

УДК 532.529+532.5:544.3

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРГИРОВАНИЯ ШЕРОХОВАТОГО ПЛОТНОГО СЛОЯ ЧАСТИЦ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ РАСХОДЯЩЕЙСЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

Т. А. Хмель, А. В. Фёдоров

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск
khmel@itam.nsc.ru

В рамках модели столкновительной газозвеси исследовано взаимодействие расходящейся ударной волны со слоем частиц с шероховатой поверхностью. Проанализировано влияние шероховатостей на форму контактных границ в газовой фазе и на границы облака частиц. Показано развитие неустойчивости Рихтмайера — Мешкова. Установлены факторы диспергирования частиц. Развитие неустойчивости приводит к увеличению амплитуды возмущений поверхности, а развитие столкновительной динамики способствует размазыванию пальцеобразных структур. При сильной хаотизации движения частиц картина разлета облака подобна наблюдаемой в экспериментах.

Ключевые слова: газозвеси, ударные волны, столкновительная динамика, диспергирование, численное моделирование.

DOI 10.15372/FGV20170610

ВВЕДЕНИЕ

Интерес к изучению взаимодействия ударных волн (УВ) с пылевыми слоями и облаками обусловлен развитием порошковых технологий, детонационного напыления, проблемами подавления или предотвращения взрывов и т. д. Задачи о разлете оболочек из слоев инертных или реагирующих частиц под воздействием УВ, образующихся при взрывах центральных зарядов, возникают как в связи с проблемами объемных взрывов, так и в плане подавления очагов горения и детонации в газовых или дисперсных средах. Обзор некоторых исследований в этой области и обсуждение различных аспектов проблем диспергирования представлен в [1].

Одной из интересных проблем моделирования при этом является определение влияния контактных взаимодействий частиц в облаках частиц высокой плотности на картину течения. В литературе известны различные подходы к описанию подобных взаимодействий. Так, в [2] для анализа процессов диспергирования использовалась модель Баера — Нанзиато, где давление в фазе частиц учитывалось в виде зависимости собственного давления твердой фа-

зы от ее истинной плотности, т. е. для замыкания использовалось парциальное уравнение состояния. Модель Баера — Нанзиато была разработана и применяется преимущественно для описания детонационных волн в высокоэнергетических конденсированных веществах, когда необходим учет сжимаемости твердой фазы, поскольку давление при этом достигает сотни килобар. Однако в модели не учитывается гранулярная составляющая температуры, связанная с энергией хаотического движения частиц и их столкновениями. При этом модель допускает решения с различными типами сильных разрывов: замороженными, дисперсионно-замороженными, полностью дисперсионными и другими [3–8], что связано с различием скоростей звука в дискретной и непрерывной фазах и наличием двух давлений.

В работах [9–11] задачи о разлете и воспламенении частиц при центральном взрыве исследовались в приближении разреженной газозвеси. Столкновительные эффекты на основе представлений теории гранулированных материалов учитывались в [11], однако в рамках модели, адекватно описывающей лишь течения взвесей малых объемных концентраций. В то же время при взаимодействии УВ с плотными слоями столкновения частиц могут быть определяющим фактором на начальной стадии разлета газозвеси и, кроме того, способствовать

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 16-19-00010).

© Хмель Т. А., Фёдоров А. В., 2017.

агломерации частиц [12, 13]. Также одной из характерных особенностей процессов разлета газозвесей является неустойчивость поверхности облака [12, 13], обусловленная развитием неустойчивости типа Рихтмайера — Мешкова при переходе УВ из более плотной в менее плотную среду, изученная в [14] для газов с сильно различающимися молекулярными массами. Ранее в [15] в одномерной постановке нами исследовалась задача о взаимодействии УВ, сформированной при сферическом взрыве, с плотным слоем газозвеси, но анализ неустойчивости не проводился. Развитие возмущений на поверхности слоя для задачи, аналогичной [12, 13], можно проследить на модели двумерных осесимметричных течений. В настоящей работе рассматривается взаимодействие расходящейся цилиндрической УВ с цилиндрической оболочкой из плотного слоя частиц, характеризующейся шероховатой (волнистой) формой внешней поверхности. Целью работы является анализ влияния шероховатости слоя и столкновительной динамики частиц на диспергирование слоя частиц.

СТОЛКНОВИТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЫ

Физико-математическая модель двухфазной среды для описания ударно-волновой динамики плотных газозвесей с осредненным описанием столкновений частиц между собой на основе молекулярно-кинетических представлений теории гранулированных материалов была развита в [16, 17]. Модель применялась в [15, 18, 19] для анализа распространения ударных и детонационных волн в столкновительных газозвесах и ударно-волнового диспергирования слоев. Отметим, что в [18] анализировались структуры УВ в газозвесах с учетом столкновительного давления и энергии хаотического движения частиц (гранулярной температуры), определены УВ различных типов: первого, с лидирующим скачком в газе, и второго, с лидирующим скачком в фазе частиц. В [15] показано, что УВ второго типа играют большую роль на начальном этапе разлета плотного слоя частиц под действием сильной УВ, сформированной при центральном взрыве.

Детальное изложение модели приведено в [17]. В настоящей работе представлено приближение, в котором пренебрегается долей потери импульса дискретной фазы за счет неупругости столкновений, но учитывается диссипация

энергии хаотического движения при столкновениях неупругих шероховатых частиц.

