

УДК 681.518.5 + 681.587.72

## РАЗРАБОТКА И ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ СЕРВОПРИВОДА НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

К. Ю. Котов, А. С. Мальцев, А. А. Нестеров, М. А. Соболев,  
М. Н. Филиппов, А. П. Ян

*Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1  
E-mail: kotov@idisys.iae.nsk.su*

Разработана модель сервопривода и проведена идентификация её параметров на основе данных, полученных на созданном испытательном стенде. Высокая точность предложенной модели подтверждена экспериментально.

*Ключевые слова:* сервопривод, частотные характеристики, идентификация, испытательный стенд.

**Введение.** Малогабаритные быстродействующие сервоприводы используются в современных высокоточных системах управления подвижными объектами: рулевыми системами летательных аппаратов, автоматическими манипуляторами, роботами с подвижными элементами конструкции и др.

Для корректного выполнения процедуры синтеза системы управления такими объектами требуется информация о параметрах и структуре математического описания сервопривода. В отличие от предоставляемых производителем численных значений параметров сервопривода адекватная математическая модель позволяет провести анализ управляемости и устойчивости разрабатываемой системы, а также вычислить спектр необходимых характеристик, таких как время переключения и вращающий момент вала, частотные характеристики под статической и динамической нагрузкой и пр.

На сегодняшний день опубликован ряд работ, посвящённых исследованию малогабаритных сервоприводов. В [1] выполнено сравнение аналоговых и цифровых систем сервопривода. Компания ООО «КБ ИНДЕЛА» (г. Минск, Беларусь) разработала диагностический компьютерный стенд, предназначенный для поиска неисправностей и проверки заявленных производителем характеристик моделей сервоприводов [2]. В компании ООО НПП «Учтех-Профи» (г. Челябинск, Россия) создан комплекс стендового оборудования для проверки сервопривода в системах стабилизации [3]. Однако в представленных работах решается задача определения только базовых характеристик привода и проверки его работоспособности.

В данной работе решены задачи определения спектра необходимых характеристик сервопривода, а также разработки и идентификации полноценного математического описания сервопривода на основе экспериментальных результатов, полученных на созданном испытательном стенде.

**Модель сервопривода.** В электродвигателях современных малогабаритных быстродействующих приводов применяются постоянные магниты для создания поля возбуждения и малоинерционные подвижные токонесущие обмотки. Для описания такого двигателя вполне подходят уравнения динамики двигателя постоянного тока без обмотки возбуждения [4]. Как правило, двигатели являются высокооборотными (до 6000–8000 оборот./мин), что требует использования многоступенчатых редукторов между ротором двигателя и выходным валом сервопривода.

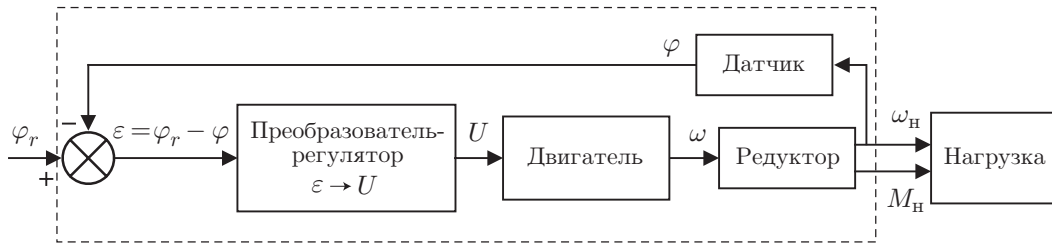


Рис. 1

У электродвигателей существует обратная связь по скорости вращения ротора в виде противоЭДС ротора. Однако у сервопривода в нашем случае выходная величина — угол поворота выходного вала  $\varphi$ . Для его точного позиционирования необходима реализация обратной связи по положению выходного вала сервопривода. Входным сигналом сервопривода является желаемое значение угла поворота выходного вала  $\varphi_r$  и, следовательно, требуемое положение управляемого механизма. С учётом этого можно определить структурную схему сервопривода (рис. 1).

