

Ю. А. Садков, Л. Б. Солодухина

К РАСЧЕТУ ДАВЛЕНИЯ В ТВЕРДОФАЗНЫХ АППАРАТАХ С ПРОФИЛИРОВАННЫМИ НАКОВАЛЬНЯМИ

Для нахождения давления и его распределения в твердофазных аппаратах высокого давления необходимо решить осесимметричную задачу пластического равновесия слоя из упрочняющегося материала, сжатого между профилированными наковальнями. Точное решение задачи о пластическом равновесии слоя между наковальнями имеется для простейшего ее случая: для плоского сжатия слоя между плоскими плитами, параллельными [1] и наклонными [2, 3]. В остальных случаях решение задачи возможно только численными методами. Из-за большой условности принимаемых в расчетах исходных допущений (например, о характере упрочняющегося материала и др.), невозможности учета всех факторов, определяющих процесс создания давления, результаты расчетов в настоящее время носят приближенный, оценочный характер. Поэтому использование численных методов расчета с таким конечным результатом трудно признать целесообразным.

В инженерной практике даже для простейшего случая задачи сжатия слоя между параллельными плитами, несмотря на довольно простой вид точного решения ее Прандтлем, распространение получило приближенное решение, проведенное Ильюшиным [4]. Оба эти решения существовали независимо друг от друга. В [5] аналитически установлена связь между данными решениями, показано, что приближенное решение Ильюшина является точным для срединной плоскости сжатого пластического слоя. Действительно, для плоского напряженного состояния система уравнений равновесия из двух нелинейных уравнений в форме Леви

$$(1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial x} + K \sin 2\alpha \frac{\partial 2\alpha}{\partial x} + K \cos 2\alpha \frac{\partial 2\alpha}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma}{\partial y} - K \sin 2\alpha \frac{\partial 2\alpha}{\partial y} + K \cos 2\alpha \frac{\partial 2\alpha}{\partial x} &= 0 \end{aligned}$$

для точек срединной плоскости значительно упрощается и практически сводится к одному простому обыкновенному дифференциальному уравнению

$$(2) \quad \frac{d\sigma}{dx} = \pm K \frac{d2\alpha}{dy},$$

где компоненты напряжения представлены зависимостями Мора через гидростатическое давление $\sigma = (\sigma_x + \sigma_y)/2$; α — угол, образованный направлением наибольшего главного нормального напряжения и положительным направлением оси x ; σ_x , σ_y — нормальные компоненты напряжения в прямоугольной системе координат xy , ось x которой расположена в срединной по толщине плоскости пластического слоя, а положительное ее направление совпадает с направлением течения материала слоя; K — пластическая постоянная материала слоя.

Используя линейный характер изменения по толщине сдвиговой составляющей τ_{xy} напряжения, установленный в точном решении Прандтля [1] задачи с параллельными плитами, и соотношение Мора для τ_{xy} , зависимость $2\alpha(y)$ представим как

$$2\alpha(y) = -\arcsin \frac{2y}{H} m$$

(H — толщина сжимаемого слоя, $m = \tau_R/K$ — отношение напряжения контактного трения к пределу текучести на сдвиг сжимаемого материала).

Тогда уравнение (2) принимает вид

$$\frac{d\sigma}{dx} = \pm K \frac{2}{H} m,$$

эквивалентный при $m = 1$ уравнению равновесия в приближенном решении Ильюшина этой задачи.

Именно простота получения точного решения в срединной плоскости и обусловила всю дальнейшую работу по расчету давления в твердофазном аппарате. За исходное принималось уравнение (2) равновесия для срединной плоскости пластического слоя, справедливое для слоя произвольной формы поперечного сечения, симметричной относительно срединной плоскости. Зная закономерность изменения 2α , можно получить сравнительно простое уравнение равновесия в срединной плоскости с одним неизвестным σ . Вид функции $2\alpha(y)$ в данной работе определяется на основе анализа известных точных решений задачи равновесия слоя между наковальнями. Если принять контактные поверхности наковален за огибающие к линиям скольжения в пластическом слое, то из сравнения положений касательных к линиям скольжения в срединной плоскости и на контактных поверхностях при фиксированной продольной координате легко определить интервал Δ изменения удвоенного угла 2α наклона главного напряжения по толщине слоя от срединной плоскости до контактной поверхности, который представится суммой

$$(3) \quad \Delta = -(\arcsin m \pm \rho - 2\beta),$$

где ρ — угол внутреннего трения материала пластического слоя; β — угол наклона касательной к профилю контактной поверхности с положительным направлением оси x .

