

3. Новожилов В. В. О связи между математическими ожиданиями тензоров напряжения деформаций в статистически изотропных упругих телах.— ПММ, 1970, т. 34, вып. 1, с. 67—74.
4. Иваицкий Г. Р., Литинская Л. Л., Шихматова В. Л. Автоматический анализ микрообъектов. М.—Л., «Энергия», 1967, с. 224.
5. Машинный анализ микроскопических объектов. Под ред. Г. М. Франка. М., «Наука», 1968, с. 123.
6. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1, 2. М., «Наука», 1965, 1967.
7. Вайнштейн А. А., Ишкова Л. В., Корниенко Э. О., Стрижак В. А. Корреляционная функция мартенситного превращения.— ФММ, 1976, т. 4, вып. 2, с. 422—424.

УДК 539.4.019

ДИНАМИКА КОРОТКОГО СТАЛЬНОГО СТЕРЖНЯ С НЕОДНОРОДНЫМИ СВОЙСТВАМИ ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ТЕКУЧЕСТИ ПО ЕГО ДЛИНЕ

Г. И. Попов

(Москва)

Уравнение механического состояния принимается в стадии упругого деформирования по закону Гука, в стадии упруговязкопластического деформирования — в дифференциальной форме [1—3]:

$$(1) \quad \sigma = E\varepsilon \text{ при } t \leq t_{т.д.};$$

$$(2) \quad E\dot{\varepsilon} = \dot{\sigma} + \frac{\sigma_c}{\tau} \left[\exp\left(\frac{\sigma - f(\varepsilon)}{\sigma_c}\right) - 1 \right] \text{ при } t \geq t_{т.д.},$$

где $t_{т.д.}$ — время появления пластической деформации в самом «слабом» сечении стержня; σ_c , τ — константы; $f(\varepsilon)$ — расчетная статическая диаграмма $\sigma - \varepsilon$:

$$f(\varepsilon) = E\varepsilon \text{ при } \varepsilon \leq \varepsilon_{н.т.},$$

$$f(\varepsilon) = \sigma_T = E\varepsilon_{н.т.} \text{ при } \varepsilon_{н.т.} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{к.т.},$$

$$f(\varepsilon) = \sigma_T + E_{упрч}(\varepsilon - \varepsilon_{к.т.}) \text{ при } \varepsilon_{к.т.} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{равн.};$$

E , $E_{упрч}$ — модули упругости и упрочнения; $\varepsilon_{н.т.}$, $\varepsilon_{к.т.}$, $\varepsilon_{равн.}$ — деформации, отвечающие соответственно началу пластических деформаций, концу площадки текучести и предельным равномерным удлинениям.

При относительно небольшом диапазоне изменения скоростей деформаций для определения времени запаздывания пластической деформации может быть использован критерий Смита [4]

$$(3) \quad \int_0^{t_{зап}} \exp\left[\frac{\sigma(t_1) - \sigma_T}{\sigma_T m}\right] dt_1 = \tau_0,$$

где m , τ_0 — константы; t_1 — время, отсчитываемое от момента достижения напряжениями статического предела текучести σ_T ; $t_{зап}$ — время

запаздывания пластической деформации, отсчитываемое от того же момента.

Измерение малых пластических деформаций мягкой стали при динамическом нагружении обнаруживает чрезвычайно неравномерное их распределение по длине стержней [5, 6]. В [7] отмечено, что регистрация падающего (с зуба текучести) «участка диаграммы фактически невозможна в пластической области при существующих методах испытаний, скорость деформации оказывается переменной и отличной от скорости деформации в упругой области, поэтому начальный участок кривой пластического деформирования надежным считаться не может» и «отнесение пластического сопротивления к средней скорости деформации на выбранной базе измерения может носить лишь условный характер».

Механизм появления неодинаковых пластических деформаций может быть истолкован с помощью уравнения (2), если ввести в него вместо констант функциональные зависимости. Однако интегрирование этого уравнения, например, при переменных (зависящих от абсциссы сечения и времени) значениях констант τ и σ_c достаточно сложно и не охватывает переходного процесса, когда часть сечений работает упруго, а другая — упругопластически. Анализ развития деформаций опытных образцов показывает, что пластичность охватывает не весь объем образца сразу, но возникает сначала в более «слабых» сечениях и распространяется затем с конечной скоростью на более «сильные» сечения. Неодновременное появление пластических деформаций влечет за собой и неравномерное их распределение по длине стержня на первых этапах пластического деформирования. Неравномерность пластических деформаций можно в первом приближении полностью обусловить неодновременным появлением пластических деформаций, т. е. принять функциями абсциссы сечения x постоянные m и τ_0 в универсальном критерии текучести (3).