Двумерные течения в рассматриваемой задаче диспергирования описываются уравнениями Эйлера в декартовых координатах, представляющими собой законы сохранения массы, импульса и энергии для каждого компонента смеси:

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \mathbf{\Gamma}. \quad (1)$$

Векторы решений для газа и частиц и векторы потоков имеют следующий вид:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \mathbf{W}_1 \\ \mathbf{W}_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} -\tilde{\Gamma}_2 \\ \Gamma_2 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{W}_1 = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_1 u_1 \\ \rho_1 v_1 \\ \rho_1 E_1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}_1 = \begin{pmatrix} \rho_1 u_1 \\ m_1 p_1 + \rho_1 u_1^2 \\ \rho_1 u_1 v_1 \\ \rho_1 u_1 E_1 + m_1 p_1 u_1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{G}_1 = \begin{pmatrix} \rho_1 v_1 \\ \rho_1 u_1 v_1 \\ m_1 p_1 + \rho_1 v_1^2 \\ \rho_1 v_1 E_1 + m_1 p_1 v_1 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{W}_2 = \begin{pmatrix} \rho_2 \\ \rho_2 u_2 \\ \rho_2 v_2 \\ \rho_2 E_2 \\ \rho_2 E_c \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}_2 = \begin{pmatrix} \rho_2 u_2 \\ \rho_2 u_2^2 + m_2 p_2 \\ \rho_2 u_2 v_2 \\ \rho_2 u_2 E_2 + m_2 u_2 p_2 \\ \rho_2 u_2 E_c + m_2 u_2 p_2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{pmatrix} \rho_2 v_2 \\ \rho_2 u_2 v_2 \\ \rho_2 v_2^2 + m_2 p_2 \\ \rho_2 v_2 E_2 + m_2 v_2 p_2 \\ \rho_2 v_2 E_c + m_2 v_2 p_2 \end{pmatrix}.$$

Векторы правых частей определяются следующим образом:

$$\mathbf{\Gamma}_2 = \begin{pmatrix} \tilde{\Gamma}_2 \\ p_1 \left(\frac{\partial u_2 m_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2 m_2}{\partial y} \right) - \\ - I_0 + f_{2x} u_2 + f_{2y} v_2 \end{pmatrix}; \quad (5)$$

$$\tilde{\Gamma}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ p_1 \frac{\partial m_2}{\partial x} + f_{2x} \\ p_1 \frac{\partial m_2}{\partial y} + f_{2y} \\ q_2 + f_{2x} u_2 + f_{2y} v_2 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Здесь ρ , u , v , p , m — соответственно средняя плотность, компоненты скорости, давление и объемная концентрация фаз, $\rho_i = \rho_{ii} m_i$, ρ_{ii} — собственная (истинная) плотность, E — полная энергия, f — сила межфазного взаимодействия, q — теплообмен, индексы $i = 1, 2$ относятся соответственно к газовой фазе и частицам. Уравнения для частиц включают в себя уравнение баланса энергии хаотического движения частиц с учетом потерь при неупругих столкновениях шероховатых частиц (I_0), которые учитываются в уравнении баланса тепла в фазе частиц [17].

Уравнения состояния для газа и частиц принимаются в следующем виде:

$$p_1 = \rho_{11} R T_1, \quad m_2 p_2 = m_2 p_1 + p_c, \quad (7)$$

$$p_c = G(m_2) \rho_2 e_c;$$

$$G(m_2) = \alpha_t [1 + 2(1 + \varepsilon) m_2 g(m_2)] / 2, \quad (8)$$

$$g(m_2) = [1 - (m_2 / m_*)^{4m_*/3}]^{-1};$$

$$E_1 = c_{v1} T_1 + u_1^2 / 2, \quad (9)$$

$$E_2 = e_c + c_{v2} T_2 + u_2^2 / 2, \quad E_c = e_c + u_2^2 / 2.$$

Здесь e_c — средняя энергия хаотического движения частиц, определяемая как осредненная по единице объема кинетическая энергия пульсаций скорости частиц; p_c — давление, генерируемое столкновениями частиц (по аналогии с давлением в газах, генерируемым столкновением молекул); α_t — коэффициент, зависящий от параметра релаксации ε и коэффициента шероховатости частиц [17]; m_* — предельная объемная концентрация частиц в состоянии плотной упаковки. Частицы считаются несжимаемыми, $\rho_{22} = \text{const}$.

