

Вычисление суммарного значения потока тепла и его составляющих не представляло труда, так как необходимые значения температуры θ ранее были получены из решения интегрального уравнения (6). Расчеты проводились для $S_k = 10$, $f(\xi) = 1$, $\theta_1 = 0.1$, $\theta_2 = 1$. На фиг. 4 представлена зависимость радиационной составляющей теплового потока $\Phi(\xi)$ от безразмерной координаты для различных значений критерия B_0 при $r_1 = 0.9$, $r_2 = 0.1$.

Аналогичная зависимость для радиационной составляющей представлена на фиг. 5 при $S_k = 10$, $f(\xi) = 1$, $r_1 = r_2 = 0.1$; кривым 1, 2, 3, 4, 5, 6 соответствуют значения $B_0 = 0, 0.25, 0.5, 1.0, 2.0, 4.0$. Наблюдаются характерные максимумы (фиг. 4 и фиг. 5), которые по мере возрастания числа B_0 смещаются в сторону горячей стенки. Такое смещение максимумов может быть объяснено влиянием конвективной составляющей потока на суммарный поток тепла и, в частности, на его радиационную составляющую. Уровень экстремальных значений потока в значительной мере определяется оптическими свойствами горячей стенки. В случае низких излучательных способностей (фиг. 4) с ростом критерия B_0 максимальные значения радиационных потоков снижаются и, наоборот, если горячая стенка является хорошо излучающей, характер зависимости потоков от B_0 меняется на обратный (фиг. 5).

Поступила 2 XII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. К у т а т е л а д з е С. С., Р у б ц о в Н. А. Лучисто-конвективный теплообмен в плоском слое поглощающей завесы. ПМТФ, 1968, № 6.
2. Б у р к а А. Л., Р у б ц о в Н. А. Нестационарный радиационно-кондуктивный перенос тепла в плоском слое серой поглощающей среды. ПМТФ, 1971, № 1.
3. К а н т о р о в и ч Л. В. О методе Ньютона. Тр. Матем. ин-та АН СССР, 1949, т. 28.
4. S p a r g o w E. M., C e s s R. D. Radiation heat transfer. California, Brooks Cole Publ., Co., 1966.

УДК 538.56

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ГЛУБОКОЙ ВОДЫ

В. Ф. Марченко, А. Ф. Целыковский

(Москва)

Рассмотрены характерные черты параметрической генерации гравитационных волн на поверхности глубокой воды. Найдены пороговые условия возникновения генерации, результаты сравнены с данными эксперимента. Отмечены особенности возбуждения параметрических колебаний в резонаторе.

Резонансное взаимодействие для поверхностных гравитационных волн проявляется в третьем порядке приближения по параметру $\mu \sim (ka)$ (k — волновое число, a — амплитуда невозмущенной волны) и удовлетворяет условиям

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4, \quad \omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \quad (1)$$

Хорошо излученными примерами такого рода взаимодействий могут служить явления неустойчивости волны Стокса по отношению к малым возмущениям частоты и амплитуды, синхронной генерации третьей гармоники [1, 2]. Частным видом взаимодействий, удовлетворяющих условиям (1), является параметрическая неустойчивость интенсивной волны, проявляющаяся в самовозбуждении при определенных условиях пары волн, имеющих частоты, близкие к частоте основной волны (накачки). Экспериментально поперечное рассеяние волн на стоячей волне накачки наблюдалось как в лабораторных [3], так и естественных (прибрежной кромке залива) условиях [4]. Однако в отличие от параметрической неустойчивости второго порядка (генерации волн субгармоники [3, 5]) параметрическая неустойчивость поверхностных волн в кубической среде мало исследована. С физической точки зрения это явление аналогично рассеянию волн на волнах в других нелинейных средах, например рассеянию света на свете, хорошо изученному в нелинейной оптике [6, 7]. Отмеченная аналогия позволяет

выяснить характерные черты параметрической неустойчивости третьего порядка поверхностных гравитационных волн.

