

УДК 539.374+376

ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ПОЛЗУЧЕСТИ И РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ БАЛОК И КРУЧЕНИИ ВАЛОВ УРАВНЕНИЯМИ СО СКАЛЯРНЫМ ПАРАМЕТРОМ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ

Б. В. Горев, И. Д. Клопотов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Представлены результаты расчетных и экспериментальных данных применительно к испытаниям изгиба балок постоянным моментом и кручения сплошных валов с постоянной скоростью угла закручивания. Подтверждена непротиворечивость использования кинетических уравнений ползучести и повреждаемости со скалярным параметром для описания процесса деформирования при неоднородном напряженном состоянии.

В работе [1] предложена конкретизация определяющих уравнений ползучести со скалярным параметром повреждаемости, позволяющая определять последний по данным экспериментов на растяжение-сжатие и кручение. Установлено, что для разносопротивляющихся ползучести материалов процессы накопления повреждений при растяжении и сжатии различны.

В настоящей работе на примере расчета и сравнения с экспериментальными данными чистого изгиба прямоугольных балок и кручения сплошных валов из сплава АК4-1Т обосновывается возможность применения уравнений ползучести и повреждаемости [1] для описания процесса деформирования при неоднородном напряженном состоянии.

1. Изгиб балок постоянным моментом. Рассмотрим чистый изгиб прямоугольной балки шириной b и высотой h под действием постоянного внешнего момента M . Считая, что полная деформация в произвольной точке балки на любой момент времени складывается из упругой деформации и деформации ползучести, из уравнений равновесия

$$b \int_{-h/2}^{h/2} \sigma z dz = M, \quad \int_{-h/2}^{h/2} \sigma dz = 0$$

с учетом гипотезы плоских сечений находим кривизну балки \varkappa , смещение нейтральной линии δ и напряжение σ , действующее в точке на расстоянии z от срединной поверхности:

$$\varkappa = \frac{M}{EJ} + \frac{b}{J} \int_{-h/2}^{h/2} \varepsilon^c z dz; \quad (1)$$

$$\delta = -\frac{1}{\varkappa h} \int_{-h/2}^{h/2} \varepsilon^c dz; \quad (2)$$

$$\sigma = E\varkappa(z - \delta) - E\varepsilon^c, \quad (3)$$

Растяжение				Сжатие					
m	$B_A \cdot 10^9,$ МДж/(м ³ ·с)	$B_\omega \cdot 10^9,$ 1/с	$\zeta \cdot 10^4,$ МПа ⁻²	$\beta \cdot 10^4,$ МПа ⁻²	m	$\bar{B}_A \cdot 10^9,$ МДж/(м ³ ·с)	$\bar{B}_\omega \cdot 10^9,$ 1/с	$\bar{\zeta} \cdot 10^4,$ МПа ⁻²	$\bar{\beta} \cdot 10^4,$ МПа ⁻²
2	3,0	2,014	2,09	1,611	5	8,608	0,84575	1,515	1,2906

где E — модуль упругости материала; $J = bh^3/12$ — осевой момент инерции сечения балки.

Подставляя выражение для напряжения (3) в уравнения ползучести и повреждаемости для чистого изгиба балки

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= \frac{B_A(\exp \zeta \sigma^2 - 1)}{(1 - \omega)^m} \vartheta(\sigma) + \frac{\bar{B}_A(\exp \bar{\zeta} \sigma^2 - 1)}{(1 - \omega)^{\bar{m}}} \bar{\vartheta}(-\sigma), \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{B_\omega(\exp \beta \sigma^2 - 1)}{(1 - \omega)^m} \vartheta(\sigma) + \frac{\bar{B}_\omega(\exp \bar{\beta} \sigma^2 - 1)}{(1 - \omega)^{\bar{m}}} \bar{\vartheta}(-\sigma), \end{aligned} \quad (4)$$

где $dA/dt = (d\varepsilon^c/dt) \sigma$; $\vartheta(x) = 1$ при $x > 0$, $\vartheta(x) = 0$ при $x \leq 0$; $B_A, \zeta, m, B_\omega, \beta$ — характеристики на растяжение, $\bar{B}_A, \bar{\zeta}, \bar{m}, \bar{B}_\omega, \bar{\beta}$ — на сжатие, получим систему трех интегродифференциальных уравнений относительно A, ω, ε^c .