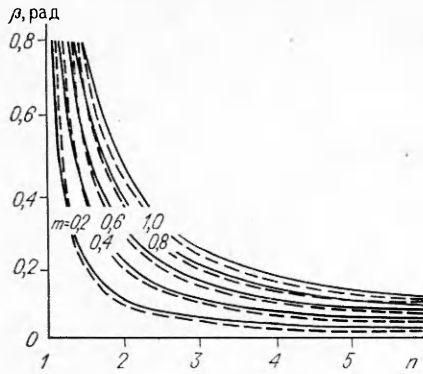
Как видно из уравнения (3), интервал Δ включает в себя информацию о контактном трении, внутреннем трении материала пластического слоя и форме наковален (угол β наклона поверхности наковален), т. е. содержит информацию об основных факторах, определяющих давление и его распределение в твердофазном аппарате. Удвоенные углы в срединной плоскости и на контактной поверхности ($2\alpha_c$ и $2\alpha_k$) связаны очевидным соотношением $2\alpha_k = 2\alpha_c + \Delta$.

В срединной плоскости $2\alpha_c$ может принимать значения 0 и π в зависимости от характера течения материала пластического слоя между наковальнями. При течении материала между сближающимися наковальнями $2\alpha_c = \pi$ (активное течение), а при раздвижении наковален пластическим материалом при нагнетании его в щель между наковальнями $2\alpha_c = 0$ (пассивное течение). Значение удвоенного угла $2\alpha(y)$ для точек пластического слоя, не расположенных на срединной плоскости и контактной поверхности, представим (при фиксированной продольной координате) в виде суммы $2\alpha(y) = 2\alpha_c(y) + f(y)$, где $f(y)$ — переменная составляющая зависимости $2\alpha(y)$, принимающая значения 0 и Δ соответственно в срединной плоскости и на контактной поверхности. Тогда производная $\partial 2\alpha / \partial y$ полностью определяется составляющей $f(y)$ ($\partial 2\alpha / \partial y = \partial f(y) / \partial y$). Переменную составляющую $f(y)$ можно записать аналогично представлению интервала Δ суммой в уравнении (3):

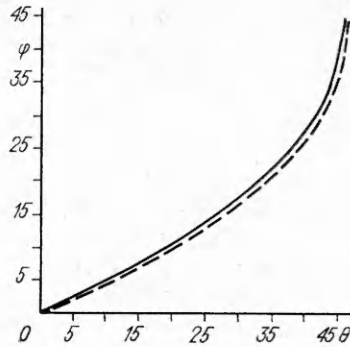
$$(4) \quad f(y) = f_m(y) + f_\rho(y) + f_\beta(y)$$

($f_m(y)$, $f_\rho(y)$, $f_\beta(y)$) — компоненты $f(y)$, определяемые контактными и внутренним трением материала пластического слоя и формой наковален). Отдельные компоненты можно найти из известных точных решений частных случаев задачи о равновесии пластического слоя между наковальнями. В точном решении [1] задачи равновесия идеально пластического слоя между параллельными плитами угол 2α определяется только контактными трением, т. е. $f_\beta(y) = 0$, $f_\rho(y) = 0$ и $f(y) = f_m(y)$, из решения этой задачи

$$(5) \quad f_m(y) = -\arcsin \frac{2y}{h} m.$$



Р и с. 1



Р и с. 2

Для проверки сделанного предположения о виде функциональной составляющей $f_m(y)$ проведен анализ решения задачи пластического радиального течения слоя в сходящемся канале.

В [2, 3] за счет решения задачи в полярной системе координат (r, θ) , начало которой совпадает с вершиной угла между плитами, а направление $\theta = 0$ — с биссектрисой угла 2β между плитами, было осуществлено выделение функции $\varphi(\theta)$, которая характеризует изменение составляющей угла главного напряжения с осью r , обусловленного контактным трением.