Соотношения для описания межфазного взаимодействия (величин f_2 , q_2) учитывают протекающие процессы и объемную концентрацию частиц. Учитывается также зависимость коэффициента сопротивления от объемной концентрации частиц в форме [20], а для малых объемных концентраций учитывается зависимость от числа Маха [21]. Формулы для сил взаимодействия и теплообмена и замыкающие соотношения столкновительной модели приведены в [15, 19]. Модель верифицирована в [17] сравнением с экспериментальными данными [22] по зависимости скорости переднего фронта волны разрежения (равновесной скорости звука) в газозвеси от давления и размера частиц. Валидация модели проводилась сравнением расчетов [19] с данными экспериментов [23]. Получено хорошее совпадение по характеристикам взаимодействия скользящей УВ с плотным слоем, лежащим на плоской поверхности.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Численное моделирование проводится в квадратной области, охватывающей сектор цилиндра (90°) $0 \leq x \leq X_\infty$, $0 \leq y \leq Y_\infty$. Предполагается, что в начальный момент времени фронт цилиндрической волны с центром в точке $x = 0$, $y = 0$ находится на расстоянии R_{SW} от центра. Оболочка представляет собой слой частиц цилиндрической формы. Положение границ цилиндрического облака: внутренний радиус R_1 , внешняя граница облака предполагается неоднородной (моделируется шероховатость слоя частиц), радиус которой представлен некоторой функцией $R_2(\alpha)$. Таким образом, начальные условия имеют вид:

$$t = 0: \left\{ \begin{array}{l} r \leq R_{SW}: \\ \quad \rho_1 = \rho_{SW}, u_{1r} = u_{SW}r/R, \\ \quad T_1 = T_{SW}, W_2 = 0; \\ R_{SW} < r \leq R_1: \\ \quad W_1 = W_{10}, W_2 = 0; \\ R_1 < r \leq R_2(\alpha): \\ \quad W_1 = W_{102}, W_2 = W_{20}; \\ R_2(\alpha) < r \leq R_\infty: \\ \quad W_1 = W_{10}, W_2 = 0. \end{array} \right. \quad (10)$$

Здесь $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $u_r = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$. Для облака с внешней границей волнистой формы $R_2(\alpha) = R_{20} + h \cos(4n\alpha\pi)$, где $\alpha = \arccos(x/r)$, h — высота шероховатостей, n характеризует частоту зубцов.

В расчетах приняты следующие граничные условия: симметрия по x на границе $x = 0$, $y > 0$ и по y на границе $y = 0$, $x > 0$; условие невозмущенного состояния газа на внешней, достаточно удаленной границе ($x = X_\infty$, $y = Y_\infty$):

$$t > 0: \left\{ \begin{array}{l} x = 0: \\ \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial x} = 0, u_1 = 0, \frac{\partial T_1}{\partial x} = 0, \\ \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial x} = 0, u_2 = 0, \frac{\partial T_2}{\partial x} = 0, \\ \quad \frac{\partial e_c}{\partial x} = 0; \\ y = 0: \\ \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial y} = 0, v_1 = 0, \frac{\partial T_1}{\partial x} y = 0, \\ \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial y} = 0, v_2 = 0, \frac{\partial T_2}{\partial y} = 0, \\ \quad \frac{\partial e_c}{\partial y} = 0; \\ x = X_\infty: \\ \quad W_1 = W_{10}, W_2 = 0; \\ y = Y_\infty: \\ \quad W_1 = W_{10}, W_2 = 0. \end{array} \right. \quad (11)$$

Тем самым решение задачи о разлете оболочки сводится к решению уравнений (1)–(9) с

начальными (10) и граничными (11) условиями.

Для решения данной задачи применялся метод расчета, разработанный и используемый ранее для задач детонационной динамики разреженных газовзвесей [24–27] и задач столкновительной динамики плотных газовзвесей [18, 19]. Использовалась схема Хартена класса TVD для газа и модифицированная схема Джентри — Мартина — Дэйли для частиц, включающая в себя аналогичные потоковым членам аппроксимации для недивергентных составляющих в выражениях (5), (6) при конечных объемных концентрациях. Расчеты проводились на равномерной конечно-разностной сетке в декартовых координатах. Шаг сетки подбирался так, чтобы обеспечить достаточное разрешение релаксационных зон в смеси (для частиц диаметром 20 мкм результаты расчетов при $\Delta x = 0.0002$ и 0.0001 м совпадают).

Расчеты выполнены для взвеси частиц стекла диаметром $d_2 = 20$ мкм в кислороде. Геометрические параметры: $R_{SW} = 0.05$ м, $R_1 = 0.06$ м, $R_{20} = 0.07$ м. Начальная плотность частиц 200 кг/м³. Начальная энергия хаотического движения частиц варьировалась в диапазоне $e_{c0} = 0 \div 0.001$ м²/мс². Учитывались потери за счет неупругости столкновений ($\varepsilon = 0.95$, $C_0 = 0.01$). Амплитуда УВ характеризовалась значениями $3 \leq M_0 \leq 5$, где M_0 — число Маха фронта УВ в начальный момент.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Рис. 1 иллюстрирует взаимодействие УВ с амплитудой, соответствующей $M_0 = 3$, со слем частиц на нулевом начальном уровне энергии их хаотического движения ($e_{c0} = 0$) в различные моменты времени. На рис. 1, а показаны шлирен-образы поля течения газа. В момент времени $t = 0.04$ мс фронт УВ находится внутри облака, при $t = 0.12$ мс — вне облака, но еще в пределах рисунка, а при $t = 0.24$ мс — за пределами рисунка. К оси распространяется концентрическая отраженная волна, местоположение фронта которой 0.053 м при $t = 0.04$ мс, 0.012 м при $t = 0.12$ мс, а при $t = 0.24$ мс (после отражения от оси симметрии) она не видна на рисунке. Между фронтом и облаком формируется поверхность контактного разрыва, на которой развиваются возмущения по типу неустойчивости Рихтмайера — Мешкова [14]. Эти возмущения инициированы

