

УДК 539.19

СВЯЗАННАЯ МОДЕЛЬ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ

Х. Линь^{*,**}, Ю. Чэнь^{*}, С. Ли^{*}, П. Чэнь^{*}, Ц. Чэнь^{*}

* Школа машиностроения Технологического университета в г. Хэфэй,
230009 Хэфэй, Китай

** Школа машиностроения и автомобилестроения Западно-Аньхойского университета,
237000 Луань, Китай
E-mails: linhua5704@qq.com, chenyanlong@hfut.edu.cn, lix1117@163.com,
980024471@qq.com, qichen@hfut.edu.cn

С использованием модели турбулентного движения пузырьков, моделей температурного и электрического полей предложена связанная математическая модель физических полей, возникающих при электрохимической обработке поперечной канавки высокочастотным импульсом. Предложен способ замены высокочастотного импульса током постоянного напряжения. Приведены результаты экспериментальных исследований.

Ключевые слова: электрохимическая обработка, поперечная канавка, мультифизические связанные поля, высокочастотный импульс.

DOI: 10.15372/PMTF20220313

Введение. Отверстия и канавки специальной формы широко используются в деталях авиационной, аэрокосмической, оружейной и других отраслей оборонной промышленности, а также при изготовлении высокотехнологичного оборудования. За счет сильного импульсного воздействия высокочастотная электрохимическая обработка (ЭХО) позволяет значительно улучшить физические и химические характеристики полей, возникающих в зазорах между электродами. При высокочастотной ЭХО точность обработки выше, а качество поверхности лучше, чем при ЭХО постоянным током [1–4].

В процессе ЭХО происходит сложное взаимодействие различных физических полей [5]. При описании этого процесса используются модели электрического поля и гидродинамического потока. Однако, поскольку такие модели достаточно просты, точность решения, полученного с их помощью, невысока. В работе [6] проанализировано и оптимизировано поле течения, возникающего при ЭХО лопаточного диффузора авиационного двигателя, а также предложены способы улучшения качества его обработки.

В работе [7] исследовалась ЭХО спиралеобразного отверстия скважины малого диаметра. При изучении течения двухфазного потока использовалась модель течения многофазной смеси. С помощью модели турбулентного течения в работе [8] исследовано влияние зазора между электродами на процесс ЭХО квадратных отверстий в пластине из титанового сплава. В [9] предложена модель электрического поля, возникающего при ЭХО круг-

Работа выполнена при финансовой поддержке Национального фонда естественных наук Китая (гранты № 51775161, 51775158) и Фонда естественных наук провинции Аньхой (грант № 2008085QE278).

© Линь Х., Чэнь Ю., Ли С., Чэнь П., Чэнь Ц., 2022

лого отверстия, и выполнены численные расчеты распределения потенциала и параметров процесса обработки.

Выделение при ЭХО тепла и пузырьков приводит к изменению проводимости, при этом изменяется распределение плотности тока, что оказывает влияние на скорость растворения анода. В работах [10, 11] установлена зависимость между проводимостью, температурой и скоростью образования пузырьков. В [12, 13] с использованием моделей ламинарного потока и мультиионного переноса изучено распределение температуры в зазоре между электродами при ЭХО и определен закон удаления материала анода. В [14] получены распределения температуры и пузырьков в зазоре при ЭХО и проведено их сравнение с результатами моделирования. В работе [15], в которой изучался процесс ЭХО лопатки, установлено, что результаты расчетов, полученные с использованием моделей газожидкостного течения и газожидкостного течения при наличии твердой фазы, в основном совпадают.

Мультифизическая модель ЭХО, учитывающая распределения пузырьков и температуры, более адекватно описывает процесс, чем физическая модель, учитывающая одно из этих явлений. В работе [16] проведено моделирование и экспериментальное исследование процесса ЭХО отверстия малого размера. Расчетный контур отверстия близок к контуру, полученному в эксперименте. В [17] с использованием метода Эйлера разработана мультифизическая модель ЭХО лопасти и установлено, что модель, в которой используется зависимость скорости выделения пузырьков водорода от температуры, позволяет достаточно точно определить профиль лопасти.