Процессы в двигателе описываются хорошо известными уравнениями для двигателя постоянного тока с независимым возбуждением от постоянных магнитов. Так как напряжение  $U$  на выходе преобразователя  $\varepsilon \rightarrow U$  может носить импульсный характер, в качестве напряжения и тока обмотки якоря  $I_{\text{я}}$  приняты их средние значения, т. е. высокочастотные составляющие сглаживаются инерционными элементами двигателя. Будем пользоваться обозначениями переменных, установленными в теории электропривода, каждый раз указывая размерности вновь вводимых параметров. В общем случае справедливо

$$\begin{cases} U = rI_{\text{я}} + L \frac{dI_{\text{я}}}{dt} + K\Phi\omega, \\ M = K\Phi I_{\text{я}}, \\ M - M_c = J \frac{d\omega}{dt}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $r$  — полное активное сопротивление якорной цепи (Ом);  $L$  — полная индуктивность якорной цепи (Гн);  $K\Phi\omega = E$  — ЭДС вращения якоря (В);  $K$  — безразмерный конструктивный коэффициент двигателя;  $\omega$  — механическая угловая скорость вращения ротора (рад/с);  $\Phi$  — магнитный поток возбуждения двигателя, создаваемый постоянным магнитом (Вб);  $M$  — момент вращения, создаваемый двигателем;  $M_c$  — момент статического сопротивления нагрузки, приведённый к валу двигателя (Н · м);  $J$  — момент инерции привода, включающий моменты инерции двигателя и нагрузки, приведённый к валу двигателя,  $[J] = \text{кг} \cdot \text{м}^2 = \text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ .

Вместо  $K$  и  $\Phi$  будем использовать коэффициент  $1/K_d = 1/K\Phi$  (В · с/рад) или  $K_d$  (рад/(В · с)).

Преобразовав уравнения (1) по Лапласу с оператором  $p$  и исключив из уравнений ток обмотки ротора  $I_{\text{я}}$ , получим уравнения для  $M$  и  $\omega$  в операторной форме:

$$\begin{cases} \omega = \frac{rK_d^2}{T_{\text{мп}} p} (M - M_c), \\ M = \frac{1/K_d r}{T_{\text{я}} p + 1} \left( U - \frac{1}{K_d} \omega \right). \end{cases} \quad (2)$$

В (2) использованы электромагнитная постоянная времени якорной цепи ( $T_{\text{я}} = L/r$ , с) и электромеханическая постоянная времени привода ( $T_{\text{м}} = JrK_d^2$ , с).

*Редуктор и датчик угла поворота выходного вала сервопривода.* Передаточное число редуктора определим как  $n = \omega_{\text{н}}/\omega$  ( $\omega_{\text{н}}$  — механическая угловая скорость вращения выходного вала редуктора, рад/с). Угол поворота выходного вала сервопривода  $\varphi = \int \omega_{\text{н}} dt$ , момент  $M_{\text{с}} = nM_{\text{н}}$  ( $M_{\text{н}}$  — момент вращения, создаваемый выходным валом редуктора, Н · м).

Отсюда получаем операторное уравнение редуктора и датчика угла поворота выходного вала

$$\varphi = (n\omega)/p. \quad (3)$$

*П-регулятор.* Рассмотрим П-регулятор угла  $\varphi$  для статической системы. Для напряжения на обмотке якоря двигателя имеем соотношение

$$U = K_p(\varphi_r - \varphi), \quad [K_p] = \text{В/рад}. \quad (4)$$

Структура привода в этом случае определяется уравнениями (2)–(4) и показана на рис. 2. Решив уравнения относительно  $\varphi$ , получим

$$p(T_{\text{я}}T_{\text{м}}p^2 + T_{\text{м}}p + 1)\varphi + nK_dK_p\varphi = nK_dK_p\varphi_r - rK_d^2n(T_{\text{я}}p + 1)M_{\text{с}}. \quad (5)$$