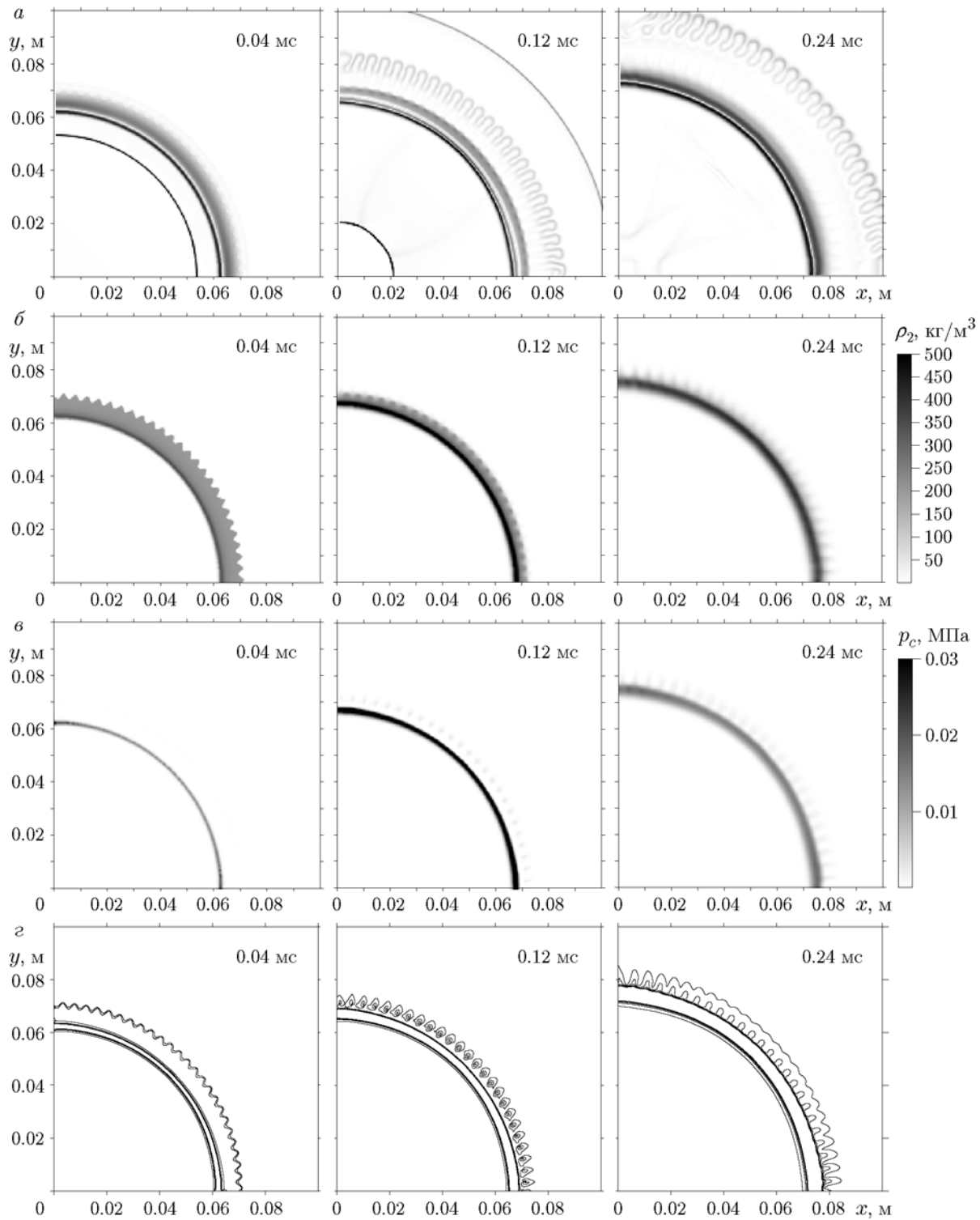


Рис. 1. Взаимодействие УВ с шероховатым слоем частиц:

$M_0 = 3$, $e_{c0} = 0$, $h = 1$ мм; *a* — поля плотности частиц, *б* — численные шпирен-фотографии, *в* — поля гранулярного давления, *г* — изолинии гранулярного давления

прохождением УВ через поверхность слоя частиц. Некоторое нарушение формы грибообразных образований вблизи плоскостей симметрии обусловлено влиянием граничных условий на стенках.

На рис. 1,б представлены поля плотности частиц. Когда УВ входит внутрь облака, она формирует узкий слой уплотнения, при этом форма внешней поверхности слоя не меняется ($t = 0.04$ мс). В момент времени 0.12 мс слой частиц, движущийся в поле течения за УВ, характеризуется равномерным уплотнением основной части и деформированной внешней поверхностью с расширением «зубцов». В момент $t = 0.24$ мс ширина слоя увеличивается, а плотность частиц в слое уменьшается, при этом происходит удлинение «зубцов». Отметим, что это удлинение также связано с развитием неустойчивости Рихтмайера — Мешкова. Однако развитие хаотического движения и столкновений частиц способствует расширению слоя и увеличению не только высоты, но и ширины «зубцов», что оказывает сглаживающий эффект на форму внешней поверхности.

