

УДК 01-201; 01-315

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛОКАЛИЗАЦИИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ ПРОСТОМ СДВИГЕ

В. М. Елькин, В. Н. Михайлов, Т. Ю. Михайлова

Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики
им. Е. И. Забабахина, 456770 Снежинск
E-mail: mikhailov@gdd.ch70.chel.su

Разработан алгоритм численного моделирования локализации пластического течения при нагружении по схеме простого сдвига термо-, вязкопластичного материала. Программа реализует решение системы уравнений в частных производных, описывающих течение сплошной среды. В качестве замыкающего уравнения использовано определяющее соотношение, известное в литературе как степенной закон, связывающее скорость пластической деформации с напряжением течения, температурой и накопленной пластической деформацией. Расчетные зависимости эволюции во времени ширины полосы сдвига и локализованных в ней температуры и пластической деформации удовлетворительно согласуются с экспериментальными. Хорошее соответствие эксперименту получено и для распределения температуры по образцу на развитой стадии процесса локализации.

Ключевые слова: локализация пластического течения, простой сдвиг, численное моделирование.

Введение. В настоящее время многочисленными экспериментальными исследованиями установлено, что при высокоскоростном деформировании твердых тел (металлов, горных пород, полимеров) первоначально гомогенная пластическая деформация становится гетерогенной. Гетерогенность процесса деформирования, в частности, проявляется в образовании так называемых полос адиабатического сдвига, наблюдаемых при металлографическом анализе образцов, подвергнутых динамическому нагружению. Механизм образования этих полос, предложенный в ставшей уже классической работе Зенера и Холломона [1], сводится к следующему. Пластический сдвиг первоначально происходит в нескольких слабых зонах с выделением тепла, обусловленным работой пластических деформаций, которое в условиях динамического нагружения не успевает распространиться по всему объему образца. Локальное уменьшение предела текучести в нагретой зоне приводит к интенсификации в ней пластического течения и, следовательно, к еще большему выделению тепла и дальнейшему уменьшению предела текучести. Процесс, таким образом, развивается катастрофически вплоть до разрушения материала в зоне сдвига и в ряде случаев оплавления поверхности разрушения. Быстрое последующее остывание приводит к изменению микроструктуры материала в полосе сдвига, что и отмечается при металлографических исследованиях образцов после нагружения.

Постановка задачи. Задача о деформировании при простом сдвиге бесконечного толщиной $2d$ слоя изотропного вязкопластичного материала в ее исходном виде может быть поставлена следующим образом (см., например, [2, 3]). Нижняя и верхняя границы слоя движутся со скоростью V_0 в противоположных направлениях вдоль некоторого выбранного направления. При этом в силу симметрии задачи срединная плоскость слоя имеет скорость, равную нулю, что позволяет перейти к постановке задачи только для

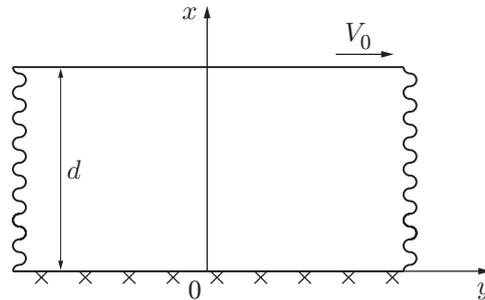


Рис. 1. Схема простого сдвига

половины слоя, нижняя граница которого закреплена неподвижно, а верхняя движется с постоянной скоростью V_0 в направлении оси y (рис. 1). В этой одномерной постановке координаты и температура материальной точки запишутся в виде

$$y = y_0 + U(x, t), \quad x = x_0, \quad z = z_0, \quad T = T(x, t),$$

где x, y, z — текущие, а x_0, y_0, z_0 — начальные координаты точки; U — смещение в направлении оси y ; T — температура; t — время. Оси Oy, Oz лежат в плоскости нижней границы слоя, а ось Ox направлена по нормали к этой плоскости.