Сравним эту зависимость с предположением (5). Используя обычные представления компонент σ_r , σ_θ и $\tau_{r\theta}$ напряжения через угол φ ($\sigma_r = \sigma + K \cos 2\varphi$, $\sigma_\theta = \sigma - K \cos 2\varphi$, $\tau_{r\theta} = K \sin 2\varphi$, $\sigma = (\sigma_r + \sigma_\theta)/2$) и принимая условие пластичности $(\sigma_r - \sigma_\theta)^2/2 + \tau_{r\theta}^2 = K^2$, систему уравнений равновесия запишем в виде

$$(6) \quad \frac{r}{2K} \frac{\partial \sigma}{\partial r} + \cos 2\varphi \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + 1 \right) = 0, \quad \frac{1}{2K} \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} + \sin 2\varphi \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + 1 \right) = 0,$$

а ее решение — как

$$(7) \quad \sigma = 2K \left[n \ln \frac{a}{r} - \omega(\theta) \right] + K.$$

Подставляя σ в уравнение (6), получим выведенные Надаи уравнения равновесия

$$(8) \quad \frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{n}{\cos 2\varphi} + 1, \quad \frac{d\omega}{d\theta} = n \operatorname{tg} 2\varphi,$$

позволяющие определить n и ω .

Решение первого уравнения (8) в [2, 3] дано в форме

$$(9) \quad \theta = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{n+1}{n-1}} \operatorname{tg} \varphi \right) - \varphi.$$

Параметр n связан с углом 2β между плитами и контактным трением на них зависимостью

$$(10) \quad \beta = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{n+1}{n-1}} \operatorname{tg} \delta \right) - \delta,$$

где $\sin 2\delta = \tau_{r\theta}/K = m$. Из-за невозможности явного выражения параметра n через угол 2β и контактное трение m соотношение (10) в [2, 3] представлено графически для дискретных значений m (рис. 1, штриховые линии). Сплошными линиями показана зависимость параметра n от угла β при тех же значениях коэффициента m контактного трения в предположении изменения угла φ по толщине слоя по предположению (5). Функция $\varphi(\theta)$, соответствующая (5), имеет вид

$$(11) \quad \varphi(\theta) = -\frac{1}{2} \operatorname{arcsin} \left(m \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \beta} \right).$$

На рис. 2 представлена зависимость $\varphi(\theta)$ по сделанному предположению (сплошная кривая) и по решению [2, 3] (штриховая). Подставляя функцию $\varphi(\theta)$ (11) в первое уравнение системы (8) и учитывая, что в срединной плоскости $\theta = 0$, $\varphi = 0$, получим

$$(12) \quad n = \frac{m}{2 \operatorname{tg} \beta} + 1.$$

Как видно из рис. 1, точная зависимость (10) (штриховые кривые) и зависимость (12), соответствующая сделанному предположению (сплошные), для $m < 0,8$ практически совпадают. Наибольшее их расхождение наблюдается при $m = 1$ и не превышает и 5 %.

Подобная проверка сделанного предположения о характере изменения составляющей $f_m(y)$ по толщине пластического слоя проведена и для осесимметричного радиального течения в сходящихся каналах, решенного в [2]. Решение проводилось в сферических координатах.

Компоненты напряжения σ_r , σ_θ , σ_φ , $\tau_{r\theta}$ были представлены через угол φ обычными зависимостями

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma + \frac{2}{\sqrt{3}} K \cos \varphi, & \sigma_\theta &= \sigma_\varphi = \sigma - \frac{1}{\sqrt{3}} K \cos \varphi, \\ \tau_{r\theta} &= K \sin 2\varphi, & \sigma &= \frac{\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_\varphi}{3}, \end{aligned}$$

условие пластичности бралось в виде $\frac{3}{4}(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + \tau_{r\theta}^2 = K^2$. Дифференциальные уравнения равновесия в сферических координатах

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} [2\sigma_r - (\sigma_\theta + \sigma_\varphi) + \tau_{r\theta} \operatorname{ctg} \theta] &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} [3\tau_{r\theta} + (\sigma_\theta - \sigma_\varphi) \operatorname{ctg} \theta] &= 0 \end{aligned}$$