Развитие столкновительной динамики частиц подтверждается картинками гранулярного давления (рис. 1,в,г). На рис. 1,в видно, что уже при $t = 0.04$ мс за УВ внутри слоя возникает столкновительное давление. Отметим, что максимальные значения гранулярного давления здесь невелики, так как сжатие слоя не достигает предельных концентраций плотной упаковки, но сопоставимо с давлением в газе. Распределение гранулярного давления коррелирует с распределением плотности частиц, что хорошо прослеживается на фрагментах рис. 1,в, соответствующих времени $t = 0.12$ и 0.24 мс. На рис. 1,г показаны изолинии гранулярного давления, построенные от значения 0.0001 до 0.0041 МПа с шагом 0.001 МПа. Видно, что гранулярное давление «работает» в «зубцах» внешней поверхности слоя, способствуя их диспергированию и размазыванию слоя (в момент $t = 0.24$ мс поверхность более сглаженная).

На рис. 2 представлены изолинии плотности частиц, отражающие картины разлета облака при $M_0 = 5$. На всех фрагментах показаны уровни от 0.1 до 10.1 кг/м³ с шагом 1 кг/м³. Здесь хорошо прослеживаются все стадии: уплотнение облака при прохождении УВ внутри слоя (0.04 мс), движение облака и начало деформации внешней границы (0.06 мс),

начало роста «зубцов» (0.08 мс), рост и расширение «зубцов» (0.1 ÷ 0.12 мс), расширение «зубцов» (0.14 ÷ 0.16 мс), сглаживание внешней поверхности слоя (0.16 ÷ 0.18 мс). Так же как и для газовой фазы, небольшие различия в картинах течения вблизи стенок и внутри области связаны с влиянием граничных условий.

ВЛИЯНИЕ АМПЛИТУДЫ ШЕРОХОВАТОСТЕЙ

На рис. 3, 4 представлены картины в момент времени $t = 0.32$ мс при различных значениях начальной амплитуды шероховатостей на поверхности слоя частиц. На рис. 3 (шлирен-картины течения газа) видно, что фронт лидирующей УВ имеет ровную форму правильного круга, т. е. неровности поверхности не искажают картину прохождения УВ через слой. На некотором расстоянии позади фронта распространяется контактный разрыв, формируемый при выходе УВ из слоя частиц, который уже обладает возмущениями на фронте. На этой контактной поверхности происходит рост возмущений (развитие неустойчивости типа Рихтмайера — Мешкова). Сравнивая рис. 3,а, 3,б и 3,в, можно сделать вывод, что высота шероховатостей на поверхности слоя частиц очень слабо влияет на амплитуду этих возмущений на данный момент. Это указывает на то, что неровность поверхности частиц является лишь инициирующим фактором развития неустойчивости контактной поверхности в газе.

То же самое в большей степени относится и к развитию возмущений на поверхности самого слоя частиц. Высота гребней на рис. 4,а,б практически одинакова. Однако динамика диспергирования самого облака определяется также развитием хаотического движения и столкновений частиц. Здесь амплитуда шероховатостей, как оказалось, имеет значение. Видно, что внешняя граница облака на рис. 4,в заметно более сглажена, чем на рис. 4,а,б. То есть при пятикратном уменьшении начальной высоты гребней диспергирование внешнего участка поверхности слоя за счет столкновений частиц превалирует над ростом гребней за счет развития неустойчивости.

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРА СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ДИНАМИКИ

