. В то же время, собственное объемное излучение среды почти полностью отсутствует ввиду того, что его максимум при исследуемых температурах находится в дальнем инфракрасном диапазоне, т.е. в области непрозрачности спектра.

Рассеяние, наряду с поглощением, является основной причиной ослабления излучения в СЛТ. Замутненный или так называемый «белый» лед обладает значительно более высоким показателем альбедо (отношение отраженного потока излучения к падающему) по сравнению с прозрачным льдом. Причиной этому является объемное рассеяние [1]. Как видно из рис. 2, результирующий радиационный поток для сильно рассеивающей среды ($\omega_v = 0,9$, штриховые кривые) имеет меньшие значения на верхней границе по сравнению с поглощающей, слабо рассеивающей средой ($\omega_v = 0,1$, сплошные кривые).

Таблица
Спектральный состав падающего излучения

№ диапазона	Длина волны, мкм	Частота, с ⁻¹	Плотность падающего потока излучения q_v^* , Вт/м ²
1	0÷0,75	$4 \cdot 10^{14} \div \infty$	172
2	0,75÷3	$1 \cdot 10^{14} \div 4 \cdot 10^{14}$	140
3	3÷∞	$0 \div 4 \cdot 10^{14}$	140

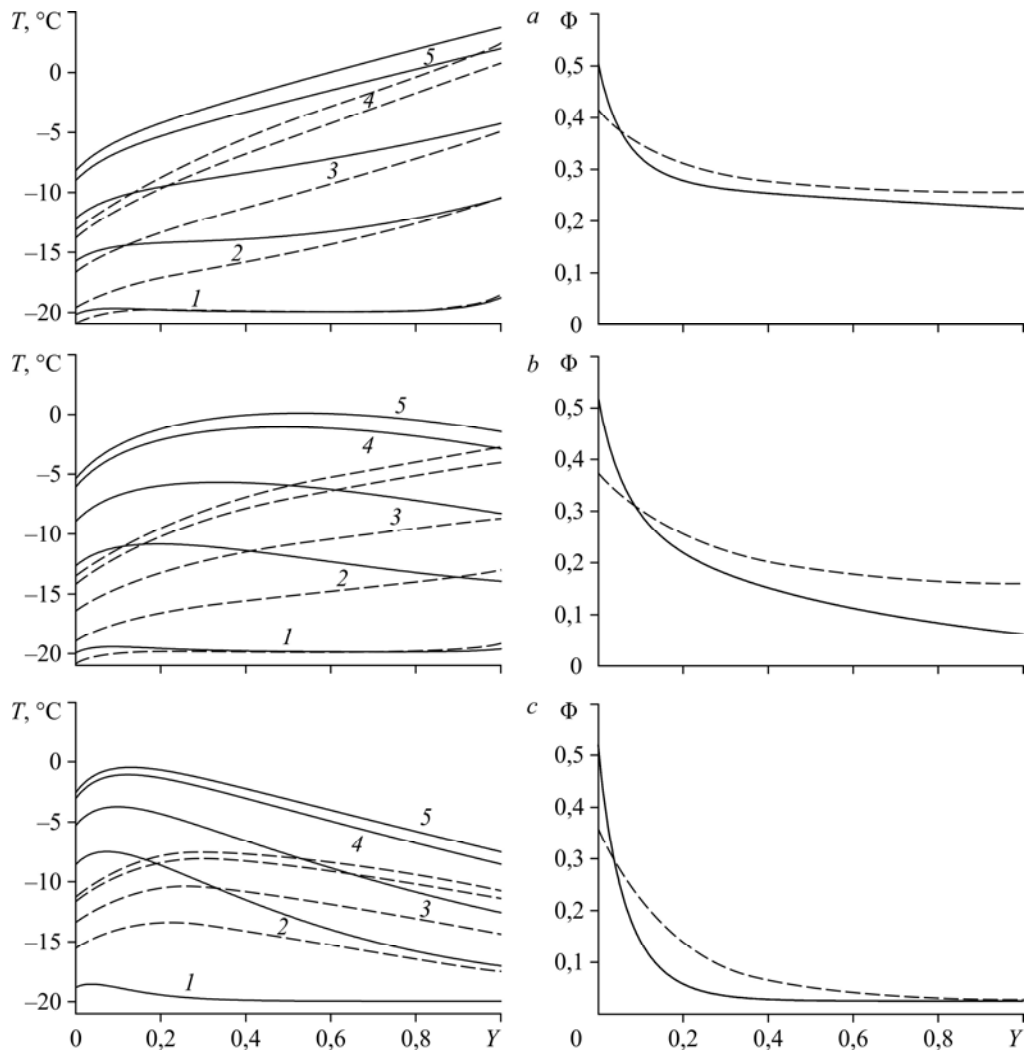
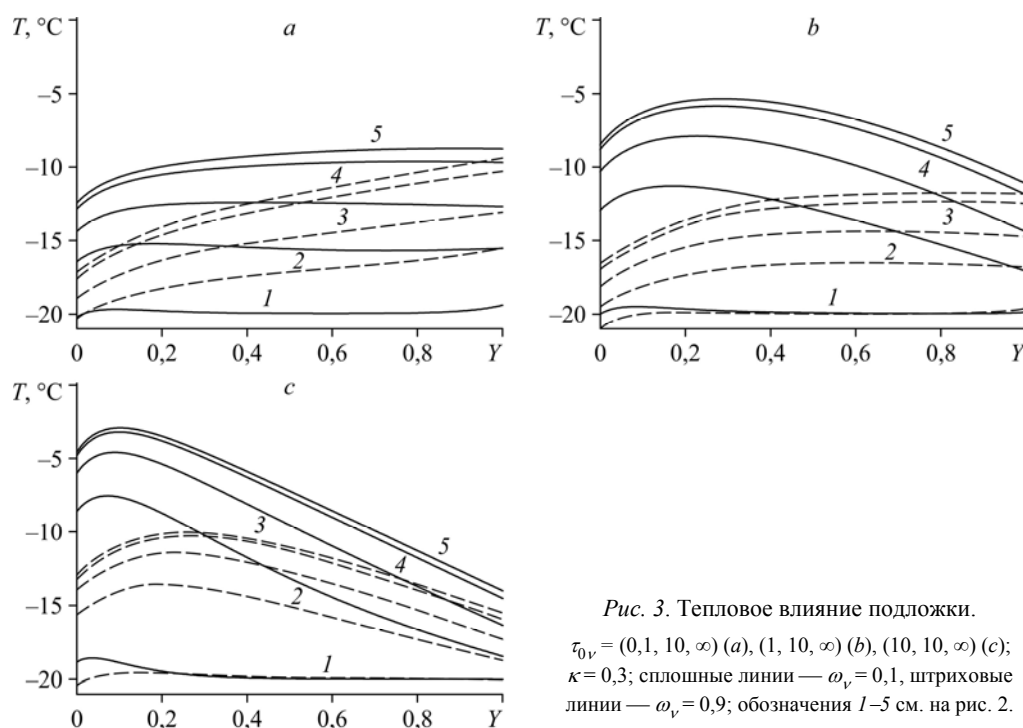