Уравнения движения и теплопроводности в этой (декартовой) системе координат запишутся в виде

$$\rho_0 \dot{V} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}, \quad \rho_0 c \dot{T} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \gamma \sigma \dot{\varepsilon}_p, \quad (1)$$

где ρ_0, c, λ — соответственно плотность, теплоемкость и коэффициент теплопроводности материала слоя; σ — напряжение течения; $V = \dot{U}$ — скорость материальной точки; ε_p — пластическая деформация; γ — доля работы пластической деформации, перешедшая в тепло. Здесь и далее точка над переменной означает производную по времени.

Начальные и граничные условия для скорости и смещения определяются приведенной выше схемой нагружения:

$$\begin{aligned} U(x, 0) = 0, \quad V(x, 0) = V_0 x/d, \\ U(0, t) = 0, \quad V(0, t) = 0, \quad U(d, t) = V_0 t, \quad V(d, t) = V_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Граничное условие на температуру определяет адиабатичность процесса:

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial T}{\partial x}(d, t) = 0, \quad (3)$$

а начальное соответствует однородному распределению температуры:

$$T(x, 0) = T_0. \quad (4)$$

Предполагается, что полная деформация является суммой упругой ε_e и пластической ε_p деформаций:

$$\varepsilon \equiv \frac{\partial U}{\partial x} = \varepsilon_e + \varepsilon_p. \quad (5)$$

Отсюда

$$\dot{\sigma} = G \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \dot{\varepsilon}_p \right), \quad (6)$$

где G — модуль сдвига.

Определяющее уравнение вязкопластичного материала слоя принимается в виде простой степенной модели

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_*} \right)^m \left(\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_*} \right)^n \left(\frac{T}{T_*} \right)^{-\nu}. \quad (7)$$

Здесь m, n, ν — показатели чувствительности материала к скорости нагружения, деформационного упрочнения и термического разупрочнения соответственно; σ_0 — напряжение течения при $\dot{\varepsilon}_p = \dot{\varepsilon}_*$, $\varepsilon_p = \varepsilon_*$; $T = T_*$.

Численное моделирование. Для численного решения системы уравнений (1)–(7) на отрезке $[0, d]$ задается равномерная пространственная сетка:

$$x_i = i\Delta x, \quad i = 0, \dots, N, \quad x_N = d.$$

Пространственные производные на построенной сетке вычисляются с помощью сплайн-функций. Применение сплайнов для интерполяции функций и проведения численного дифференцирования и интегрирования описано в многочисленных источниках (см., например, [7]).

Интерполяционный кубический сплайн для функции $y = f(x)$, значения которой заданы в узлах сетки $y_i = f(x_i)$, записывается в виде

$$S(x) = y_i + C_{1,i}(x - x_i) + C_{2,i}(x - x_i)^2 + C_{3,i}(x - x_i)^3,$$

где $C_{1,i}, C_{2,i}, C_{3,i}$ — коэффициенты, подлежащие определению.

Шаг по времени Δt определяется из условия устойчивости решения по Куранту:

$$\dot{\varepsilon}\Delta t \leq \Delta x \min [1/C_s, \Delta x/(2r)], \quad (8)$$

где $r = \lambda/(\rho_0 c)$, $C_s = (G/\rho_0)^{1/2}$ — скорость упругой волны сдвига. Условие (8) является объединением условий устойчивости для уравнений движения и теплопроводности.