Рассмотрим случай вырожденного параметрического взаимодействия, при котором

$$\begin{aligned} |\mathbf{k}_1| &= |\mathbf{k}_2| = |\mathbf{k}_3| = |\mathbf{k}_4| = k \\ \omega_1 &= \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 \\ \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 &\perp \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4; \quad \mathbf{k}_1 \rightleftharpoons \mathbf{k}_2; \quad \mathbf{k}_3 \rightleftharpoons \mathbf{k}_4 \end{aligned} \quad (2)$$

Плоская волна накачки с частотой ω_1 образует стоячую волну в слое $[y = 0, y = L]$; возбуждаемые волны с частотами $\omega_3 = \omega_4 = \omega$ распространяются вдоль слоя навстречу друг другу.

Уравнения для медленно меняющихся амплитуд рассеянных волн получим из динамического условия постоянства давлений на свободной поверхности глубокой жидкости ($z = 0$), которое в пренебрежении капиллярными явлениями можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Phi_{tzz} - g(\Phi_{xx} + \Phi_{yy}) + 1/2g(\eta^2\Phi_{zzz})_z - g(\eta\Phi_{xz}\eta_x)_z - g(\eta\eta_y\Phi_{yz})_z + 1/2(\eta^2\Phi_{tzz})_{tz} + \\ + (\eta\Phi_x\Phi_{xz})_{tz} + (\eta\Phi_z\Phi_{zz})_{tz} + (\eta\Phi_y\Phi_{yz})_{tz} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

где $\Phi(x, y, z, t)$ — гидродинамический потенциал, $z = \eta(x, y, t)$ — форма поверхности жидкости, g — ускорение силы тяжести. Представляя решение (3) в виде

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 = a_1 \cos kye^{i\omega t} + a_3 e^{i(\omega t - kx)} + a_4 e^{i(\omega t + kx)} + (\dots)^*$$

(здесь через $(\dots)^*$ обозначено комплексно сопряженное выражение) и используя связь между η и Φ в нулевом приближении $\Phi = -i\omega k^{-1}\eta$ при $z = 0$, получим

$$\frac{da_3}{dx} - \frac{1}{2}ik^3 a_4^* a_1^2 = 0, \quad \frac{da_4}{dx} + \frac{1}{2}ik^3 a_3^* a_1^2 = 0 \quad (4)$$

Задавая условия излучения на концах слоя длиной l в виде

$$a_3(0) = a_4(l) = 0, \quad a_3(l) = a_4(0) = a_0 \quad (5)$$

получим решение (4) в приближении заданной накачки

$$\begin{aligned} a_3 = a_0 \sin(\sigma a_1^2 x), \quad a_4 = a_0 \cos(\sigma a_1^2 x) \\ (\sigma = 1/2 k^3, \quad k = \omega^2 / g) \end{aligned} \quad (6)$$

Эти распределения амплитуд имеют смысл лишь при генерации вблизи порога. Решение (6) позволяет определить пороговое значение амплитуды накачки, которое дается выражением [8]

$$\sigma a_{*}^2 l = \pi / 2 \quad (7)$$

Здесь звездочкой снизу обозначена пороговая амплитуда накачки.

С учетом затухания рассеянных волн на этапе укороченных уравнений (для этого достаточно в уравнении (4) добавить члены $\sim \alpha a_{3,4}$) выражение для пороговой амплитуды накачки примет вид

$$a_{*}^2 = \left\{ \left(\frac{\pi}{2\sigma l} \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{\sigma} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (8)$$

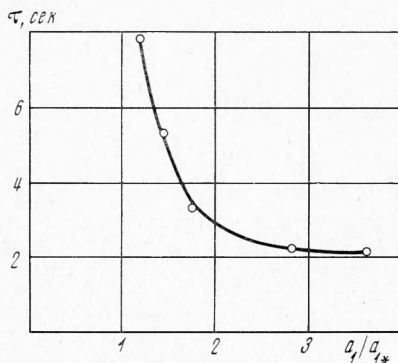
При больших l порог определяется в основном величиной потерь α .

В недовозбужденном режиме колеблющийся слой представляет собой усилитель поверхностных волн, направленных вдоль слоя и имеющих частоту, близкую к частоте накачки. Отметим, что если исключить перенос жидкости, при описанной выше параметрической генерации всегда выполняется точный синхронизм, поскольку нелинейные поправки к волновым векторам \mathbf{k}_3 и \mathbf{k}_4 , направленным противоположно, компенсируют друг друга.