Как и в [2], разбивая сечение балки по высоте и заменяя интегралы конечными суммами, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, которая решалась методом Рунге — Кутты. Расчет проводился с использованием характеристик материала для сплава АК4-1Т при температуре 200 °С [1], приведенных в таблице. Модуль упругости $E = 60$ ГПа, размеры балки $200 \times 10 \times 20$ мм, число разбиений по высоте принималось $k = 64$. Начальные данные при $t = 0$: $\varepsilon_k^c = A_k = \omega_k = 0$.

На рис. 1 линиями представлены расчетные, точками — экспериментальные значения $\varkappa = \varkappa(t)$ для трех величин изгибающего момента. Максимальные напряжения в начальный момент $\sigma_{\max}(0) = 264,87; 235,44; 196,20$ МПа (кривые 1–3 соответственно). Все эксперименты на изгиб доводились до разрушения (звездочками отмечены значения \varkappa_* , соответствующие времени разрушения t_*). Кривизна балки рассчитывалась по измеряемому в эксперименте прогибу W на базе замера $l_0 = 100$ мм по формуле $\varkappa = 8W/l_0^2$.

На рис. 2,а показаны расчетные эпюры напряжений в поперечном сечении балки в моменты времени $t = 0; 61; 181; 601$ ч (кривые 1–4 соответственно) в эксперименте с $\sigma_{\max}(0) = 235,44$ МПа. Видно, что происходит существенное перераспределение напряжений по сечению балки во времени, и непосредственно перед разрушением растягивающие