Обработка опытных данных показала, что можно ограничиться изменением только одного коэффициента m . Универсальный критерий текучести запишется теперь следующим образом:

$$(4) \quad \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\bar{k} t_{\text{зан}}(x)} \exp \left[\frac{\sigma(t_1) - \sigma_T}{m(\xi) \sigma_T} \right] dt_1 = 1,$$

где $m(\xi)$ — функция абсциссы сечения.

При использовании критерия (4) интегрирование уравнения (2) необходимо производить для каждого сечения при своих начальных условиях.

Зависимость $m(\xi)$ подобрана на основании опытных данных с учетом различных режимов нагружения для самого «слабого» (m_{\min}) и самого «сильного» (m_{\max}) сечений. Была принята трактовка значения коэффициента m как случайной величины, подчиняющейся распределению Гаусса, причем площадь асимптотических частей кривой нормального распределения за пределами отрезка (m_{\min}, m_{\max}) составила определенную часть от площади всей кривой. Самое «слабое» сечение (m_{\min}) условно отнесено к левому торцу стержня с абсциссой $(-l/2)$, самое «сильное» (m_{\max}) — к правому с абсциссой $(+l/2)$.

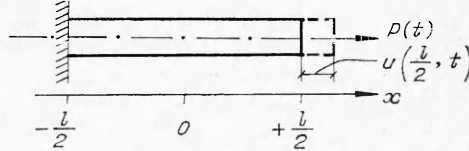
Выражение для $m(\xi)$, полученное после интегрирования кривой распределения Гаусса, громоздко и неудобно для дальнейших расчетов. Достаточно точной и простой является следующая аппроксимация:

$$(5) \quad m(\xi) = m(0) [1 + k_1 \xi - k_3 \xi^3],$$

где $m(0) = m_{cp} = (m_{min} + m_{max})/2$ — значение m для центрального сечения стержня; $\xi = x/l$; k_1 и k_3 — коэффициенты, определяемые из граничных условий:

$$m(-0,5) = m_{min}, \quad m(+0,5) = m_{max}.$$

С помощью (1), (2), (4) и (5) можно решить различные задачи (в квазистатической постановке) растяжения стального стержня, свойства запаздывающей текучести по длине которого непостоянны. Ввиду малой длины стержня l и сравнительно невысокой скорости изменения напряжений волновыми процессами в стержне пренебрегаем. Считаем левый конец стержня неподвижным, а правый — свободным (фиг. 1). Из сказанного следует, что напряжения по длине стержня постоянны



Фиг. 1

$$(6) \quad \sigma(x, t) = \sigma(t),$$

а выражение для перемещений имеет вид

$$u(x, t) = \int_{-l/2}^x \varepsilon(x, t) dx.$$

Время появления текучести в сечении x , отсчитываемое от начала нагружения, равно

$$t_{т.д}(x) = t_r + t_{зап}(x).$$

Уравнение (2) с учетом (6) запишется в виде

$$E \frac{\partial \varepsilon(x, t)}{\partial t} = \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma_c}{\tau} \left[\exp\left(\frac{\sigma - f(\varepsilon)}{\sigma_c}\right) - 1 \right].$$

Рассмотрим четыре следующие задачи:

1) определить деформации $\varepsilon(x, t)$ и перемещения $u(x, t)$ сечений стержня при внезапном приложении не изменяющейся во времени силы $P(t) = F\sigma(t)$, где F — площадь поперечного сечения стержня, а напряжение $\sigma(t) = \sigma = \text{const}$ превосходит статический предел текучести σ_r ;

2) определить $\varepsilon(x, t)$ и $u(x, t)$ при действии силы $P(t)$, возрастающей по линейному закону

$$P(t) = E\alpha Ft, \quad \text{где } \alpha = \text{const};$$

3) определить $\sigma(t)$, $\varepsilon(x, t)$, $u(x, t)$ при перемещении свободного конца стержня с постоянной скоростью $u(l/2, t) = \alpha lt$;

4) определить $\sigma(t)$, $\varepsilon(x, t)$, $u(x, t)$ при перемещении свободного конца стержня: в упругой стадии с постоянной скоростью, в упругопластической — с ускорением:

$$u(l/2, t) = \alpha lt \quad \text{при } t \leq t_{т.д}(-l/2),$$

$$u(l/2, t) = \alpha lt + \beta l [t - t_{т.д}(-l/2)]^2 \quad \text{при } t \geq t_{т.д}(-l/2), \quad \text{где } \beta = \text{const}.$$

При решении задач 1 и 2, зная закон изменения напряжений во времени $\sigma(t)$, из (4), (5) можно получить уравнение для определения абсциссы \tilde{x} границы зон упругого и упруговязкопластического деформирования материала. В задачах 3 и 4 этот закон неизвестен, поэтому движение границы зон \tilde{x} можно найти, лишь решив систему уравнений.