Обратив внимание на то, что  $[nK_dK_p] = \text{В/рад} \cdot \text{рад}/(\text{В} \cdot \text{с}) = 1/\text{с}$ , можем ввести постоянную времени

$$T_{\text{с}} = \frac{1}{nK_dK_p}. \quad (6)$$

Поделив обе части уравнения (5) на  $nK_dK_p$ , будем иметь окончательно

$$\varphi(p) = \frac{\varphi_r(p) - r\frac{K_d}{K_p}(T_{\text{я}}p + 1)M_{\text{с}}}{H_1(p)}, \quad (7)$$

где

$$H_1(p) = T_{\text{я}}T_{\text{м}}T_{\text{с}}p^3 + T_{\text{м}}T_{\text{с}}p^2 + T_{\text{с}}p + 1. \quad (8)$$

Характеристический полином системы  $H_1(p)$  задаёт все динамические свойства сервопривода. Постоянные времени  $T_{\text{я}}$ ,  $T_{\text{м}}$ ,  $T_{\text{с}}$  должны определяться на испытательном стенде.

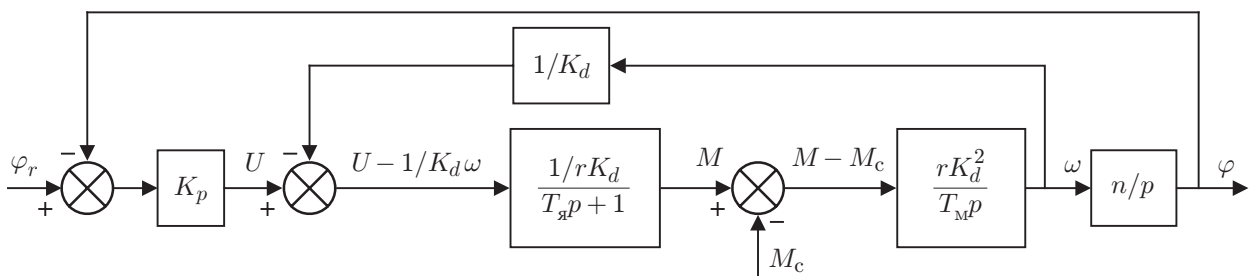


Рис. 2

Сервопривод имеет статическую ошибку

$$\varepsilon_{ст} = \varphi_r - \varphi(p) \Big|_{p \equiv 0} = r \frac{K_d}{K_p} M_c \quad \text{при } I_{ст} = K_d M_c = \frac{K_p}{r} \varepsilon_{ст}.$$

Идентификация параметров модели (8) выполнена двумя независимыми способами: посредством измерения отклика системы на входное воздействие в виде ступенчатой функции и частотным методом.

**Идентификация параметров модели.** Помимо идентификации модели зачастую необходима информация о точности позиционирования, а также о предельных нагрузочных и мощностных характеристиках сервопривода в конкретных условиях.

Схема испытательного стенда, позволяющего проводить измерения момента удержания статической или переменной нагрузки на валу, статической ошибки, энергопотребления, амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характеристик привода, представлена на рис. 3. Привод 1 расположен на неподвижной горизонтальной поверхности и связан посредством несущей втулки с датчиком углового положения 2. Втулка зафиксирована с помощью двух шарикоподшипников и обеспечивает передачу вращающего момента на сменный шкив 3. В точке А шкива закреплены тросики 4, позволяющие передавать статический или переменный момент на шкив. Для возможности установки нужного натяжения пружин 5 предусмотрены подстроечные винты 6 (рис. 3, а).