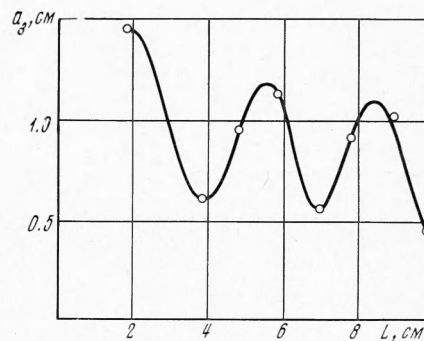
Экспериментально параметрическая генерация на частоте накачки изучалась в резонаторе, представляющим собой узкий канал с колеблющейся широкой стенкой (волнопродуктором). Ширина канала не превышала 1—4 полутолщины накачки. Установка описывается в работе [3]. Частота колебаний волнопродуктора была фиксированной и равнялась 5.6 гц. Глубина воды в канале $h \sim 10$ см. Амплитуда накачки менялась путем изменения хода волнопродуктора, размах колебаний которого на уровне поверхности жидкости лежал в пределах от 0 до 0.5 см.

Для измерения амплитуд волн использовался оптический метод. Луч лазера He — Ne, отраженный от поверхности жидкости при наличии генерации в канале, в общем случае описывал на экране эллипс. Измерив параметры эллипса (размеры полуосей и их наклон), можно было определить значения амплитуд и фаз взаимодействующих волн.

Параметрическая генерация волны с частотой ω наблюдалась как в резонансных, так и нерезонансных условиях (в последнем случае на краях канала использовались плавные согласователи). Рассеянные волны возникают в виде поперечной структуры, направленной вдоль фронта пучности волны накачки, причем колебания в двух соседних пучностях отличаются на π . Это говорит о том, что фазы рассеянных волн могут иметь значения либо 0, либо π относительно фазы накачки.



Фиг. 1



Фиг. 2

Для нерезонансного случая характерным является существование при фиксированной длине слоя пороговой амплитуды накачки, начиная с которой возникает генерация (7). Сравнение теоретических a_{1*} (при $\alpha = 0$) и экспериментальных a'_{1*} значений пороговой амплитуды накачки для различных l приведено ниже

l , см	20	30	40
a_{1*} , см	0.28	0.22	0.20
a'_{1*} , см	0.30	0.24	0.19

Поперечная структура представляла собой суперпозицию двух бегущих навстречу друг другу волн, амплитуды которых плавно менялись от нулевых значений на одном конце канала до максимальных значений на другом.

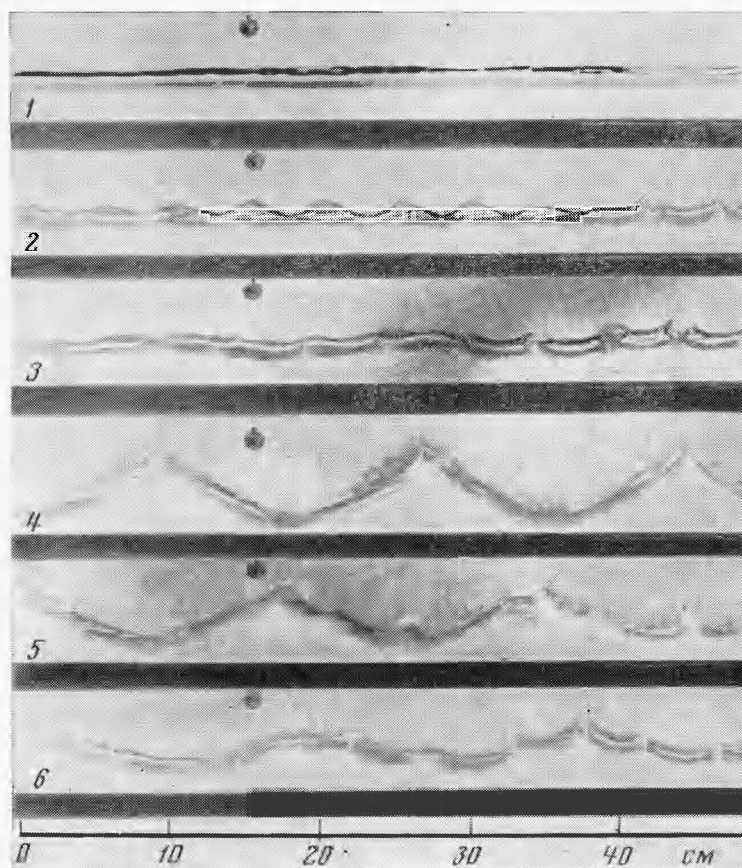
Были проведены измерения времени установления параметрической генерации в зависимости от амплитуды накачки (фиг. 1). Как следует из графика, время установления τ с ростом a_1 уменьшается, стремясь к предельному значению $\tau \approx 2$ сек, которое близко к времени одного прохода рассеянной волны вдоль слоя ($l = 50$ см). При изменении ширины слоя L ($l = \text{const}$) максимальные значения амплитуд a_3 и a_4 имеют место при резонансе основной волны (фиг. 2).