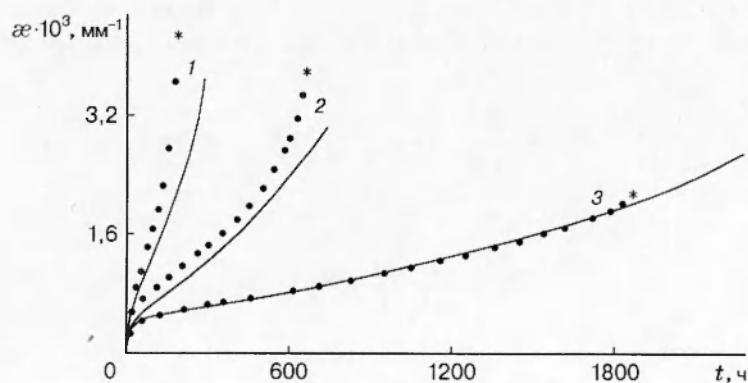


Рис. 1

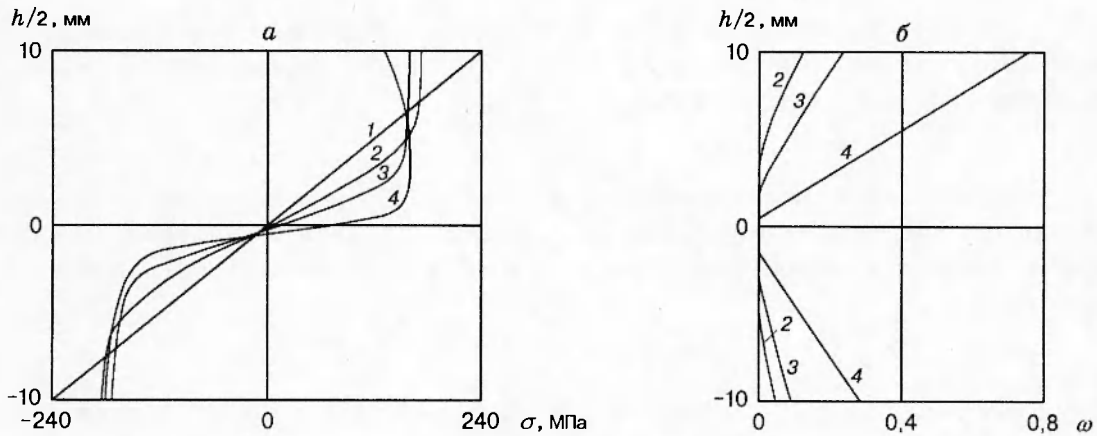


Рис. 2

волокна балки перестают сопротивляться деформированию. Распределение повреждаемости по высоте балки в различные моменты времени приведено на рис. 2, б, из которого следует, что повреждаемость в растягивающей области балки накапливается интенсивнее и приводит к разрушению балки в этой области.

На рис. 3 приведено распределение работы рассеяния при ползучести по сечению балки для эксперимента с $\sigma_{\max}(0) = 264,87$ МПа в моменты времени $t = 20,5; 200; 240$ ч (кривые 1–3). Отметим, что работа рассеяния в волокнах, работающих на растяжение и сжатие (симметрично расположенных относительно срединной поверхности), практически одинакова при существенно различном накоплении повреждений в них.

Экспериментально установлено и подтверждено расчетами, что у материалов с разными свойствами на растяжение и сжатие при изгибе постоянным моментом разрушение начинается в крайнем волокне, испытывающем растяжение.

2. Кручение сплошных валов с постоянной скоростью угла закручивания.

При анализе кручения сплошного вала считаем, что поперечные сечения остаются плоскими, а радикальные волокна — прямыми. Тогда в цилиндрических координатах имеем только деформацию сдвига $\gamma = 2\varepsilon_{\varphi z} = \theta r$, отличную от нуля. Скорости погонного угла закручивания $\dot{\theta}$ будем задавать такими, чтобы напряжения по радиусу вала r в любой

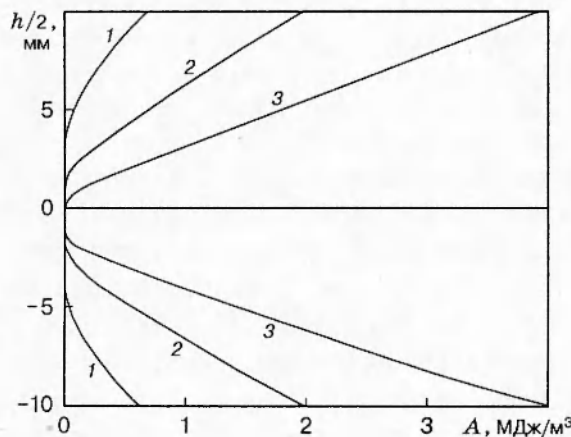


Рис. 3

момент времени не превосходили предела упругости материала, т. е., как и для балки, считаем, что общая деформация складывается из упругой составляющей деформации и составляющей деформации ползучести

$$\gamma = \tau/G + \gamma^c, \quad (5)$$

где G — модуль сдвига. После дифференцирования (5) по времени получим уравнение для вычисления касательного напряжения τ по радиусу вала во времени в зависимости от скорости сдвиговой деформации ползучести $\dot{\gamma}^c$ и заданной скорости погонного угла закручивания $\dot{\theta}$

$$\frac{d\tau}{dt} = G(\dot{\theta}r - \dot{\gamma}^c). \quad (6)$$

Скорость сдвиговой деформации определяется в соответствии с кинетическими уравнениями ползучести и повреждаемости со скалярным параметром, коэффициенты уравнений для чистого кручения определялись по методике, изложенной в [1]. Эксперименты проводились на сплошных круглых образцах диаметром 20 мм с рабочей длиной 40 мм, находящихся под действием постоянного крутящего момента. Использование сплошных образцов вызвано необходимостью достоверного определения деформаций при разрушении, так как в испытаниях на тонкостенных образцах при высоких уровнях напряжений, когда сдвиговые деформации при разрушении достигают 10 % и более, перед разрушением наблюдается геометрическая потеря устойчивости тонкостенных образцов.