В работе [18] при моделировании импульсной ЭХО применялись упрощенная квазистационарная модель и нелинейная модель осреднения изменяющихся во времени концентрации и температуры. Для расчета квазистационарного распределения температуры при моделировании процесса ЭХО лопатки в работах [19, 20] предложен квазистационарный алгоритм, основанный на осреднении по времени, что позволило упростить процесс моделирования и увеличить его эффективность.

При моделировании трехмерного процесса высокоимпульсной ЭХО с использованием мультифизической модели необходимо определить несколько физических полей. Поскольку период приложенного импульсного напряжения достаточно мал, шаг по времени, необходимый для получения точного решения, должен быть небольшим. В случае если пошаговое интегрирование не используется, для проведения расчетов необходимы большие вычислительные затраты, при этом сходимость численного решения слабая.

В данной работе предлагается мультифизическая модель высокоимпульсной ЭХО поперечной канавки, в которой учитывается связанность электрического поля, температурного поля и двухфазного газожидкостного потока. Изучается различие между высокоимпульсной ЭХО и ЭХО с использованием тока постоянного напряжения, проводится экспериментальное исследование.

1. Модель установки. На рис. 1 представлена схема устройства для ЭХО поперечной канавки при наличии вынужденного потока. На катоде, имеющем крестообразную форму, равномерно расположены девять отверстий, анод представляет собой плоскую пластину. Анод закреплен на верстаке станка, катод зафиксирован на оси Z станка. При обработке катод опускается на определенное расстояние под контролем системы подачи для завершения высокоимпульсной ЭХО поперечной канавки.

В предположении, что процесс обработки является установившимся, размер зазора равен $\Delta_0 = 0,2$ мм. Для упрощения модели девять отверстий в середине катода заменены поперечной канавкой. На рис. 2 показана геометрическая модель поперечной канавки в масштабе 1 : 8.

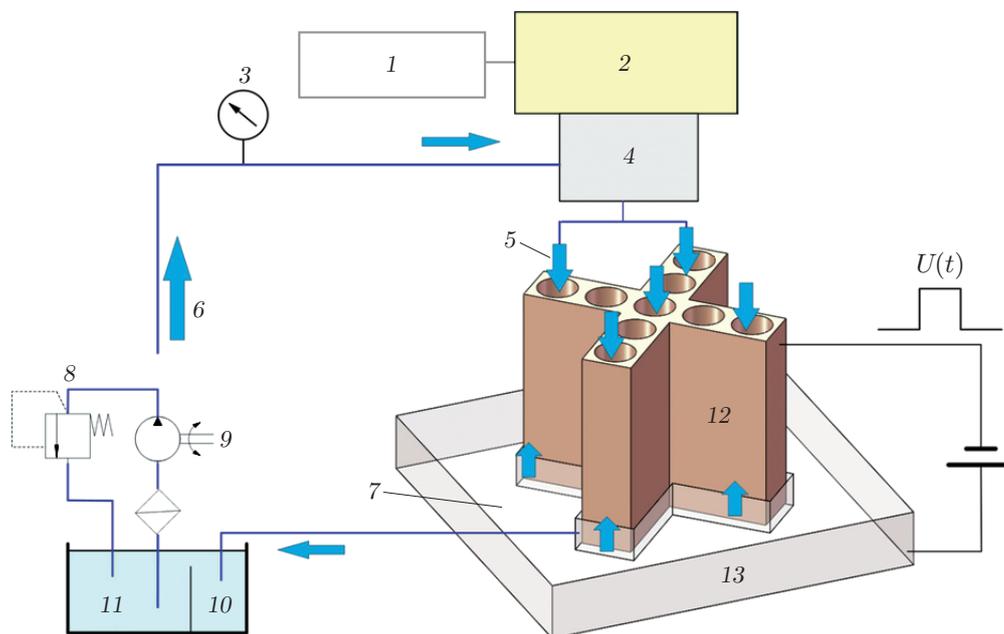


Рис. 1. Схема установки для ЭХО поперечной канавки:

1 — контроллер питания, 2 — ось Z, 3 — манометр, 4 — крепление катода, 5 — входное отверстие для электролита, 6 — направление потока, 7 — выходное отверстие для электролита, 8 — впускной клапан, 9 — насос, 10 — фильтр, 11 — резервуар, 12 — катод, 13 — анод

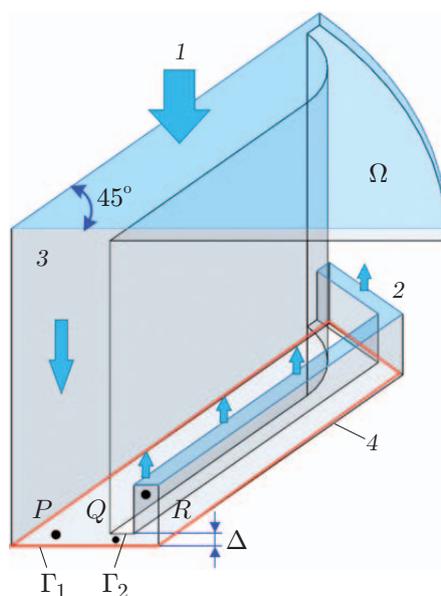


Рис. 2. Поперечное сечение поперечной канавки в масштабе 1 : 8:

1 — входное отверстие, 2 — выходное отверстие, 3 — поперечное сечение анода, 4 — нижняя поверхность анода

2. Теоретический анализ. Ниже изложены модели физических полей.

2.1. *Модель электрического поля.* На рис. 2 граница анода обозначена Γ_1 , граница катода — Γ_2 . Катод заземлен, на границе Γ_2 напряжение равно нулю. На анод подается прямоугольный высокочастотный импульс напряжения $U(t)$ с частотой f и коэффициентом заполнения d . Во входном и выходном отверстиях для электролита выполняется условие $\partial U/\partial n = 0$.

При установившемся процессе ЭХО распределения потенциала V на электроде и потенциала U в электролите удовлетворяют уравнениям [21]

$$\nabla \cdot (\varkappa' \nabla V) = 0, \quad \nabla \cdot (\varkappa \nabla V) = 0,$$

где \varkappa, \varkappa' — электропроводность электрода и электролита соответственно.

В процессе ЭХО на проводимость электролита оказывают влияние увеличение температуры и скорость образования пузырьков [17, 19, 20]:

$$\varkappa = \varkappa_0 [1 + \xi(T - T_0)](1 - \beta)^n.$$

Здесь \varkappa_0, T_0 — начальные электропроводность и температура; ξ — коэффициент, характеризующий температуру и принятый равным 0,02; β — скорость образования пузырьков; $1,5 \leq n \leq 2,0$ — показатель степени.

При наличии двойного электрического слоя на границе между электродом и раствором распределение плотности тока на поверхности электрода может измениться. Это изменение описывается зависимостью [20]

$$i_k = [1 + \alpha(T - T_0)] \frac{V - U - Q_k}{R_k},$$

где $\alpha = 0,02$ — температурный коэффициент поляризации; Q_k — равновесный потенциал электрода; R_k — сопротивление поляризации электрода; i_k — плотность тока при наличии реакции на электроде.

2.2. *Течение двухфазного (газ — жидкость) потока.* В процессе ЭХО поток электролита должен иметь определенную скорость и находиться в турбулентном состоянии, при этом его скорость должна быть достаточной для переноса продуктов электролиза и тепла в зазор, а также для уменьшения концентрационной поляризации вблизи электрода. Кроме того, равномерный расход электролита может обеспечить стабильность и увеличить точность процесса обработки.