Отметим некоторые особенности, возникающие при моделировании с помощью системы (1)–(7) экспериментов со стержнями Кольского. Скорость деформирования в этих экспериментах составляет $\dot{\varepsilon}_0 \approx 10^2 \div 10^4$ 1/с, размер образца $2d = 2,5$ мм. В этом случае выполнение условия устойчивости для уравнения движения приводит к чрезвычайно малому шагу по времени. При параметрах G и ρ_0 , характерных для стали, и при $\Delta x = 0,01d$ (100 интервалов) шаг по времени составляет $\dot{\varepsilon}\Delta t \leq 10^{-11}$ и время счета одного варианта становится нереально большим. Однако в этом случае отношение скорости звука к скорости движения среды также велико:

$$C_s/V = G/(\rho_0 V) \approx 10^{19},$$

т. е. в каждый момент времени в материале реализуется однородное напряженное состояние ($\partial\sigma/\partial x = 0$). Таким образом, данный тип испытаний с этой точки зрения является квазистатическим и расчеты в этом случае можно проводить, исключив из системы соотношений (1)–(7) уравнение движения (1). После интегрирования уравнения (7) по x и t для напряжения получим выражение

$$\sigma(t) = G \left(\int_0^1 \varepsilon dx - \int_0^1 \varepsilon_p dx \right) = G \left(t - \int_0^1 \varepsilon_p dx \right).$$

Интегрирование функции $\varepsilon_p(x)$ проводится с помощью соответствующего сплайна.

Устойчивость решения системы в этом случае определяется условием Куранта для уравнения теплопроводности

$$\dot{\varepsilon}\Delta t \leq \Delta x^2/(2r) \approx 10^{-3}.$$

При таком шаге по времени время расчета одного варианта становится вполне приемлемым.

Система уравнений (1)–(7) реализована в численном коде SHEAR BAND на языке “Паскаль” в интегрированной среде Delphi.

Моделирование образования и развития полосы сдвига при простом сдвиге рассматривалось в работах [2, 3], где исследовалось влияние параметров материала на характер локализации, которое качественно согласуется с экспериментальными наблюдениями. В работе [3] на основании результатов моделирования сформулирован простой сравнительный критерий локализации. Численное моделирование широко используется в исследовании поведения полос сдвига. Однако, как правило, проводится качественное сравнение с экспериментальными данными. Несомненно, что большой интерес представляет прямое сравнение расчетных и экспериментальных данных. В настоящей работе проводится прямое сравнение результатов численного моделирования развития полосы сдвига с экспериментальными данными работ [4, 5]. В этих работах детально исследовано развитие полос сдвига при динамическом кручении трубчатых образцов из слаболегированных сталей (HY-100, 1080 CRS, 1020 HRS) с использованием крутильной установки Кольского. Скорости деформирования в этих экспериментах составляли $(1 \div 5) \cdot 10^3$ 1/с, поэтому расчеты проводились в квазистатическом приближении.

Для численного моделирования образования полосы сдвига необходимо задать некоторую начальную неоднородность, которая инициирует процесс развития неустойчивости пластического течения. В экспериментах [4, 5] такая неоднородность специальным образом не задавалась, однако, как отмечается в работе [4], по оси трубчатых образцов была выявлена разнотолщинность в пределах 5–10 %, обусловленная, по-видимому, технологией их изготовления. При расчетах эта неоднородность образца моделировалась локальными ослаблениями прочностного параметра σ_0 в виде

$$\sigma_0(x) = \sigma_{00}[1 - \delta \cos(\pi x/(2h))],$$

где δ — амплитуда возмущения; h — ширина зоны возмущения. Предварительные расчеты показали, что параметры δ и h существенно влияют на развитие процесса локализации и то обстоятельство, что разнотолщинность образцов в опытах не измерялась, в значительной степени затрудняет сопоставление результатов моделирования и эксперимента. В настоящей работе во всех расчетах для ширины зоны возмущения было принято значение $h = d$, а величина амплитуды возмущения выбиралась из условия совмещения расчетных и экспериментальных значений деформации $\varepsilon_{\sigma \max}$, при которой достигается максимум на диаграмме нагружения σ – ε . Отметим, что разброс величины $\varepsilon_{\sigma \max}$ от эксперимента к эксперименту весьма велик (приблизительно 50 %), что, по-видимому, связано с колебаниями неконтролируемой величины разнотолщинности образцов.