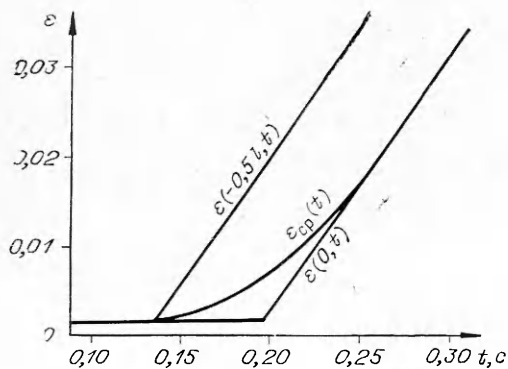
Решение задач на ЭЦВМ М-220 (алгол-программа составлена В. В. Самариным) проведено при следующих значениях констант:

$$\begin{aligned} \sigma_T &= 2607 \text{ кгс/см}^2, & E &= 2,1 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2, & \tau_0 &= 1 \text{ с}, & m(0) &= 0,092, \\ k_1 &= 0,160, & k_2 &= 0,106, & \sigma_c &= 275 \text{ кгс/см}^2, & \tau &= 0,00262 \text{ с}, \\ \varepsilon_{к.т} &= 0,04, & \varepsilon_{равн} &= 0,15, & E_{упрч} &= 16\,600 \text{ кгс/см}^2. \end{aligned}$$

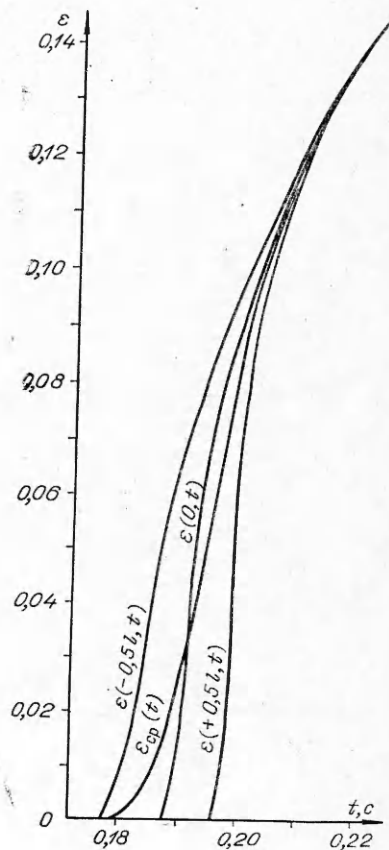
На фиг. 2 (задача 1, $\sigma = 1,2\sigma_T = \text{const}$) показано, что учет свойств только «слабого» сечения (линия $\varepsilon(-l/2, t)$), определяющих начало текучести, или свойств только «сильного» сечения (линия $\varepsilon(+l/2, t)$), определяющих момент охвата текучестью всего стержня, или только центрального сечения (линия $\varepsilon(0, t)$) не дает правильного представления о средней деформации $\varepsilon_{\text{ср}}(t)$; видно, что линии $\varepsilon_{\text{ср}}(t)$ и $\varepsilon(0, t)$ практически сливаются только при $\varepsilon \geq 0,016$.

Линии $\varepsilon_{\text{ср}}(t)$ и $\varepsilon(0, t)$ для режима $\sigma = \text{const}$ (задача 2, $\alpha = 0,01$) пересекаются только при $\varepsilon \cong 0,03$ (фиг. 3). На фиг. 4 показана начальная часть теоретической диаграммы $\sigma - \varepsilon$ для стали Ст. 3; вид кривой хорошо соответствует опытным данным работы [8].

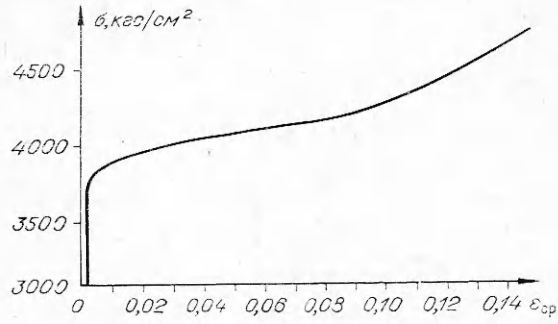
Кривые $\sigma(t)$ и $\sigma(\varepsilon)$ (фиг. 5, 6) построены для режима $\dot{\varepsilon} = \text{const}$ в пределах упругости и ускоренного деформирования в упругопластической области (задача 4). Штриховой линией показаны кривые $\sigma(t)$ и $\sigma(\varepsilon)$, построенные в предположении, что текучесть охватывает весь образец сразу (по Келли) и происходит спад напряжений от верхнего предела текучести к нижнему по функциональной зависимости (линия AB'), обладающей «памятью». Эти кри-