Рис. 2. Распределение температуры (слева) и радиационных потоков (справа) в слое в различные моменты времени в зависимости от оптической толщины.

$\tau_{0v} = (0, 1, 10, \infty)$ (a), (1, 10, ∞) (b), (10, 10, ∞) (c); $\kappa = 1$; сплошные линии — $\omega_v = 0,1$, штриховые линии — $\omega_v = 0,9$; $Fo = 0,01$ (1), 0,3 (2), 0,7 (3), 1,4 (4), 1,7 (5).

Так как количество энергии падающего на границу излучения при этом не изменяется, снижение величины результирующего радиационного потока вызвано увеличением его полусферической компоненты Φ_v^- , направленной в противоположную сторону. Другими словами, в этом случае происходит более сильное высвечивание из приграничных областей среды в сторону падающего излучения, обусловленное объемным рассеянием. Соответственно, наблюдается заметное снижение уровня температур в верхних слоях рассеивающей среды (рис. 2, штриховые кривые) по сравнению с поглощающей средой (рис. 2, сплошные кривые) при одинаковом показателе ослабления.

Следует отметить, что при продолжительном времени облучения или увеличении падающего потока излучения температура может достигать положительных значений, но в рассматриваемой модели не учитывалось влияние фазовых превращений и вызванных ими структурных изменений в СЛТ. Целью работы, как уже отмечалось выше, была оценка влияния оптических факторов на формирование температурного поля в полупрозрачной среде под воздействием падающего внешнего излучения. Как видно из рис. 2,



максимальные температуры наблюдаются не на верхней границе, а в глубине слоя, то есть в расчетах теплового состояния СЛТ нужно учитывать не поверхностный, а объемный фазовый переход. Таким образом, в предложенной модели подтверждаются такие природные явления, как подповерхностное таяние и нагрев снежных масс, образование ледяных линз. Здесь можно привести в качестве примера наблюдения известного мерзлотоведа П.Я. Шевцова, когда в Центральной Якутии ранней весной при интенсивной солнечной радиации имело место образование внутриобъемных ледяных прослоек в толще снега; при этом таяние на поверхности не регистрировалось, а температура воздуха даже днем составляла около $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ [1].

Рисунок 3 демонстрирует влияние подложки на температурное поле в слое. Если материал подложки является более плотным и теплопроводным (параметр сопряженности κ уменьшается), увеличивается сток тепла теплопроводностью из СЛТ в основание, и уровни температуры снижаются. При этом наиболее заметное снижение температуры происходит в случае малых оптических толщин (рис. 3a), когда энергия падающего излучения, без ослабления проникающего в глубь среды, в основном расходуется на нагрев нижних слоев, где тепло отводится в сторону подложки. Для среды с большой оптической толщиной тепловое влияние подложки ослабевает, так как энергия падающего излучения идет в основном на нагрев самой среды (рис. 3c).