Для упрощения расчета принято, что электролит представляет собой сплошную несжимаемую вязкую жидкость в невозмущенном состоянии, не содержит пузырьков, твердых частиц и т. п. Согласно законам сохранения массы и количества движения поток жидкости удовлетворяет уравнениям [6]

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + (\mu + \mu_T) [\Delta \mathbf{u} + (\Delta u)^T], \quad \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

где ρ — плотность электролита; p — давление; \mathbf{u} — скорость течения; μ — динамическая вязкость; μ_T — вязкость турбулентного потока.

Модель рассеянного многофазного потока применяется в том случае, если форма границы раздела фаз является очень сложной. При описании различных фаз в модели используется понятие объемной доли. Модель пузырькового течения является такой моделью, а ее теоретической основой является модель Эйлера. Данная модель содержит уравнения Навье — Стокса для импульса жидкости, уравнение неразрывности смеси и уравнение переноса для газовой фазы [20, 22]:

$$\Phi_l \rho_l \frac{\partial \mathbf{u}_l}{\partial t} + \Phi_l \rho_l \mathbf{u}_l \cdot \nabla \mathbf{u}_l = -\nabla p + \nabla \cdot \left[\Phi_l (\mu_l + \mu_T) \left(\nabla \mathbf{u}_l + \nabla \mathbf{u}_l^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}_l) \right) I \right] + \Phi_l \rho_l \mathbf{g} + F,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Phi_l \rho_l + \Phi_g \rho_g) + \nabla \cdot (\Phi_l \rho_l \mathbf{u}_l + \Phi_g \rho_g \mathbf{u}_g) = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi_g \rho_g}{\partial t} + \nabla \cdot (\Phi_g \rho_g \mathbf{u}_g) = -m_{gl}.$$

Здесь индексы l, g соответствуют жидкости и газу; Φ — объемная доля фазы; F — дополнительная массовая сила; m_{gl} — скорость переноса жидкости в газ,

$$\mathbf{u}_g = \mathbf{u}_l + \mathbf{u}_{slip} - \mu_l \frac{\nabla \Phi_g}{\rho_l \Phi_g}.$$

В случае если течение представляет собой турбулентный двухфазный (газ — жидкость) поток, модель пузырькового течения аналогична модели однофазного турбулентного течения. Вводя источник турбулентной фазы S_k в стандартную $(k-\varepsilon)$ -модель турбулентности, уравнения модели можно записать в виде

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla k = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + p_k - \rho \varepsilon + S_k,$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \varepsilon = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} p_k - C_{2\varepsilon} \rho \varepsilon + C_\varepsilon S_k),$$

$$S_k = -C_k \Phi_g \nabla p \cdot \mathbf{u}_{slip}, \quad \mu_T = \rho_l C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon},$$

где p_k — кинетическая энергия турбулентного течения, обусловленного наличием градиента скорости.

Параметры турбулентного пузырькового течения имели следующие значения: $C_{\varepsilon 1} = 1,44$, $C_{\varepsilon 2} = 1,92$, $C_\mu = 0,09$, $C_\varepsilon = 1,46$, $C_k = 0,505$, $\sigma_k = 1$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$. При $0,01 < C_k < 1,00$, $1,00 < C_\varepsilon < 1,92$ результаты моделирования лучше согласуются с экспериментальными данными [22].

Массовый поток водорода, образующийся при ЭХО вблизи катода, рассчитывается по формуле

$$N_{\text{H}_2} = M \frac{hi}{2F}.$$

Здесь N_{H_2} — массовый поток водорода; M — молярная масса водорода; i — локальная плотность потока.

2.3. Модель поля температуры. В случае неучета джоулева тепла, выделяющегося в электроде в процессе ЭХО, сопротивление катода и анода очень мало. Можно считать, что общее количество тепла представляет собой сумму джоулева тепла электролита и теплоты электрохимической реакции на границе между электролитом и электродом. Распределение температуры электролита в зазоре между электродами описывается уравнением конвекции и диффузии жидкости [12]

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k_t \nabla T) + Q_{bulk}, \quad Q_{bulk} = Q_j + Q_r,$$

где c_p — удельная теплоемкость электролита; k_t — теплопроводность электролита; Q_{bulk} — тепло, выделяющееся при ЭХО; Q_j — джоулево тепло; Q_r — тепло, выделяющееся в ходе реакции:

$$Q_j = \varkappa (\nabla U)^2, \quad Q_r = U_k i_k.$$

В данной работе перенос тепла между катодом и анодом не учитывается. Предполагается, что на границе катода Γ_4 , на границе анода Γ_3 и в воздухе происходит конвекция, остальные границы полагаются изолированными.