Функциональная схема испытательного стенда приведена на рис. 3, б. С выхода контроллера управляющий сигнал в виде широтно-импульсной модуляции (ШИМ) поступает на привод М. Поворот вала регистрируется датчиком угловых перемещений (ДУП). Также выполняется измерение падения напряжения на токовом шунте, включённом в цепь источника питания (ИП) привода, что позволяет оценить среднее значение тока или энергопотребление в цепи питания привода.

Функции управления сервоприводом и сбора данных реализованы на аппаратной платформе "Arduino Leonardo". Платформа представляет собой контроллер на базе микропроцессора ATmega32u4 с тактовой частотой 16 МГц и имеет 20 цифровых входов/выходов (7 из которых могут использоваться как выходы ШИМ и 12 как аналоговые входы), разъём микроUSB, силовой разъём, разъём ICSP и кнопку перезагрузки. Разрешение аналоговых входов равно 10 бит. По умолчанию значение на аналоговых входах измеряется в диапазоне от 0 до 5 В, верхний предел диапазона может быть изменён [5].

Датчиком углового положения служит цифровой датчик EMS22A50, представляющий собой бесконтактный преобразователь угловых перемещений в абсолютный выходной сигнал с разрешением 1024 отсчёта на 360° [6].

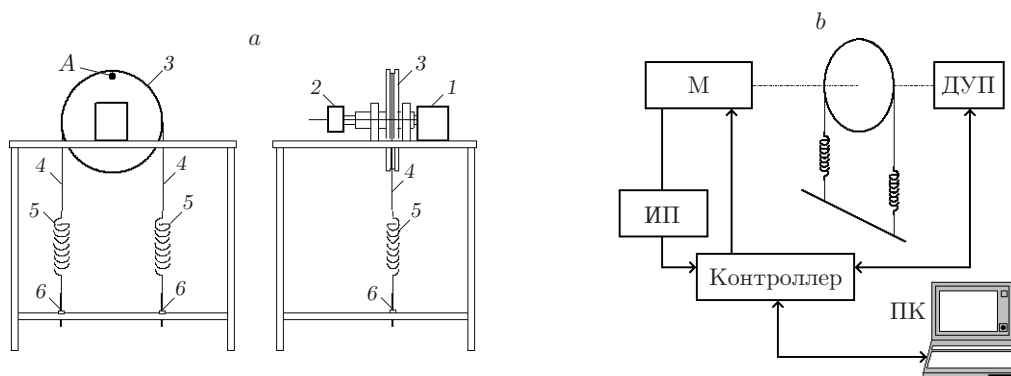


Рис. 3

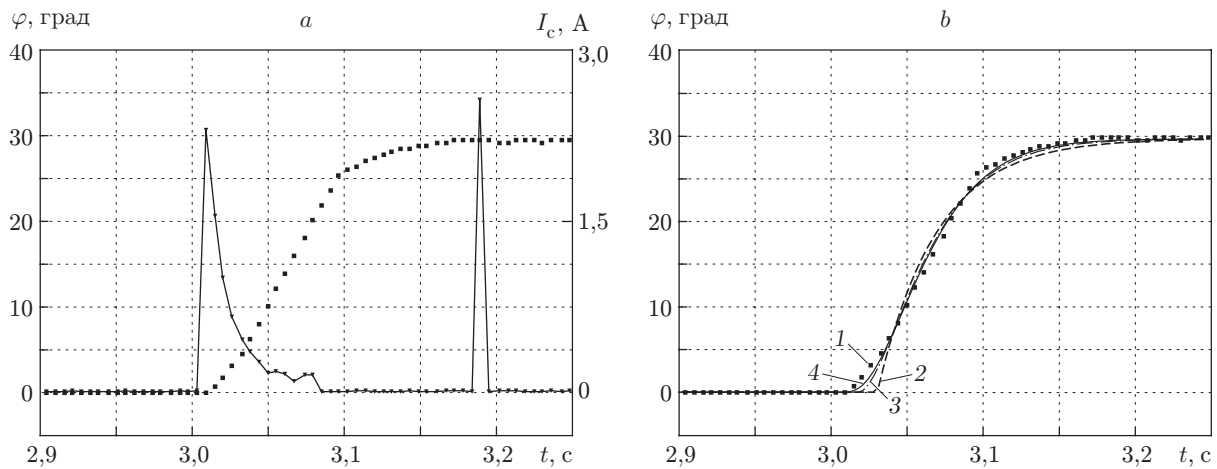


Рис. 4

В качестве исследуемого объекта использован сервопривод HS-7955TG фирмы "Hitec" [7]. Частота ШИМ равна 200 Гц. Момент инерции на валу привода составил  $J = 0,265 \cdot 10^{-3}$  кг · м<sup>2</sup>.

Эксперименты на холостом ходу при отсутствии статической нагрузки. На рис. 4, а приведены переходные характеристики привода (пунктирная кривая) и величина потребляемого тока (сплошная кривая) в функции времени при подаче ступенчатого входного воздействия  $\varphi_r = 30^\circ$ , изменяющегося скачкообразно в момент времени 3,0 с. Величина полного запаздывания при отработке входного воздействия непостоянна и составляет 15–20 мс.

Следует отметить отсутствие перерегулирования и малое время переходного процесса. Такое качество можно получить для характеристического полинома  $H_1(p)$ , построенного на базе бинома Ньютона

$$H_1(p) = (p + \omega_0)^n, \quad (9)$$