Полученные экспериментальные результаты хорошо подтверждают рассмотренный выше механизм рассеяния волн.

Параметрическое возбуждение колебаний в резонаторе имеет некоторые особенности. Как показали эксперименты по возбуждению поперечных волн, в прямоугольном резонаторе возможны три вида колебаний. При больших глубинах ($h \gtrsim 5$ см) устанавливаются устойчивые колебания субгармоники. Амплитуда колебаний превышает амплитуду накачки, что свидетельствует о том, что ответственными за этот вид генерации являются колебания среднего уровня воды в резонаторе. Как правило, появлению стоячей волны на частоте $\omega/2$ предшествует поперечная структура волн на частоте ω , установление которой происходит быстрее, нежели установление субгармонических колебаний.

В некотором интервале ($h \approx 4-5$ см) субгармонические колебания неустойчивы, происходит периодическая перекачка энергии из одного типа колебаний в другой и обратно. Динамика этого процесса показана на фотографиях фиг. 3, изображающих форму поперечных колебаний в резонаторе. Фотография 1 сделана через 1 сек после включения волнопродуктора, фотографии 2 — 6 — последовательно с интервалом 5 сек. При меньших глубинах возникает преимущественно устойчивое рассеяние на частоте накачки. Увеличение порога параметрической генерации на частоте субгармоники при уменьшении h связано, по-видимому, с перераспределением энергии накачки в высшие

гармоники. Даже в узком канале форма стоячей волны уже сильно отличается от синусоидальной, при этом наблюдается рассеяние на некратных частотах, в первую очередь на частоте $3/2 \omega$.



Фиг. 3

Авторы благодарят В. Н. Пшеничникова, принимавшего участие в проведении экспериментов.

Поступила 1 XII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Филлипс О. М. Теоретические и экспериментальные исследования взаимодействий гравитационных волн. Сб. «Нелинейная теория распространения волн», М., «Мир», 1970.
2. Захаров В. Е. Устойчивость периодических волн конечной амплитуды на поверхности глубокой жидкости. ПМТФ, 1968, № 2.
3. Горшков А. С., Марченко В. Ф., Целыковский А. Ф. Параметрическая генерация волн на поверхности жидкости. Ж. техн. физ., 1970, вып. 6.
4. Bowen A. I., Inman D. L. Rip Currents. 2. Laboratory and Field Observations. J. Geophys. Res., 1969, vol. 74, No. 23.
5. Gargett C. J. R. On cross waves. J. Fluid Mech., 1970, vol. 41, pt 4.
6. Ведута А. П., Кирсанов Б. П. Вынужденное четырехполюсное параметрическое рассеяние. ЖЭТФ, 1969, т. 56, вып. 4.
7. Клышко Д. Н., Назарова Н. И. Рассеяние света на свете в нецентросимметрической среде. ЖЭТФ, 1970, т. 58, вып. 3.
8. Горшков А. С., Марченко В. Ф., Целыковский А. Ф. Параметрическое усиление волн на поверхности жидкости. Изв. вузов, Радиофизика, 1971, т. 14, № 2.