Обработка экспериментальных данных на сплошных образцах проводилась по методу характеристических параметров [3, 4]. При кручении сплошного образца происходит процесс перераспределения напряжений. Однако существует достаточно малая область, в которой поведение материала можно описывать уравнениями одноосного напряженного состояния $\tau - \gamma$ [3, 4]. Этой областью является окрестность точки с координатой в характеристической точке пересечения эпюр упругого и «установившегося» напряжений

$$\hat{r} = (J_{1p}/J_{np})^{n/(n-1)}. \quad (7)$$

Здесь $J_{np} = 2\pi \int_0^R \rho^{2+1/n} d\rho$ — обобщенный полярный момент инерции поперечного сечения; n — показатель ползучести; R — радиус образца.

Напряжение в характеристической точке при стационарных условиях нагружения практически не меняется и остается равным исходному — упругому значению вплоть до разрушения. Экспериментами и расчетами показано, что координата \hat{r} практически не зависит от величины действующего внешнего момента и свойств материала [3–6].

В соответствии с теоретически и экспериментально обоснованным методом кривые одноосного деформирования (диаграммы) строятся по значению касательных напряжений и деформаций сдвига в характеристической точке $\hat{\tau} = (M/W_{1p})(\hat{r}/R)$, $\hat{\gamma} = \theta\hat{r}$, где W_{1p} — упругий момент сопротивления кручению.

Когда неизвестен показатель ползучести (как в данном случае), с достаточной степенью точности [5, 6] в качестве характеристической точки может быть использована точка пересечения эпюр в упругом и идеально пластическом состояниях ($n \rightarrow \infty$). В этом случае имеем $\hat{r} = 3R/4$, тогда выражения для $\hat{\gamma}$, $\hat{\tau}$ и соответственно для $\hat{\epsilon}_i$ и $\hat{\sigma}_i$ принимают следующий вид: $\hat{\gamma} = 3\theta R/4$, $\hat{\tau} = 3M/(4W_{1p})$, $\hat{\epsilon}_i = \sqrt{3}\theta R/4$, $\hat{\sigma}_i = \sqrt{3}\hat{\tau}$.

На рис. 4 точками представлены экспериментальные значения зависимости работы рассеяния от времени $\hat{A}(t)$ в характеристической точке (звездочками отмечены значения в момент разрушения) для кручения сплошных круглых образцов из сплава АК4-1Т при температуре 250 °С, находящихся под действием постоянного момента. Кривые 1–7 соответствуют значениям интенсивности напряжений в характеристической точке

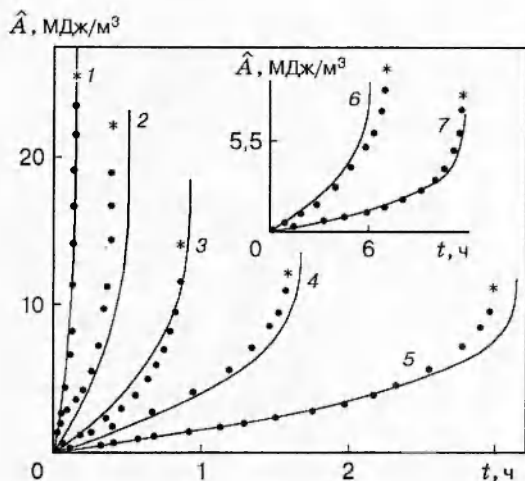


Рис. 4

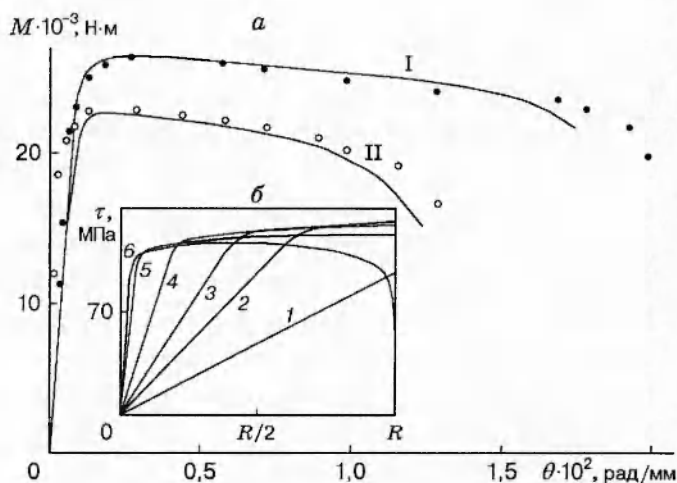


Рис. 5

$\hat{\sigma}_i = 230; 210; 200; 190; 180; 170; 160$ МПа. Сплошными линиями показана аппроксимация кривых деформирования с использованием степенного закона