3. Связанная модель физических полей. При моделировании используется коммерческое программное обеспечение для метода конечных элементов COMSOL Multiphysics версии 5.3а.

Физические характеристики катода, анода, электролита и параметры процесса обработки, используемые при мультифизическом моделировании, имели следующие значения: для катода — равновесный потенциал -1 В, длина и ширина $10,2$ мм, ширина поперечной канавки $1,6$ мм; для анода — равновесный потенциал $2,2$ В; для электролита — удельная теплоемкость 3730 Дж/(кг·К), начальная температура $298,15$ К, плотность 1070 кг/м³, начальная удельная электропроводность $7,2$ См/м; параметры процесса — коэффициент заполнения $0,5 \div 0,9$, скорость на входе $0,3$ м/с, давление на выходе 0 , максимальное напряжение 16 В, частота импульса 40 кГц. Материал катода — латунь, материал анода — нержавеющая сталь, массовая доля электролита (NaNO_3) — 8% .

4. Результаты моделирования и их обсуждение. При моделировании использовался высокочастотный импульс напряжения с коэффициентом заполнения, равным $0,8$, и с шагом по времени, равным 10^{-5} с. Период импульса равен $2,5 \cdot 10^{-5}$ с. На рис. 3 приведено распределение электропроводности поверхности материала (электролита) анода (см. рис. 2).

Из результатов, приведенных на рис. 3, следует, что в течение времени действия импульса (10^{-5} с) электропроводность в зазоре не зависит от увеличения температуры и наличия пузырьков, а затем вследствие выделения тепла и пузырьков максимальная электропроводность электролита достигает значения, равного $7,24$ См/м. При этом влияние на электропроводность увеличения температуры на поверхности анода больше влияния скорости образования пузырьков.

После прекращения действия импульса температура продолжает увеличиваться, а скорость образования пузырьков уменьшается вследствие отсутствия напряжения и высокой скорости электролита в зазоре. В результате электропроводность принимает исходное значение, равное $7,2$ См/м. Под действием высокочастотного импульса напряжения физическое поле в обрабатываемом зазоре постоянно меняется. При действии высокочастотных импульсных напряжений необходимо использовать небольшой шаг по времени при расчете характеристик физического поля, что приводит к увеличению времени решения и ухудшению сходимости численного решения.