после подстановки в них зависимостей компонент напряжения принимают вид

$$(13) \quad \begin{aligned} \frac{r \partial \sigma}{2K \partial r} + \cos 2\varphi \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \sqrt{3} \right) + \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \theta \sin 2\varphi &= 0, \\ \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma}{K \partial \theta} + \sin 2\varphi \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{3}{2} \right) &= 0. \end{aligned}$$

Так же как и в плоской задаче, σ представлялось в форме

$$(14) \quad \sigma = 2K \left[n \ln \frac{a}{r} - \omega(\theta) \right] + \frac{K}{\sqrt{3}}$$

при $\theta = 0$, $\omega(\theta) = 0$. После подстановки (14) в (13) получены дифференциальные уравнения для n и ω :

$$(15) \quad \frac{dn}{d\theta} = \frac{n}{\cos 2\varphi} - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \theta \operatorname{tg} 2\varphi - \sqrt{3}, \quad \frac{d\omega}{d\theta} = \sin 2\varphi \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{d\varphi}{d\theta} + \frac{3}{2} \right].$$

В [2, 3] приведены результаты только численного решения этой системы.

Если предположить, что изменение угла φ по толщине слоя, зависящее только от контактного трения на плитах, так же как в плоской задаче течения между плитами (параллельными и наклонными), определяется одной и той же зависимостью $\varphi(\theta) = -\frac{1}{2} \arcsin \left(m \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \beta} \right)$, то после ее подстановки в первое уравнение системы (15) получим простое выражение для n в зависимости от угла β между образующими канала и коэффициента трения на них:

$$(16) \quad n = \frac{m}{2 \operatorname{tg} \beta} + \sqrt{3}.$$

На рис. 3 представлены значения $\varphi(\theta)$ численного решения системы (15) (штриховые линии) и по предположению (10) (сплошные) для $m = 1$ и β ,

а на рис. 4 — зависимость n от угла β между плитами для m по результатам численного решения системы (15) (штриховые кривые) и по приближению (16) (сплошные). Как видно, расхождение приближенных и точных решений не превышает 10 %.

На основе проведенного сравнения функцию изменения угла $f(y)$ по толщине слоя для идеально пластического слоя запишем как $f(y) = 2\varphi(\theta) + 2\theta$. Из равенства $2\varphi(\theta) = f_m(y)$ следует $2\theta = f_\beta(y)$. Окончательный вид функциональной составляющей $f_\beta(y)$ определится из соотношений между полярными и прямоугольными координатами: $2\theta = \arctg\left(\frac{2y}{H} \operatorname{tg} \beta\right)$, для идеально пластического слоя

$$(17) \quad f(y) = - \left[\arcsin\left(\frac{2y}{H} m\right) - 2 \arctg\left(\frac{2y}{H} \operatorname{tg} \beta\right) \right].$$

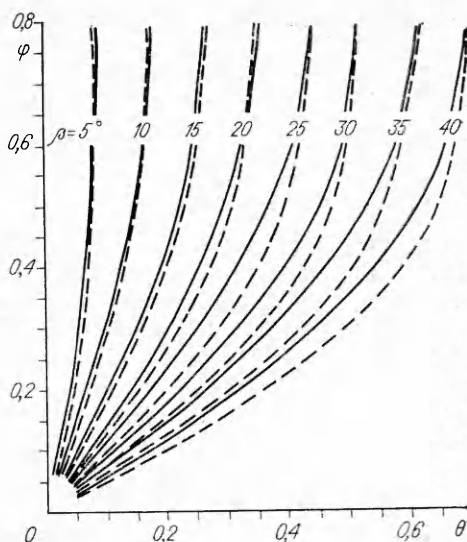
Уравнение равновесия пластического слоя в срединной плоскости принимает вид

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \pm \frac{2}{H} K (m - 2 \operatorname{tg} \beta).$$