где  $\omega_0 > 0$  — параметр полинома [8]. Передаточная функция  $W(p) = \varphi(p)/\varphi_r(p)$  будет иметь вид

$$W(p) = \omega_0^n / H_1(p). \quad (10)$$

В данном случае полином  $H_1(p)$  имеет кратные вещественные отрицательные корни  $p_i = -\omega_0$ , что обеспечивает монотонный переходный процесс без перерегулирования. Реальное время переходного процесса для системы (10) при величине относительной ошибки регулирования, не превышающей 5 %, определяется соотношением  $t_{\text{п}} = t_{\text{п}}^1 / \omega_0$ , где  $t_{\text{п}}^1$  — время переходного процесса для нормированного полинома  $H_1(p)$  [8].

На рис. 4, б показаны результаты аппроксимации экспериментальной переходной характеристики (кривая 1) с использованием передаточной функции на базе полинома  $H_1(p)$  для случая  $n = 1, 2, 3$  (кривые 2–4). Для оценки величины запаздывания введён дополнительный параметр  $T_d$ , соответствующий простому сдвигу переходной характеристики по времени. Параметр  $k$  описывает амплитуду входного воздействия и является масштабирующим множителем переходной характеристики. При этом значения параметров  $\omega_0$ ,  $k$  и  $T_d$  получены из требования наилучшего приближения к реальной переходной характеристике методом наименьших квадратов.

Параметр	Функция		
	кривая 2	кривая 3	кривая 4
$k$	$2,9737 \cdot 10$	$2,97005 \cdot 10$	$2,96842 \cdot 10$
$1/\omega_0$	$3,91002 \cdot 10^{-2}$	$2,50068 \cdot 10^{-2}$	$1,97017 \cdot 10^{-2}$
$T_d$	3,03042	3,01783	3,00796
$G^2$	$18,1394 \cdot 10^{-2}$	$7,9440 \cdot 10^{-2}$	$5,0169 \cdot 10^{-2}$

Значения полученных параметров и величина

$$G^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [h_3(t_i) - h_T(\omega_0, k, T_d, t_i)]^2,$$

характеризующая отклонение теоретической переходной характеристики  $h_T$  от реальной  $h_3$  для дискретных моментов времени  $t_i$ , сведены в таблицу. Видно, что использование передаточной функции вида (10) при  $n = 3$  даёт наилучшее качество аппроксимации за счёт значительно более точного описания фронта изменения выходного сигнала в отличие, например, от случая  $n = 1$ . Относительное отклонение переходной характеристики от реальной здесь не превышает 5 %.