Результаты расчетов и сравнение их с экспериментом. Математическое моделирование экспериментов [4, 5] существенно облегчается тем, что по результатам предварительных экспериментов были подобраны параметры определяющего уравнения (7) для испытанных сталей. Однако следует отметить, что скорость пластической деформации, пластическая деформация и температура, реализующиеся в полосе сдвига, значительно выходят за границы тех областей, в которых эти параметры были определены. Поэтому некоторая корректировка этих параметров представляется вполне допустимой. Такой корректировке был подвергнут показатель деформационного упрочнения n и прочностной параметр σ_{00} . Цель этой корректировки состояла в том, чтобы расчетная диаграмма σ – ε находилась в диапазоне экспериментальных значений.

На рис. 2 представлены результаты расчетов и их сравнение с экспериментальными данными (для стали HY-100) с учетом разброса. Несмотря на то, что расчетная кривая

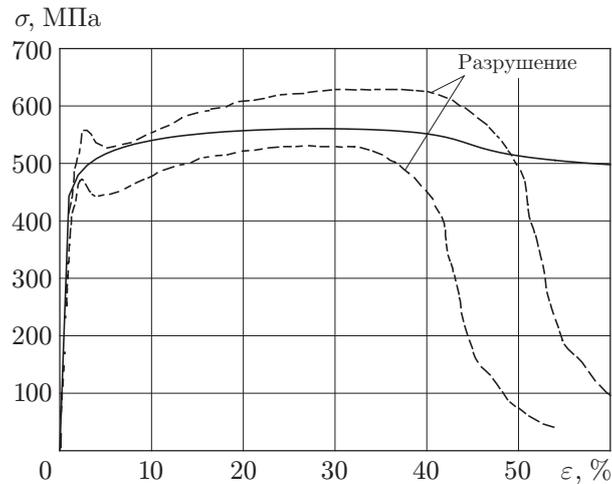


Рис. 2. Экспериментальная и расчетная диаграммы нагружения стали НУ-100 при нормальной температуре и скорости деформации 1600 с^{-1} : штриховые кривые — границы полосы разброса экспериментальных данных [4]; сплошная кривая — расчет

Марка стали	ν	n	m	σ_{00} , МПа	δ
НУ-100	0,33	0,08 (0,107)	0,0117	463 (510)	0,1
1018 CRS	0,38	0,015	0,019	486 (436)	0,022
1020 HRS	0,51	0,12	0,0133	296 (261)	0,015

укладывается в полосу разброса экспериментальных результатов, характер кривых различается. В частности, область упрочнения на экспериментальных кривых имеет большую продолжительность. Вследствие этого начальная стадия локализации пластической деформации в эксперименте регистрируется в непосредственной близости от максимума напряжения, в то время как в расчете заметная негетогенность появляется значительно раньше. Кроме того, падение напряжения (после достижения максимума) на экспериментальных кривых проходит быстрее, чем на расчетной кривой (участок резкого падения напряжения течения соответствует разрушению образца, и здесь сравнение с расчетной кривой не имеет смысла). В связи с этим следует признать, что предложенное в [4, 5], определяющее соотношение в виде степенного закона, не лучшим образом описывает экспериментальную диаграмму нагружения стали НУ-100, даже при игнорировании “зуба текучести”. Тем не менее это определяющее уравнение было использовано в расчетах.

В таблице приведены использованные в расчетах значения параметров определяющего соотношения (7), которые в основном совпадают с экспериментальными значениями [4, 5]. Для параметров, которые корректировались при проведении расчетов, в скобках приведены их экспериментальные значения. Дополнительно для всех сталей использовались параметры $\gamma = 1$, $d = 1,25 \text{ мм}$, $\lambda = 54 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, $\rho_0 = 7900 \text{ кг}/\text{м}^3$, $c = 500 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $G = 81 \text{ ГПа}$.