Расчеты при ненулевых значениях энергии хаотического движения частиц показали,

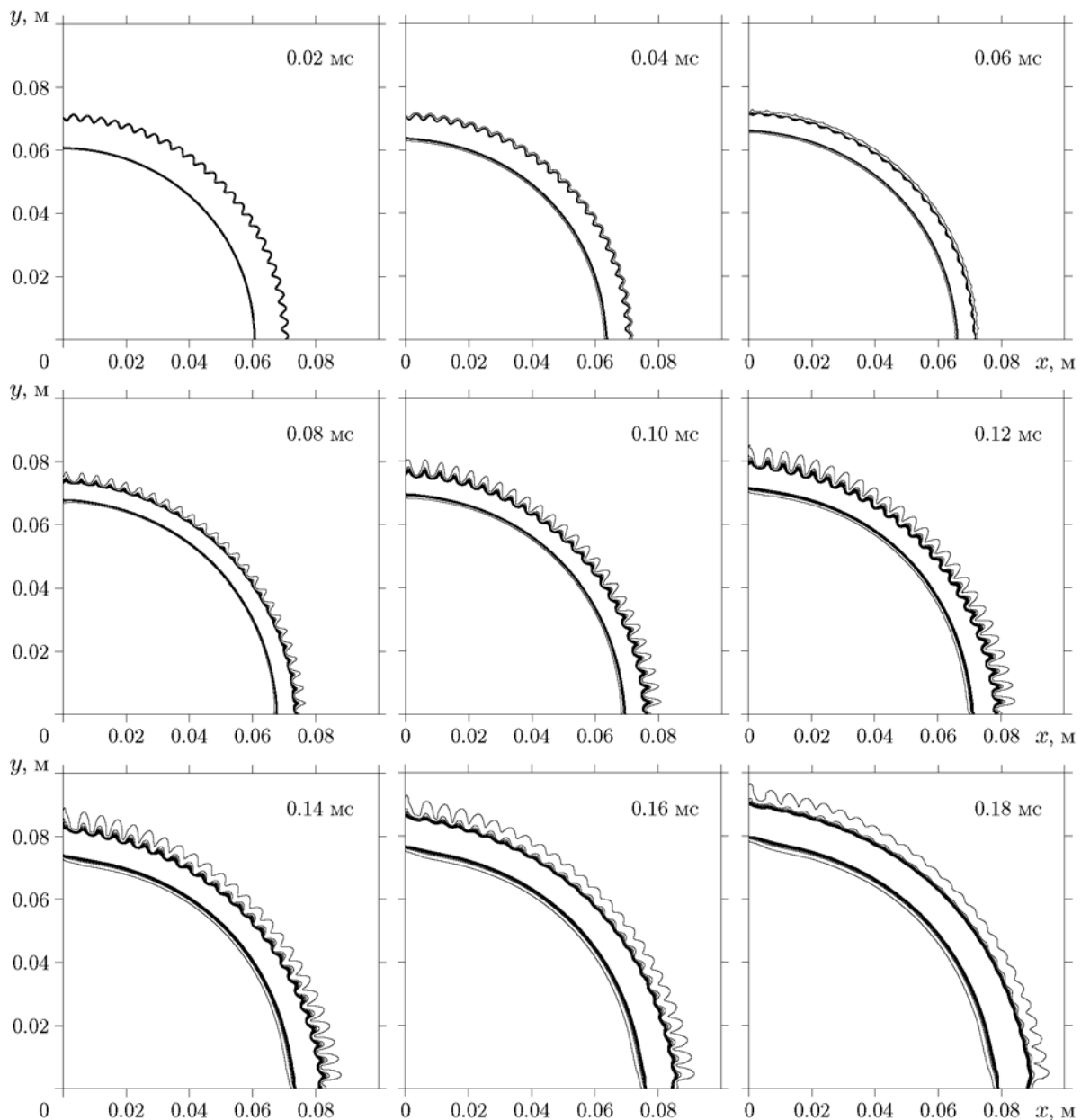


Рис. 2. Развитие процесса диспергирования слоя частиц под воздействием УВ:

$M_0 = 5$, $e_{c0} = 0$, $h = 1$ мм, изолинии плотности частиц от 0.1 до 20.1 кг/м³

что роль столкновительной динамики частиц в процессах диспергирования слоев может быть существенной. На рис. 5 представлены картины дисперсии слоя частиц в момент времени $t = 0.32$ мс при различных значениях e_{c0} . Можно отметить, что развитие столкновений способствует как удлинению пальцеобразных образований, так и их расширению и размазыванию, что, напротив, демпфирует возмущения поверхности облака частиц. При зна-

чительной средней скорости пульсаций движения частиц ($40 \div 50$ м/с) картина диспергирования (рис. 5, 6) имеет определенное качественное сходство с наблюдаемыми в экспериментах картинами разлета облаков частиц [12, 13]. Однако для описания всех наблюдаемых в экспериментах эффектов необходимы, вероятно, трехмерное численное моделирование и учет дополнительных факторов, в частности агломерации частиц.

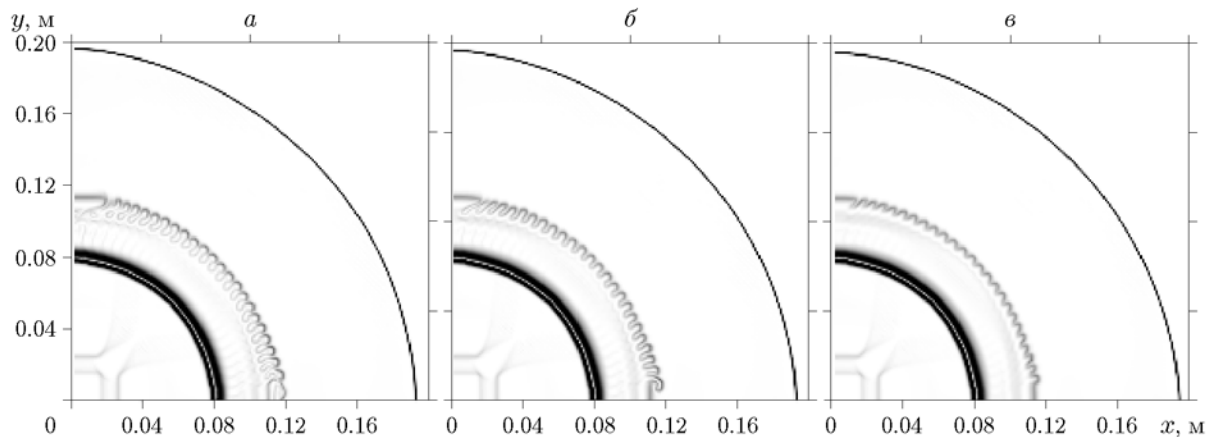


Рис. 3. Влияние высоты шероховатостей на волновые картины течения газа (численные шпирен-фотографии):

$M_0 = 3$, $e_{c0} = 0$, $t = 0.32$ мс, $h = 1$ (а), 0.5 (б) и 0.2 мм (в)