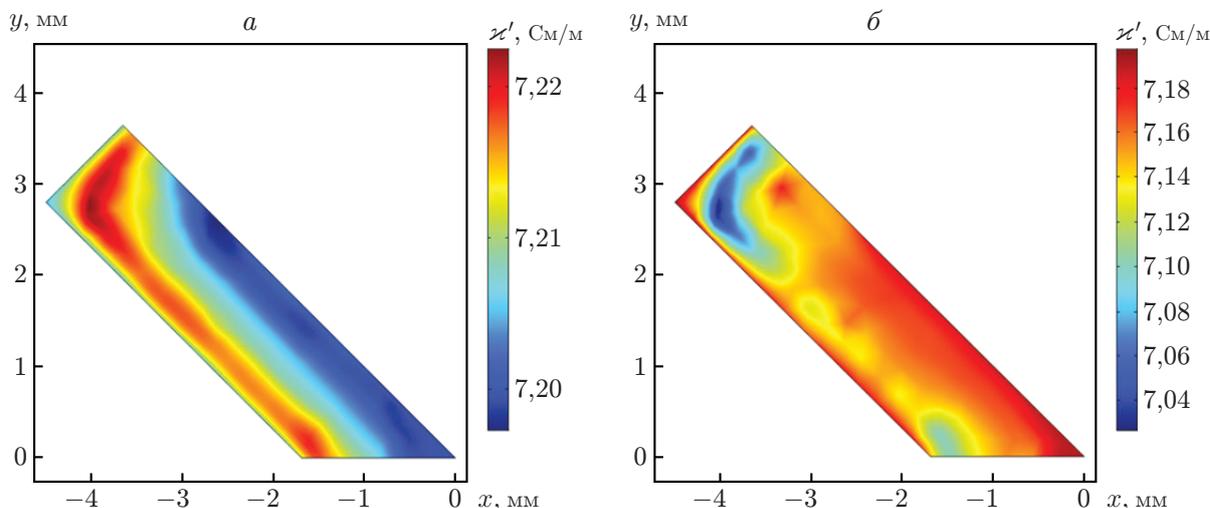


Рис. 3. Распределение электропроводности электролита в поперечном сечении поверхности анода (см. рис. 2):
 а — $t = 10^{-5}$ с, б — $t = 2,2 \cdot 10^{-5}$ с

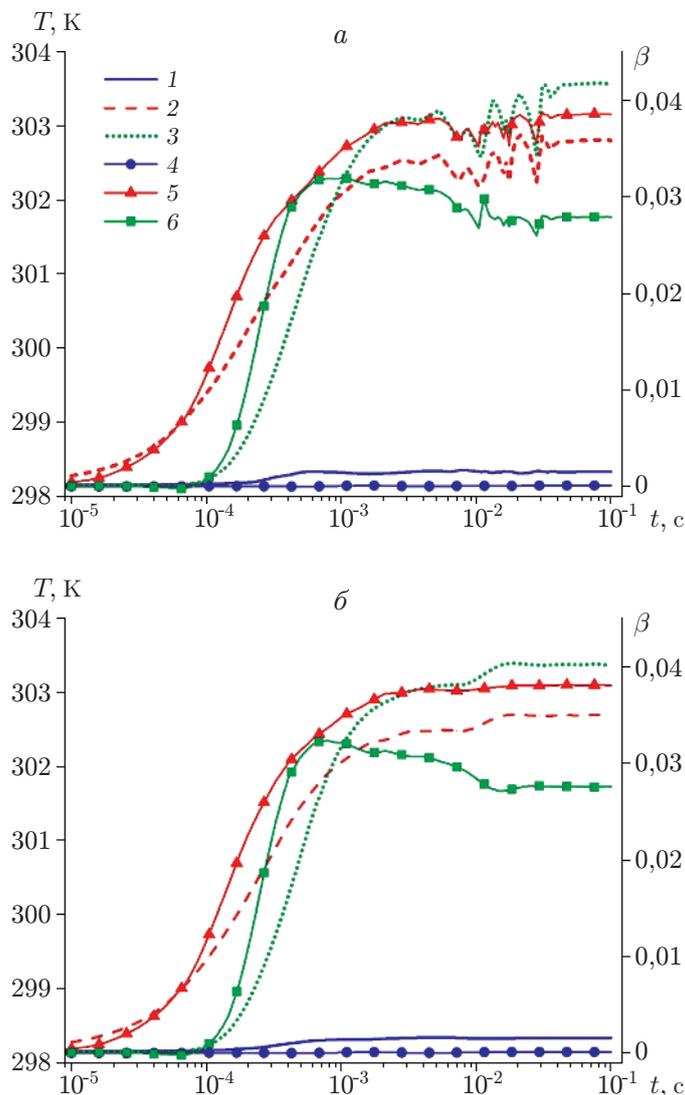


Рис. 4. Зависимости температуры (1–3) и скорости образования пузырьков (4–6) от времени в различных точках на поверхности анода:

a — при высокочастотном импульсном напряжении, *б* — при постоянном напряжении, равном 16 В; 1, 4 — точка *P*, 2, 5 — точка *Q*, 3, 6 — точка *R*

При высокоимпульсной ЭХО напряжение изменяется быстро, а поле температуры и скорость потока — достаточно медленно. В процессе обработки физические поля в зазоре переходят в состояние динамического равновесия. Если амплитуда колебаний физического поля относительно амплитуды колебаний в стационарном состоянии мала (95 ÷ 98 %), можно считать, что процесс обработки переходит в состояние динамического равновесия (квазистационарное состояние).