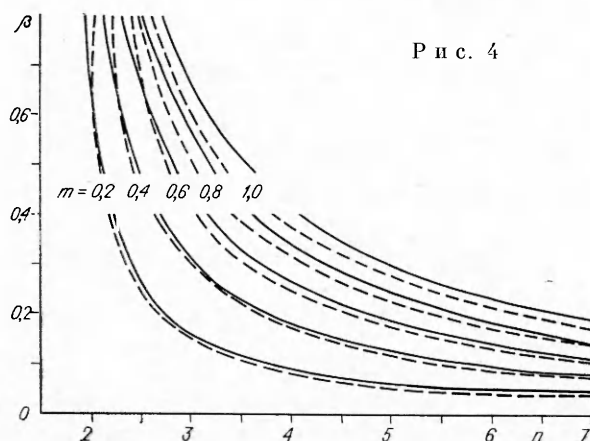
Характер изменения третьего слагаемого $2\alpha(y)$ в выражении (4) может быть установлен из решения Гартмана задачи о сжатии слоя из обобщенно-пластического материала ($\rho \neq 0$) между параллельными плитами [6]. В этом случае компонента $f(y)$ зависит только от контактного трения на плитах и внутреннего трения материала. Зная характер функциональной составляющей $f_m(y)$, определяемой контактным трением, можно из решения задачи узнать характер второй функциональной составляющей $f_\rho(y)$, определяемой внутренним трением материала. На основе анализа решения Гартмана производную представим в форме

$$(18) \quad \frac{\partial f_\rho}{\partial\left(\frac{y}{H/2}\right)} = \rho (1 - 0,5 m^2).$$

Найдя значения производной в уравнении, можно определить напряженное состояние упрочняющегося пластического слоя между шеро-



Р и с. 3



Р и с. 4

ховатыми наковальнями произвольной формы. Подобное решение использовалось при нахождении давления и его распределении в одной из модификаций твердофазного аппарата [7] с профилированными наковальнями. Схема рабочей зоны аппарата представлена на рис. 5 (нижняя часть). На торцах наковален выполнены центральные сферические углубления и два ряда концентрических углублений с плавным профилем. Профиль выступов на рабочем профиле наковален очерчен дугами радиуса r_1 , впадины — дугами радиуса r . Между профилированными наковальнями в центральных и кольцевых углублениях расположены соответственно рабочий контейнер и уплотняющие кольца из материала с внутренним трением ρ . Давление создается при сжатии контейнера с набором уплотняющих колец между рабочими торцами профилированных наковален. Нахождение давления в аппарате сводится к определению напряженного состояния контейнера и уплотняющих колец аппарата. Задача решалась в цилиндрической системе координат $r\theta z$ с осью z , совмещенной с направлением сближения пуансонов, а плоскость $r\theta$ совмещена со срединной плоскостью контейнера и уплотняющих колец. Материал контейнера и уплотняющих колец принимался обобщенным идеально пластическим, сопротивление на сдвиг которого подчиняется закону Кулона. Если принять линейный характер закона Кулона, т. е. огибающая кругов Мора является прямой линией, то условие пластичности можно представить в виде

$$(19) \quad K = K_0 \cos \rho + \sigma \sin \rho,$$

где $\sigma = (\sigma_r + \sigma_z)/2$ — среднее напряжение в плоскости осевого сечения. Компоненты σ_r , σ_z , τ_{rz} напряженного состояния в меридиональной плоскости rz представляем известными зависимостями Мора от среднего напряжения σ ($\sigma < 0$) в этой плоскости и угла α наклона наибольшего главного напряжения с положительным направлением оси r :

$$(20) \quad \sigma_r = \sigma + K \cos 2\alpha, \quad \sigma_z = \sigma - K \cos 2\alpha, \quad \tau_{rz} = K \sin 2\alpha.$$

Принимая условие полной пластичности Харра — Кармана $\sigma_\theta = \sigma_1 = \sigma_2$ и пластический режим течения, соответствующий ребру призмы Треска

$$(21) \quad \sigma_2 - \sigma_3 = 2K,$$

для окружного напряжения получим

$$(22) \quad \sigma_\theta = \sigma + K.$$

С учетом зависимостей (19)–(22) систему дифференциальных уравнений равновесия в цилиндрической системе координат $r\theta z$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + (\sigma_r - \sigma_\theta)/r = 0, \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \tau_{rz}/r = 0$$