Для регулирования теплового режима снежно-ледяных покровов на их поверхность могут наноситься искусственные покрытия, например, зачернение углем, песком или непрозрачная пленка. В этом случае действие падающего излучения проявляется только на поверхности СЛТ. На рис. 4 приведены результаты расчетов для непрозрачного слоя при различных значениях параметра сопряженности для степени черноты, соответствующей выбранному значению $\hat{\rho}_v = 0,063$. Температурные кривые ожидаемо имеют максимальные значения на верхней границе и монотонно снижаются к нижней. При этом в нижних слоях среды температурное поле становится схожим с полем для оптически толстой полупрозрачной среды (рис. 2c и 3c).

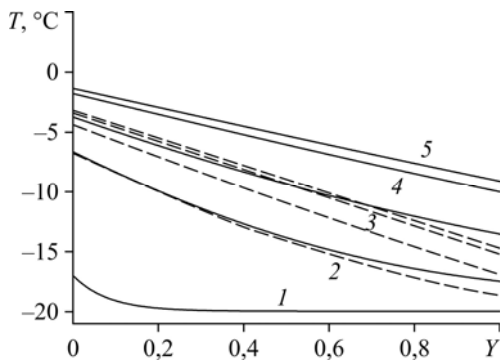


Рис. 4. Распределение температуры в различные моменты времени для непрозрачной среды.

Сплошные линии — $\kappa = 1$, штриховые линии — $\kappa = 0,3$; обозначения 1–5 см. на рис. 2.

Заключение

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы. Формирование температурного поля в полупрозрачной среде имеет сложный характер и зависит от интенсивности объемного

ослабления падающего излучения в разных участках спектра, от условий радиационного теплообмена на поверхности, от теплового влияния подложки. С практической точки зрения, в частности, для прогноза теплового режима снежно-ледовых покровов важным моментом является точная и надежная количественная оценка влияния оптических факторов на температурное поле в полупрозрачной среде. В настоящем исследовании были продемонстрированы возможности модифицированного метода средних потоков применительно к задачам расчета поля излучения в полупрозрачной среде с селективным объемным ослаблением падающего излучения. Предложенный метод заслуживает внимания тем, что позволяет учитывать такие важные физические процессы, как рассеяние, отражение и преломление на границе раздела сред, и при этом минимизировать объем вычислительных работ.

В предложенной модели радиационно-кондуктивного теплообмена получили подтверждение такие явления, присущие СЛТ, как высокое альbedo, подповерхностный нагрев. Селективность задачи учитывалась в настоящей работе с помощью трехполосной модели. Для более точной модели требуются подробные сведения относительно спектральных оптических свойств снежного покрова, получение которых на данный момент является довольно затруднительным ввиду большой погрешности их определения в процессе нагрева. В то же время, можно сказать, что качественная картина теплообмена при такой интерпретации выдержана правильно, но количественная оценка нуждается в дальнейшем уточнении.

Список литературы

1. Краусс М.С., Мерзликин В.Г. Радиационная теплофизика снега и льда. Ленинград: Гидрометеиздат, 1990. 261 с.
2. Warren S.G. Optical properties of snow // Rev. Geophys. Space Phys. 1982. Vol. 20. P. 67–89.
3. Malinka A., Zege E., Heugster G., Istomina L. Reflective properties of white sea ice and snow // Cryosphere. 2016. Vol. 10. P. 2541–2557.
4. Рубцов Н.А., Тимофеев А.М., Саввинова Н.А. Комбинированный теплообмен в полупрозрачных средах. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2003. 198 с.
5. Петров В.А., Марченко Н.В. Перенос энергии в частично прозрачных твердых материалах. М.: Наука, 1985. 190 с.
6. Seki N., Sugawara M., Fukusako S. Back-melting of a horizontal cloudy ice layer with radiative heating // J. Heat Transfer. 1979. Vol. 101. P. 90–97.
7. Song B., Viskanta R. Deicing of solids using radiant heating // J. Thermophysics and Heat Transfer. 1990. Vol. 4, No. 3. P. 311–317.
8. Timofeev A.M., Zhirkov O.N. Simulation of radiative-conductive heating of semitransparent layer on semi-infinite substrate // AIP Conference Proceedings. 2017. Vol. 1907. P. 030043-1–030043-8.
9. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.
10. Ивенс, Чу, Черчилль. Влияние анизотропии рассеяния на перенос излучения // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Теплопередача. 1965. Т. 87, № 3. С. 69–76.
11. Рубцов Н.А., Тимофеев А.М. О представлении граничных условий в задачах радиационного теплообмена в многослойных системах // Теплофизика и аэромеханика. 1998. Т. 5, № 4. С. 479–485.

Статья поступила в редакцию 23 января 2018 г.,
после переработки — 5 февраля 2018 г.