В работе [4] для стали НУ-100 проведены измерения ширины зоны сдвига и деформации в этой зоне. Ширина полосы сдвига определялась как длина отрезка по оси образца, который соответствует постоянному наклону линии сетки, нанесенной методом литографии на поверхность образца перед нагружением. Однако допустимая степень отклонения от этого наклона не приводится. Поэтому в расчетах за ширину зоны сдвига принималась ширина области, в которой величина пластической деформации превышала 70 % своего максимального значения (по аналогии с принятым в электротехнике определением шири-

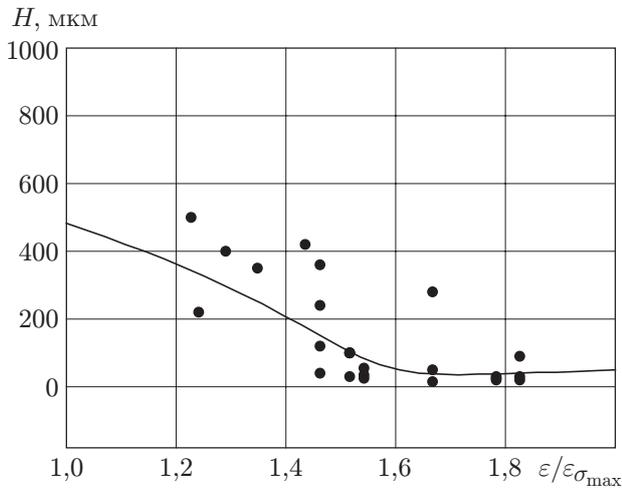


Рис. 3

Рис. 3. Зависимость ширины полосы сдвига от средней нормированной деформации для стали НУ-100:

точки — эксперимент [4]; сплошная кривая — расчет

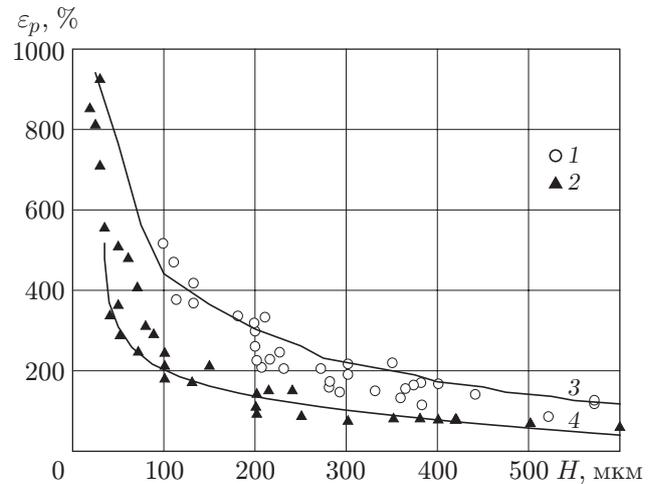


Рис. 4

Рис. 4. Зависимость средней деформации в полосе сдвига от ширины полосы:

1, 2 — эксперимент [4] (1 — для стали 1018 CRS, 2 — для стали НУ-100); 3, 4 — расчет (3 — для стали 1018 CRS, 4 — для стали НУ-100)

ны импульса). Таким образом, методы определения ширины зоны сдвига H , принятые в эксперименте и расчетах, вообще говоря, различны. Поэтому первоначально предполагалось выяснить наличие корреляции между ними. Однако достаточно неожиданно оказалось, что расчетные данные весьма удовлетворительно совпадают с экспериментальными (рис. 3). На рис. 3 по оси абсцисс отложена средняя по образцу номинальная деформация, нормированная на деформацию, при которой напряжение течения становится максимальным. Введение такой переменной объясняется следующим образом. Согласно сложившимся представлениям о начале процесса локализации, подтвержденным и экспериментальными данными [4, 5], точкой отсчета процесса формирования полосы сдвига является деформация, при которой напряжение течения достигает максимума. Однако разброс значений $\varepsilon_{\sigma_{\max}}$ в экспериментах достаточно велик, и в связи с этим представляется правильным использовать именно нормированное значение деформации.