представим в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial r} &= K \sin 2\alpha \frac{\partial 2\alpha}{\partial r} - K \cos 2\alpha \frac{\partial 2\alpha}{\partial z} + K(1 - \cos 2\alpha)/r - \frac{\partial K}{\partial r} \cos 2\alpha - \frac{\partial K}{\partial z} \sin 2\alpha, \\ \frac{\partial \sigma}{\partial z} &= \frac{\partial K}{\partial z} \cos 2\alpha - \frac{\partial K}{\partial r} \sin 2\alpha - K \sin 2\alpha \frac{\partial 2\alpha}{\partial z} - K \cos 2\alpha \frac{\partial 2\alpha}{\partial r} - K \sin 2\alpha/r \end{aligned}$$

и для срединной плоскости сведем практически к одному уравнению

$$(23) \quad \frac{\partial(\sigma + K)}{\partial r} = -K \frac{\partial 2\alpha}{\partial z}.$$

С учетом зависимостей (4), (17) и (18) уравнение (23) примет вид

$$(24) \quad \frac{\partial(\sigma + K)}{\partial r} = -\frac{K}{H(r)/2} [m - 2 \operatorname{tg} \beta + \rho(1 - 0,5 m^2)],$$

где $H(r)/2$ (текущая толщина сжатых уплотняющих колец и контейнера)

зависит от формы профиля наковален; $\operatorname{tg} \beta = \frac{d(H(r)/2)}{dr}$. Окончательный вид уравнения (24) определяется формой наковален (зависимостью $H(r)$).

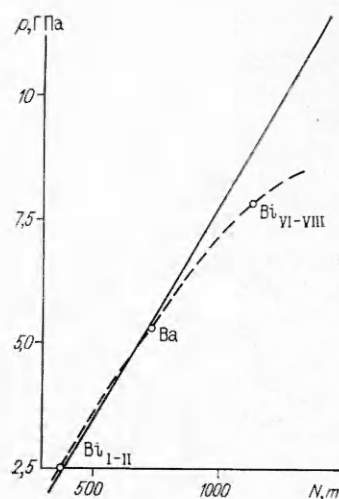
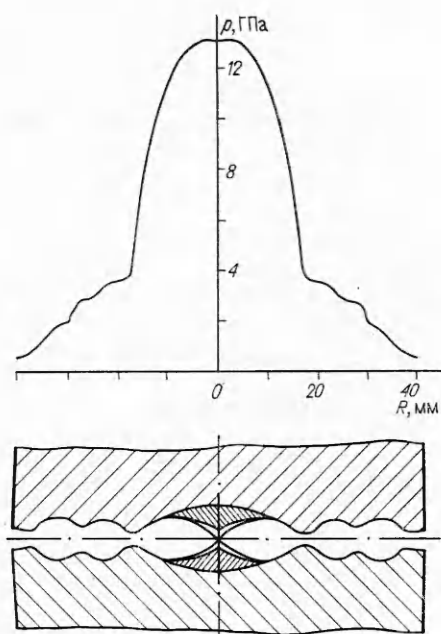
При решении уравнения (23) на свободных поверхностях нормальные и касательные напряжения принимаются равными нулю. В сжимаемых материалах уплотняющих колец и контейнера выделяются две зоны: крайняя, в которой весь материал между наковальнями считается находящимся в пластическом состоянии, при этом на поверхностях наковален контактное трение принимается равным пределу прочности на сдвиг сжимаемого материала ($m = 1$), и центральная, в которой в пластическом состоянии находится только часть сжатого материала, примыкающая к его срединной плоскости. Обычно границей, разделяющей жесткую и пластическую зоны материала, служит линия скольжения, проведенная из начала координат до касания с контактной поверхностью наковален. С целью упрощения решения уравнения (24) область пластического состояния в центральной зоне ограничивалась дугой окружности, проходящей через начало координат так, что касательная к дуге составляет с осью r угол $\pi/4 + \rho/2$ (как и линия скольжения), и касающейся профиля наковальни в точке $r = r_0$, определенной, как и в [5], из баланса смещаемых масс. На границе между жесткой и пластической областями центральной зоны касательные напряжения принимаются равными пределу прочности материала контейнера на сдвиг.

Различие жестких и пластических областей центральной зоны, ограниченных линией скольжения и дугой окружности, практически ничтожно, но замена линии скольжения на дугу окружности значительно упрощает решение дифференциального уравнения равновесия (24).