$$\frac{dA}{dt} = \frac{B_A \sigma_i^n}{(1 - \omega)^m}, \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{B_\omega \sigma_i^k}{(1 - \omega)^m} \quad (8)$$

со следующими значениями параметров: $B_A = 2,79 \cdot 10^{-40}$ МПа $^{1-n} \cdot c^{-1}$, $n = 16$, $m = 2$, $B_\omega = 3,39 \cdot 10^{-31}$ МПа $^{-k} \cdot c^{-1}$, $k = 11,5$, $G = 17$ ГПа.

Определяющие уравнения (8) совместно с (6) дают систему дифференциальных уравнений для решения поставленной задачи

$$\frac{d\tau}{dt} = G \left(\dot{\theta} r - \frac{(\sqrt{3})^n B_A \tau^{n-1}}{(1 - \omega)^m} \right), \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{(\sqrt{3})^k B_\omega \tau^k}{(1 - \omega)^m}.$$

Расчет проводился, как и для балки, методом Рунге — Кутты с переменным шагом интегрирования, количество точек разбиения от оси по радиусу вала принималось равным 32. В качестве начальных условий при $t = 0$ принимается $\tau = 0$, $\omega = 0$. Расчет проводился для сплошных валов с указанными выше размерами для двух постоянных скоростей погонного угла закручивания.

На рис. 5,а точками представлены экспериментальные данные $M = M(\theta)$, линиями — расчетные зависимости для скорости погонного угла закручивания $\dot{\theta} = 1,14 \cdot 10^{-5}$; $1,08 \cdot 10^{-6}$ рад/(мм·с) (кривые I, II соответственно).

На рис. 5,б показаны эпюры касательных напряжений по радиусу вала в моменты времени $t = 50; 10^2; 1,5 \cdot 10^2; 3 \cdot 10^2; 9 \cdot 10^2; 1,5 \cdot 10^3$ с (кривые 1–6) для $\dot{\theta} = 1,08 \cdot 10^{-6}$ рад/(мм·с).

Удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных значений при стационарных и нестационарных режимах нагружения в испытаниях на изгиб балок и кручение валов вплоть до разрушения подтверждает непротиворечивость использования уравнений ползучести и повреждаемости с одинаковым показателем разупрочнения m в обоих уравнениях для описания процесса деформирования при неоднородном напряженном состоянии.

Авторы выражают благодарность Т. Э. Захаровой за помощь в проведении расчета кручения валов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горев Б. В., Клопотов И. Д. К описанию процесса ползучести и длительной прочности по уравнениям с одним скалярным параметром повреждаемости // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 5. С. 92–102.
2. Горев Б. В. К расчету на неустановившуюся ползучесть изгибаемого бруса из материала с разными характеристиками на растяжение и сжатие // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1973. Вып. 14. С. 44–51.
3. Горев Б. В. К оценке ползучести и длительной прочности по методу характеристических параметров. I // Пробл. прочности. 1979. № 4. С. 30–36.
4. Горев Б. В. К построению кривых деформирования при кручении // Завод. лаб. 1978. Т. 44, № 12. С. 1511–1514.
5. Горев Б. В. К определению длительности до разрушения элементов конструкций по методу характеристического напряжения // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1976. Вып. 25. С. 18–23.
6. Горев Б. В., Заев В. В. К определению координат характеристической точки в элементах конструкций при ползучести // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1977. Вып. 28. С. 143–151.

Поступила в редакцию 22/IV 1998 г.