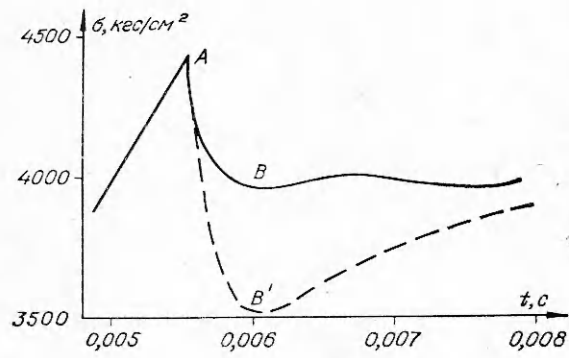
Фиг. 2



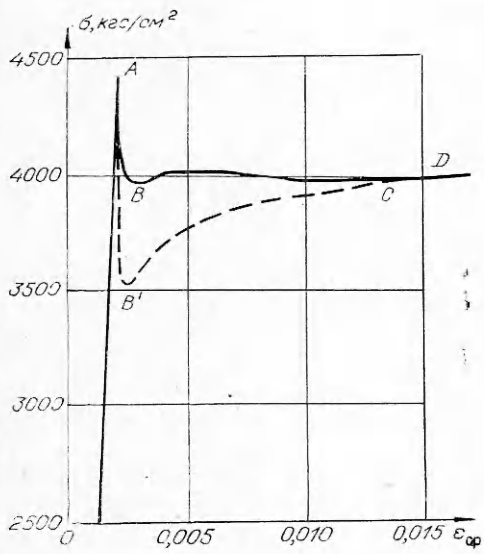
Фиг. 3



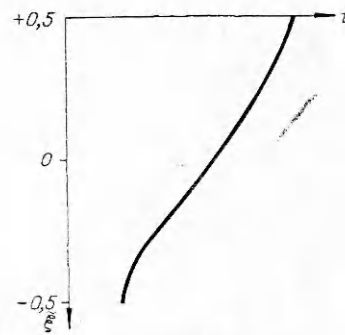
Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

вые сильно отличаются от опытных. Недостаток теоретического решения, предложенного в [3], приводящий к огромной разнице между верхним и нижним пределами текучести (фиг. 6), устраняется при учете неодновременной текучести материала по длине образца. Анализ приведенного примера показывает, что в приближенных расчетах среднее значение «модуля релаксации» для мягкой стали (марки Ст. 3) можно принимать равным $E_{\text{рел}} = -10^6$ кгс/см².

На фиг. 7 можно проследить во времени движение абсциссы $\bar{\xi} = \bar{x}/l$ границы зон упругого и упруговязкопластического деформирования материала. Текучесть охватывает весь образец только через $\approx 0,008$ с после начала нагружения.

Использование уравнения механического состояния в дифференциальной форме одновременно с учетом неоднородности свойств запаздывающей текучести дает существенные уточнения расчета при деформациях материала, не превышающих $\epsilon = 0,003-0,005$.

Поступила 9 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколовский В. В. Распространение упруговязкопластических волн в стержнях.— ПММ, 1948, т. XII, вып. 3.
2. Malvern L. E. The propagation of longitudinal waves of plastic deformation in a bar of material exhibiting a strain — rate effect.—*J. Appl. Mech.*, 1951, N 18.
3. Kelly J. M. Strain rate sensitivity and yield point behavior in mild steel.—*International Journal of Solids and Structures*, 1967, N 3. Рус. пер.— Сб. Механика, 1968, № 2.
4. Smith R. C., Pardue T. E., Vigness J. The mechanical properties of certain steels as indicated by axial dynamic load tests.—*Proc. SESA*, 1956, N 23. Рус. пер.—*Машиностроение*, 1957, № 6.
5. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. М.— Л., ИЛ, 1954.
6. Ломакин Е. В., Мельников А. Ф. Поведение малоуглеродистых сталей при растяжении.—*Изв. АН СССР. МТТ*, 1971, № 4.
7. Работнов Ю. И. Модель упругопластической среды с запаздыванием текучести.— ПМТФ, 1968, № 3.
8. Davis E. A. Influence of rate of strain and temperature on yield stress of mild steel.—*J. Appl. Mech.*, 1944, Dec.

УДК 539.375

ВРЕМЕННЫЕ КРИТЕРИИ РАЗРУШЕНИЯ ВЗРЫВОМ

Ю. И. Фадеевко

(Новосибирск)

Для полного разрушения твердого тела по рассматриваемому сечению должны быть выполнены: 1) временной критерий подготовки тела к разрушению (накопление повреждений, образование зародышевых трещин); 2) интегральный временной критерий полного смыкания трещин, основывающийся на уравнении нестационарного роста трещины.

При решении конкретных задач может оказаться удобным рассматривать по отдельности начальную (существенно нестационарную) стадию