Запишем полином  $H_1(p)$  и передаточную функцию (10) в стандартной форме для  $n = 3$ :

$$H_1(p) = p^3 + 3\omega_0 p^2 + 3\omega_0^2 p + \omega_0^3, \quad (11)$$

$$W(p) = \frac{1}{(p/\omega_0)^3 + 3(p/\omega_0)^2 + 3(p/\omega_0) + 1}. \quad (12)$$

Сравнение (8) и (11) позволяет получить постоянные времени системы:  $T_x T_M T_c = 1/\omega_0^3$ ;  $T_M T_c = 3/\omega_0^2$ ;  $T_c = 3/\omega_0$ , что даёт  $T_M = 1/\omega_0$ ;  $T_c = 3/\omega_0$ ;  $T_x = 1/3\omega_0$ .

Относительная погрешность определения реальной постоянной времени переходного процесса по полученной передаточной функции при сравнении с характеристиками, заявленными производителем [7], составляет не более 5 %.

*Частотная передаточная функция и частотные характеристики.* Представим (12) в виде

$$W(p) = \frac{1}{(Tp)^3 + 3(Tp)^2 + 3(Tp) + 1}, \quad (13)$$

где  $T = 1/\omega_0$ .

Частотная передаточная функция легко получается из обычной передаточной функции заменой оператора  $p$  величиной  $j\omega$  в (13). Величина полного запаздывания отработки входного воздействия сервоприводом незначительна по сравнению с временем переходного процесса и поэтому не учитывается при построении частотных характеристик. Выделяя вещественную и мнимую части, получим частотную передаточную функцию в виде

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega), \quad (14)$$

где

$$U(\omega) = \frac{1 - 3\omega^2 T^2}{(3\omega T - \omega^3 T^3)^2 + (1 - 3\omega^2 T^2)^2}, \quad (15)$$

$$V(\omega) = \frac{3\omega T - \omega^3 T^3}{(3\omega T - \omega^3 T^3)^2 + (1 - 3\omega^2 T^2)^2}. \quad (16)$$

Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики определяются следующим образом:

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}; \quad \varphi(\omega) = \arctan(V(\omega)/U(\omega)). \quad (17)$$

Для экспериментального получения частотной передаточной функции на вход исследуемого динамического объекта подадим гармоническое воздействие

$$x_1 = X_1 \cos(\omega t), \quad (18)$$

где  $X_1$  — амплитуда, а  $\omega$  — угловая частота этого воздействия.

В предположении, что объект является линейным звеном, выходной сигнал в установившемся режиме есть гармоническая функция той же частоты, но в общем случае сдвинутая по фазе относительно входной величины на угол  $\psi$ . Таким образом, для выходной величины можно записать

$$x_2 = X_2 \cos(\omega t + \psi). \quad (19)$$

Задача состоит в определении параметров  $X_2$  и  $\psi$  выходного сигнала. Величина  $X_1/X_2$  и фазовый сдвиг  $\psi$  будут соответствовать АЧХ и ФЧХ.

В процессе эксперимента исследованы следующие угловые частоты входного сигнала:  $\omega_i = \{0,5; 0,7; 1,0; 2,0; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0; 7,0; 8,0; 9,0; 10,0; 15,0; 17,0; 20,0; 22,0; 25,0; 27,0; 30,0; 35,0; 40,0; 45,0; 50,0; 55,0; 60,0; 65,0; 70,0; 75,0; 80,0; 85,0; 90,0; 95,0; 100,0\}$  рад/с.