На рис. 4 приведено сопоставление экспериментальной и расчетной зависимостей средней деформации в полосе сдвига от ширины полосы для сталей НУ-100 и 1018 CRS. Видно, что расчетные данные хорошо согласуются с экспериментальными в области значений ширины сдвига от 30 до 600 мкм. Очень большие экспериментальные значения деформации в полосе сдвига $\varepsilon > 600$ % для стали НУ-100 соответствуют третьей стадии развития процесса локализации, которая характеризуется существенной неоднородностью деформации по окружности образца. Кроме того, полоса сдвига на этой стадии уже не лежит в одной плоскости сечения образца. Таким образом, развитие полосы сдвига становится существенно неоднородным и не может быть промоделировано с помощью одномерной программы.

Измерения изменения температуры во времени в работе [4] проводились с помощью регистрации инфракрасного излучения с поверхности образца в двенадцати точках вдоль его оси. Однако представленные трехмерные графики “время — номер датчика — зарегистрированный датчиком сигнал”, к сожалению, не могут быть использованы для сравнения с

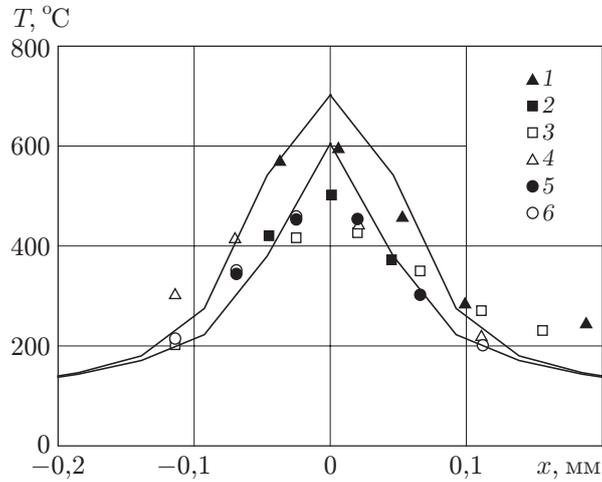


Рис. 5. Распределение температуры по оси образца в окрестности полосы сдвига: сплошные кривые — расчет; точки 1–6 соответствуют экспериментальным данным из работы [5]