В случае ограничения пластических областей дугами окружностей или отрезками прямых нет необходимости в численном интегрировании уравнения (24). При принятых допущениях непосредственное вычисление по формуле интеграла уравнения (24) проводится на всем интервале r от 0 до свободной границы. Параметры, характеризующие свойства материала уплотняющих колец и контейнера, принимались по данным [8]. В центре аппарата (при малом значении r) угол наклона касательной к границе между жесткой и пластической областями возрастет до значений, при которых градиент давления в (24) становится равным нулю и в дальнейшем меняет знак, т. е. на кривой распределения давления в срединной плоскости в центре появляется провал. С точки зрения кинематики течения смена знака градиента давления означает изменение направления течения материала. Так как в данной работе не проводилось учета факторов, которые могли бы вызвать разное направление течения в сжатом материале (наковальни считаются жесткими, материал контейнера и уплотняющих колец считается несжимаемым, беспористым), то сжимаемый материал должен течь только в одном направлении — от центра к периферии аппарата на всем интервале r от 0 до ее свободной границы. Полученное изменение знака градиента $d\sigma/dr$ в центре аппарата связано с несоответствиями расчетной границы пластической области в центре аппарата и действительной, т. е., согласно уравнению (24), недопустимы границы пластической области с углом наклона касательной к ней, превышающим значение

$$(25) \quad 2 \operatorname{tg} \beta \geq m + \rho(1 - 0,5m^2).$$

На рис. 5 представлена скорректированная с учетом условия (25) граница пластической области в центре аппарата. Эта область ограничивается не самой линией скольжения или ее заменяющей дугой окружности, а касательной к ней, проведенной под углом, согласно выражению (25). Наличию в центре аппарата подобного конического участка пластической зоны соответствует безградиентная зона давления в центре аппарата, что подтверждается многочисленными экспериментами. Новые границы пластических областей исключают точечный контакт жестких областей, расположенных по разные стороны срединной плоскости контейнера, при-



Р и с. 6

Р и с. 5

водящий к практически бесконечно большим расчетным значениям компонент напряжения в центре аппарата [9]. Результаты распределения давления в срединной плоскости сжатых уплотняющих колец и контейнере приведены на рис. 5.

По распределению в срединной плоскости компоненты σ_z находилось усилие и строилась градуировочная кривая $N = f(p_0)$, где $p_0 = (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z)/3$ — давление в центре аппарата. Результаты эксперимента и расчета зависимости $N = f(p_0)$ для одной из модификаций аппарата [7] с диаметром центральной лунки 35 мм представлены на рис. 6.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Прандтль Л.** Примеры применения теоремы Генки к равновесию пластических тел. Теория пластичности.— М.: ИЛ, 1948.
2. **Соколовский В. В.** Плоское и осесимметричное равновесие пластической массы между жесткими стенками // ПММ.— 1950.— Т. 14, вып. 1.
3. **Соколовский В. В.** Плоское равновесие пластического клина // ПММ.— 1950.— Т. 14, вып. 4.
4. **Ильюшин А. А.** Вопросы теории течения пластического вещества по поверхностям // ПММ.— 1954.— Т. 18, № 3.
5. **Кузин Н. Н., Садков Ю. А., Семерчан А. А.** К расчету градуировочных кривых аппаратов высокого давления с профилированными наковальнями // ПМТФ.— 1976.— № 3.
6. **Надаи А.** Пластичность и разрушение твердых тел.— М.: ИЛ, 1954.
7. **Верещагин Л. Ф., Семерчан А. А., Кузин Н. Н., Садков Ю. А.** Некоторые данные о работе трехступенчатого аппарата высокого давления с рабочим объемом 100 см³ // ДАН СССР.— 1972.— Т. 202, № 1.
8. **Верещагин Л. Ф., Зубова Е. В.** Измерение напряжений сдвига ряда веществ при давлении до 100 000 атм // ДАН СССР.— 1960.— Т. 134, № 4.
9. **Новиков Н. В., Левитас В. И.** Решение осесимметричной задачи о пластическом течении материала в некоторых камерах высокого давления // Сверхтвердые материалы.— 1980.— № 5.

г. Троицк

Поступила 14/VIII 1991 г.