Для нахождения параметров  $X_2$  и  $\psi$  использован метод наилучшего приближения функции вида (17) к реальному выходному сигналу. Для обеспечения гарантированного выхода в установившийся режим работы привода в процедуре приближения первые несколько периодов входного сигнала не учитывались. Дополнительно входное воздействие

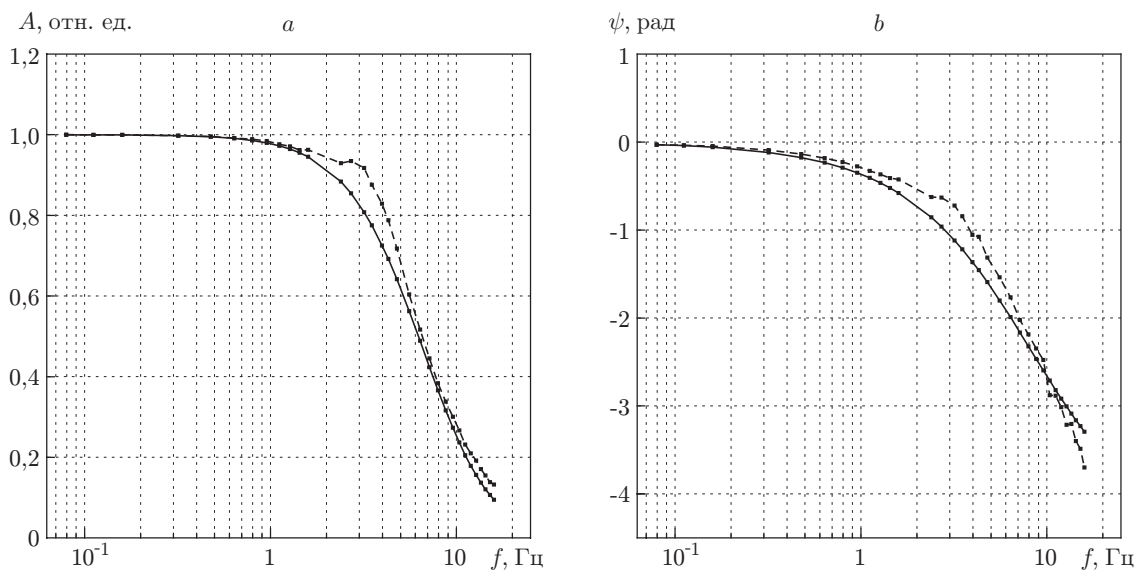


Рис. 5

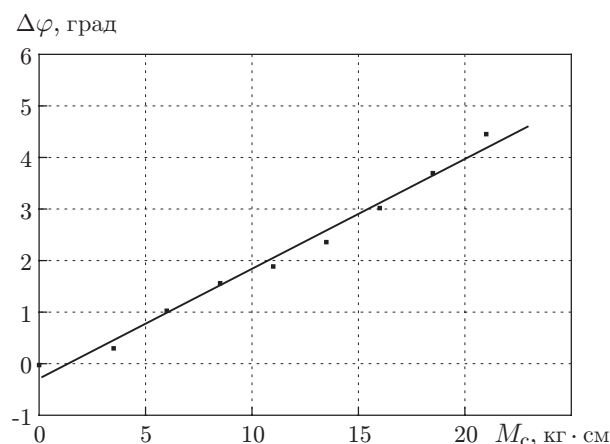


Рис. 6

подавалось с задержкой в 1 с для точной регистрации нуля выходного сигнала. Амплитуда входного сигнала изменялась от  $-20$  до  $20^\circ$ .

На рис. 5 приведены полученные по выражениям (17) АЧХ (а) и ФЧХ (b) (сплошные кривые) совместно с реальными характеристиками (пунктирные кривые) в зависимости от линейной частоты  $f = \omega/(2\pi)$  на холостом ходу. Ось абсцисс на рисунке имеет логарифмический масштаб.

*Удержание статической нагрузки.* После однократного установления требуемого положения вала в режиме холостого хода приводу давали различную нагрузку, обеспечивающую статический момент  $M_c$  на валу до  $21$  кг·см.