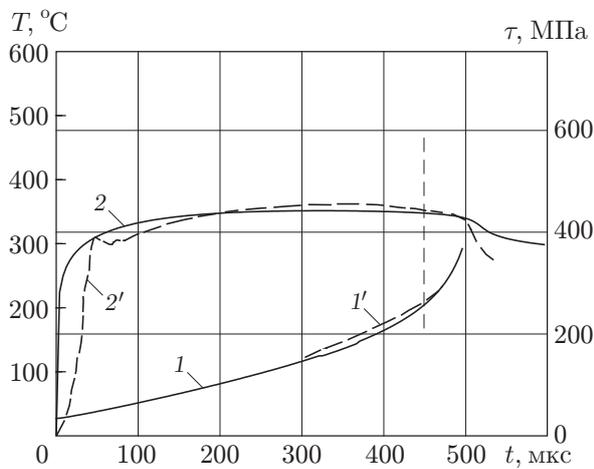


Рис. 6

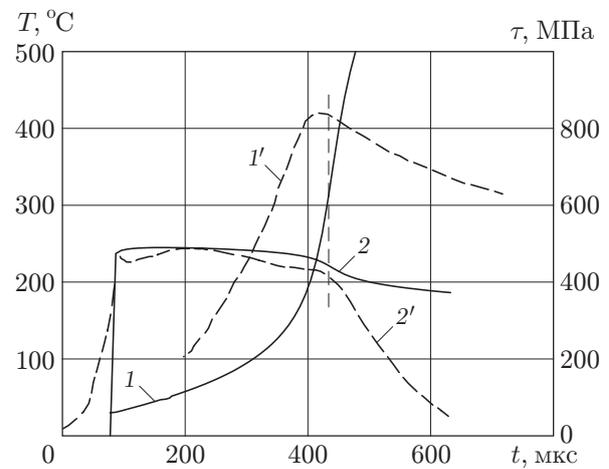


Рис. 7

Рис. 6. Зависимость температуры (кривые 1 и 1') и напряжения (кривые 2 и 2') от времени для стали 1020 HRS ($\dot{\epsilon}_0 = 2400 \text{ c}^{-1}$): штриховые кривые — эксперимент [5]; сплошные кривые — расчет; вертикальная штриховая линия соответствует моменту разрушения образца

Рис. 7. Зависимость температуры (кривые 1 и 1') и напряжения (кривые 2 и 2') от времени для стали 1018 CRS ($\dot{\epsilon}_0 = 1100 \text{ c}^{-1}$): штриховые кривые — эксперимент [5]; сплошные кривые — расчет; вертикальная штриховая линия соответствует моменту разрушения образца

расчетным изменением температуры во времени в различных точках по оси образца. Для сравнения использованы данные распределения температуры по оси. Средняя деформация образца ε_{\max} на момент разрушения, так же как и деформация $\varepsilon_{\sigma \max}$, имеет значительный разброс, при этом между ними наблюдается явная корреляция. Вследствие этой корреляции разброс нормированной величины $\varepsilon_{\max}/\varepsilon_{\sigma \max}$ значительно меньше и находится в диапазоне $1,8 \div 2,0$. Распределение температуры было рассчитано для этих крайних значений максимальной деформации. Поскольку температура, измеряемая в эксперименте, является средней по размеру пятна (35 мкм), с которого снимается инфракрасное излучение, для сравнения с экспериментом соответствующим образом были осреднены и расчетные результаты. На рис. 5 приведено сравнение расчетных и экспериментальных данных. Из представленных графиков видно, что данные расчетов, проведенных для двух крайних значений максимальной деформации, хорошо согласуются с экспериментальными результатами.

На рис. 6 и 7 представлены экспериментальные и расчетные диаграммы нагружения во времени сталей 1020 HRS и 1018 CRS [5] и зависимости от времени температуры в центре полосы сдвига. Видно, что для стали 1020 HRS получено хорошее соответствие экспериментальных данных расчетным, в то время как в случае нагружения стали 1018 CRS соответствие носит в основном качественный характер.

Таким образом, несмотря на простой и, как отмечалось выше, не вполне адекватный экспериментальным данным тип определяющего уравнения, результаты численного моделирования вполне удовлетворительно описывают результаты экспериментальных исследований по динамическому кручению образцов из сталей HY-100, 1018 CRS и 1020 HRS.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Zener C., Hollomon J. H.** Effect of strain rate on plastic flow of steel // J. Appl. Phys. 1944. V. 15. P. 22–32.
2. **Shawki T. G., Clifton R. J.** Shear band formation in thermal viscoplastic materials // Mech. Mater. 1987. N 8. P. 13–43.
3. **Елькин В. М.** Локализация пластического течения при простом сдвиге // ПМТФ. 1992. № 5. С. 146–151.
4. **Hartley K. A., Duffy J., Hewley R. H.** Measurement of the temperature profile during shear band formation in steel deforming at high strain rates // J. Mech. Phys. Solids. 1987. V. 35, N 3. P. 283–301.
5. **Marchand A., Duffy J.** An experimental study of the formation process of adiabatic shear bands in a structural steel // J. Mech. Phys. Solids. 1987. V. 36, N 3. P. 251–283.
6. **Clifton R. J., Duffy J., Hartley K. A., et. al.** On critical condition for shear band formation at high strain rates // Scripta Metallurg. 1984. V. 18. P. 443–448.
7. **Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л.** Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980.

Поступила в редакцию 19/1 2004 г.