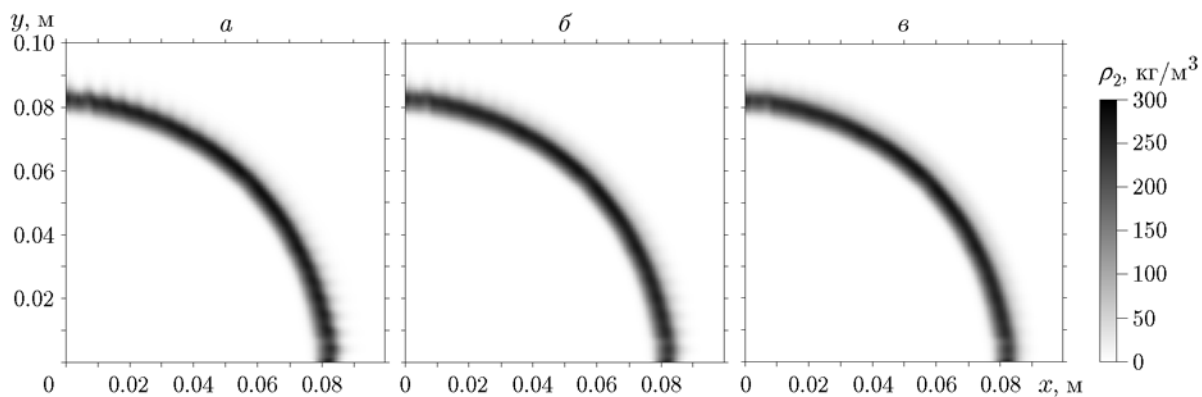


Рис. 4. Влияние высоты шероховатостей на картины диспергирования:

$M_0 = 3$, $e_{c0} = 0$, $t = 0.32$ мс, $h = 1$ (а), 0.5 (б) и 0.2 мм (в)

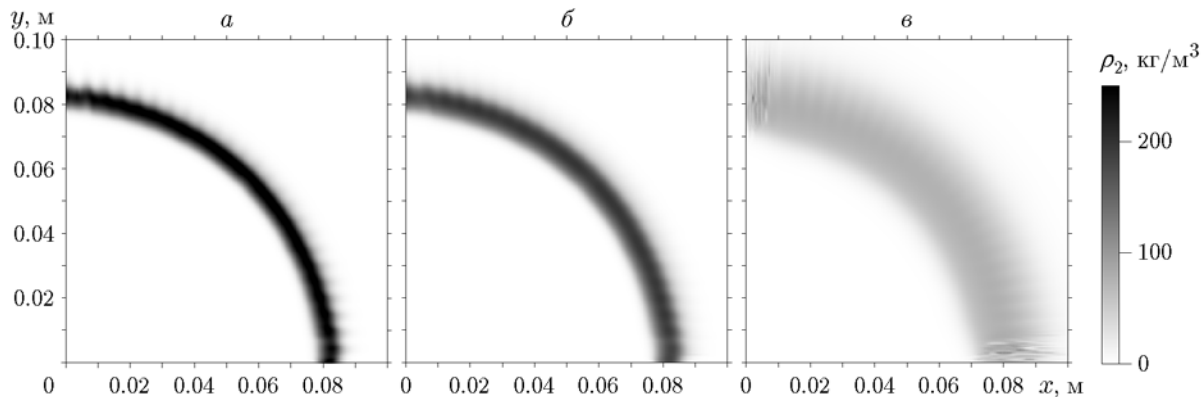


Рис. 5. Влияние начального уровня хаотизации движения частиц на форму облака частиц:

$M_0 = 3$, $h = 1$ мм, $t = 0.32$ мс, $e_{c0} = 0$ (а), 0.0001 (б), 0.001 м²/мс² (в)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе в рамках физико-математической модели двухфазной среды, основанной на молекулярно-кинетических подходах для описания хаотического движения и столкновений частиц, и разработанной численной технологии расчетов одномерных и двумерных нестационарных течений исследуются процессы взаимодействия расходящихся ударных волн с пылевыми слоями.