На рис. 6 приведена вычисленная статическая ошибка углового положения вала для различной статической нагрузки на валу привода в точках  $M_c = \{0,0; 3,5; 6,0; 8,5; 11,0; 13,5; 16,0; 18,5; 21,0\}$  кг·см. Зависимость угловой ошибки от момента  $M_c$  удовлетворительно описывается линейным приближением (сплошная линия).

После каждого измерения под нагрузкой проводилось измерение без нагрузки для проверки стабильности удержания заданного положения вала приводом и отсутствия механических повреждений. Без нагрузки среднее значение отклонения от заданного положения вала не превысило  $0,6^\circ$ .

*Переменная нагрузка.* Для обеспечения переменного момента  $M_c$ , зависящего от угла поворота вала, шкив 3 станда соединялся с пружинами 5 (см. рис. 3). Каждая пружина предварительно откалибрована посредством натяжения через шкив эталонными грузами и регистрацией показаний ДУП. В процессе калибровки привод отсоединён от несущей втулки. Используемые пружины имеют одинаковый коэффициент жёсткости  $263,15$  Н/м. Линейный ход пружин обеспечивается в диапазоне нагрузки от  $13,5$  до  $28,5$  кг·см. Дальнейшая установка натяжения пружин с помощью подстроечных винтов 6 в середину этого диапазона обеспечивает возможный поворот вала  $\pm 30^\circ$  и изменение усилия на валу от  $-15$  до  $15$  кг·см согласно выражению

$$M_c = \alpha\varphi, \quad (20)$$

где  $\alpha = 0,5$  кг·см/ $1^\circ$ .

Вычисленные параметры переходной характеристики или передаточной функции (12), а также величина статической ошибки углового положения вала соответствуют характеристикам, полученным на холостом ходу и в режиме удержания статической нагрузки.

**Заключение.** Разработана модель быстродействующего малогабаритного сервопривода и создан стенд, позволяющий в соответствии с предложенными методами провести



идентификацию требуемых параметров. Испытания показали, что величина среднеквадратичного отклонения между моделью и экспериментальными результатами составила около 5 %.

Представленные в данной работе математическая модель сервопривода и испытательный стенд нашли практическое применение при создании модели летательного аппарата.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Алексеев И. Е., Воронин В. В., Чаусовская Г. Б.** Исследование существующих сервоприводов radio control (RC)-аппаратуры для радиоуправляемых носителей // Электроника и связь. Тематический выпуск «Проблемы электроники». 2008. Ч. 1. С. 119–122.
2. **Диагностический** компьютерный стенд INDELA TCB. URL: [http://www.indelauav.com/product\\_TCB.html](http://www.indelauav.com/product_TCB.html) (дата обращения: 15.05.2013).
3. **Хусаинов Р., Качалов А., Степанов А.** Комплекс стендового оборудования «Сервопривод и системы стабилизации» // Электроника НТБ. 2011. № 7. С. 124–125.
4. **Елисеева В. А., Шинянский А. В.** Справочник по автоматизированному электроприводу. М.: Энергоатомиздат, 1983. 616 с.
5. **Arduino Leonardo.** URL: <http://arduino.cc/en/Main/arduinoBoardLeonardo> (дата обращения: 15.05.2013).
6. **Bourns EMS22A** — Non-Contacting Absolute Encoder. URL: <http://www.bourns.com/data/global/pdfs/ems22A.pdf> (дата обращения: 15.05.2013).
7. **HS-7955TG** High Torque Titanium Gear Coreless Servo. URL: <http://hitecrd.com/products/servos/ultra-premium-digital-servos/hs-7955tg-high-torque-titanium-gear-coreless-servo/product> (дата обращения: 15.05.2013).
8. **Мирошник И. В.** Теория автоматического управления: Линейные системы: Учеб. пособие для вузов. С.-Пб.: ПИТЕР, 2005. 337 с.

*Поступила в редакцию 15 мая 2013 г.*

---