Проанализировано влияние шероховатостей на внешней границе облака на форму контактных границ в газовой фазе и на границы облака частиц. Установлено развитие неустойчивости Рихтмайера — Мешкова как на внутренней контактной поверхности в газе, так и на границе облака частиц. При этом развитие хаотического движения частиц и наличие их столкновений способствуют размазыванию пальцеобразных структур и тем самым диспергируют облако. При значительной степени хаотизации движения частиц картина разлета облака качественно подобна наблюдаемой в экспериментах.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Федоров А. В.** Смесеобразование при распространении волновых процессов в газовзвесах (обзор) // Физика горения и взрыва. — 2004. — Т. 40, № 1. — С. 21–37.
2. **Zhang F., Frost D. L., Thibault P. A., Murray S. B.** Explosive dispersal of solid particles // Shock Waves. — 2001. — V. 10. — P. 431–443.
3. **Федоров А. В.** Математическое описание течения смеси конденсированных материалов при высоких давлениях // Физическая газодинамика реагирующих сред: сб. науч. тр. — Новосибирск, 1990. — С. 119–128.
4. **Федоров А. В., Фомин В. М.** К теории комбинированного разрыва в газовзвесах // Физическая газодинамика реагирующих сред: сб. науч. тр. — Новосибирск, 1990. — С. 128–134.
5. **Федоров А. В.** Структура ударной волны в смеси двух твердых тел (гидродинамическое приближение) // Моделирование в механике. — 1991. — Т. 5 (22), № 4. — С. 135–158.
6. **Федоров А. В., Федорова Н. Н.** Структура, распространение и отражение ударных волн в смеси двух твердых тел (гидродинамическое приближение) // ПМТФ. — 1992. — № 4. — С. 10–18.
7. **Федоров А. В.** Структура ударных волн в гетерогенной среде с двумя давлениями // Физика горения и взрыва. — 2015. — Т. 51, № 6. — С. 62–71.
8. **Бедарев И. А., Федоров А. В.** Структура и устойчивость ударной волны в газовзвеси с двумя давлениями // Вычислит. технологии. — 2015. — Т. 20, № 2. — С. 3–19.
9. **Balakrishnan K., Nance D. V., Menon S.** Simulation of impulse effects from explosive charges containing metal particles // Shock Waves. — 2010. — V. 20. — P. 217–239.
10. **Кул А. Л., Белл Дж. Б., Бекнер В. Е.** Континуальная модель гетерогенной среды для описания горения частиц алюминия при взрывах // Физика горения и взрыва. — 2010. — Т. 46, № 4. — С. 72–89.
11. **Кул А. Л., Балакришнан К.** Газодинамическая модель течения слабозапыленной двухфазной среды с горением // Физика горения и взрыва. — 2012. — Т. 48, № 5. — С. 59–76.
12. **Sturtzer C. A., Sturtzer M. O., Veysière B., Khasainov B. A.** Investigations of the explosively dispersed glass particles // Proc. of the 24th ICDERS, July 28 — August 2, 2013, Taipei, Taiwan. — P. 1–6.
13. **Grégoire Y., Sturtzer M.-O., Khasainov B. A., Veysière B.** Cinematographic investigations of the explosively driven dispersion and ignition of solid particles // Shock Waves. — 2014. — V. 24. — P. 393–402.
14. **Руев Г. В., Федоров А. В., Фомин В. М.** Развитие неустойчивости Рихтмайера — Мешкова при взаимодействии диффузного слоя смешения двух газов с ударными волнами // ПМТФ. — 2005. — № 3. — С. 3–11.
15. **Хмель Т. А., Федоров А. В.** Роль межчастичных столкновений при взаимодействии ударной волны с плотным сферическим слоем газовзвеси // Физика горения и взрыва. — 2017. — Т. 53, № 4. — С. 84–93.
16. **Fedorov A. V., Khmel T. A.** Description of shock wave processes in gas suspensions using the molecular-kinetic collisional model // Heat Transf. Res. — 2012. — V. 43, N 2. — P. 95–107.
17. **Хмель Т. А., Федоров А. В.** Описание динамических процессов в двухфазных столкновительных средах с привлечением молекулярно-кинетических подходов // Физика горения и взрыва. — 2014. — Т. 50, № 2. — С. 81–93.
18. **Хмель Т. А., Федоров А. В.** Моделирование распространения ударных и детонационных волн в запыленных средах при учете межчастичных столкновений // Физика горения и взрыва. — 2014. — Т. 50, № 5. — С. 53–62.
19. **Khmel T. A., Fedorov A. V.** Numerical simulation of dust dispersion using molecular-kinetic model for description of particle-to-particle collisions // J. Loss Prev. Process Ind. — 2015. — V. 36. — P. 223–229.
20. **Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Рудаков Д. А.** Численное исследование метания слоя порошка сжатым газом // Физика горения и взрыва. — 1995. — Т. 31, № 4. — С. 63–70.

21. Fedorov A. V., Khmel T. A. Cellular detonations in bi-dispersed gas-particle mixtures // Shock Waves. — 2008. — V. 18. — P. 277–280.
22. Гельфанд Б. Е., Медведев С. П., Поленов А. Н., Тимофеев Е. И., Фролов С. М., Цыганов С. А. Измерение скорости малых возмущений в пористых средах насыпной плотности // ПМТФ. — 1986. — № 1. — С. 141–144.
23. Fan B. C., Chen Z. H., Jiang X. H., Li H. Z. Interaction of a shock wave with a loose dusty bulk layer // Shock Waves. — 2007. — V. 16. — P. 179–187.
24. Федоров А. В., Харламова Ю. В., Хмель Т. А. Отражение ударной волны в облаке пыли // Физика горения и взрыва. — 2007. — Т. 43, № 1. — С. 121–131.
25. Кратова Ю. В., Федоров А. В., Хмель Т. А. Особенности ячеистой детонации в полидисперсных газовзвесах частиц алюминия // Физика горения и взрыва. — 2011. — Т. 47, № 5. — С. 85–94.
26. Кратова Ю. В., Федоров А. В., Хмель Т. А. Дифракция плоской детонационной волны на обратном уступе в газовзвеси // Физика горения и взрыва. — 2009. — Т. 45, № 5. — С. 95–107.
27. Федоров А. В., Хмель Т. А. Численное моделирование инициирования детонации при вхождении ударной волны в облако частиц алюминия // Физика горения и взрыва. — 2002. — Т. 38, № 1. — С. 114–122.

Поступила в редакцию 1/II 2017 г.