На рис. 4 приведены зависимости температуры и скорости образования пузырьков от времени в точках *P*, *Q*, *R* на поверхности анода (см. рис. 2). Видно, что температура и скорость образования пузырьков в каждой точке после быстрого увеличения и непродолжительных колебаний переходят в квазистационарное состояние (время перехода составляет приблизительно 0,04 с).

При ЭХО вместо высокочастотного импульсного напряжения можно использовать постоянное напряжение. Значение постоянного напряжения равно среднему значению импульсного напряжения.

Значения температуры и скорости пузырьков в точках P, Q, R на поверхности анода при обработке высокочастотным импульсом и током постоянного напряжения

Тип напряжения	T, K			$t_{п}, c$			β			$t_{п}, c$		
	P	Q	R	P	Q	R	P	Q	R	P	Q	R
Высокочастотное импульсное напряжение	298,33	302,80	303,55	0,001	0,040	0,040	0	0,039	0,028	0	0,040	0,040
Напряжение постоянного тока	298,33	302,70	303,38	0,001	0,020	0,020	0	0,038	0,027	0	0,002	0,020

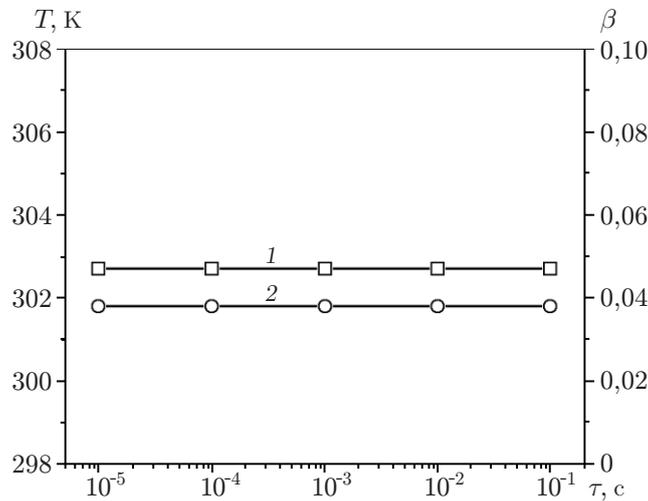


Рис. 5. Зависимости температуры (1) и скорости образования пузырьков (2) от величины шага интегрирования по времени τ

За время, равное 0,02 с, температура и скорость образования пузырьков выходят на установившийся режим, причем при использовании как постоянного тока, так и высокочастотного импульса зависимости $T(t), \beta(t)$ аналогичны. Время выхода на установившийся режим также приблизительно одно и то же, но кривые зависимостей при использовании постоянного тока более гладкие. В таблице приведены значения физических величин в квазистационарном состоянии в точках P, Q и R и время их перехода $t_{п}$ в это состояние.

Согласно данным, приведенным в таблице, значения величин в квазиустановившемся режиме и времени перехода в этот режим в трех точках, вычисленные в предположении, что ЭХО происходит под действием высокочастотного импульсного напряжения и среднего напряжения постоянного тока, различаются незначительно. При обработке под действием постоянного тока время перехода в установившийся режим меньше, чем при обработке высокочастотным импульсом. Однако для моделирования мультифизических полей, образующихся при ЭХО под действием постоянного тока, требуются меньшие вычислительные затраты, чем для моделирования мультифизических полей, образующихся при ЭХО под действием высокочастотного импульса.

На рис. 5 приведены результаты вычисления температуры и скорости образования пузырьков при ЭХО под действием тока постоянного напряжения $V = 16$ В в точке Q в

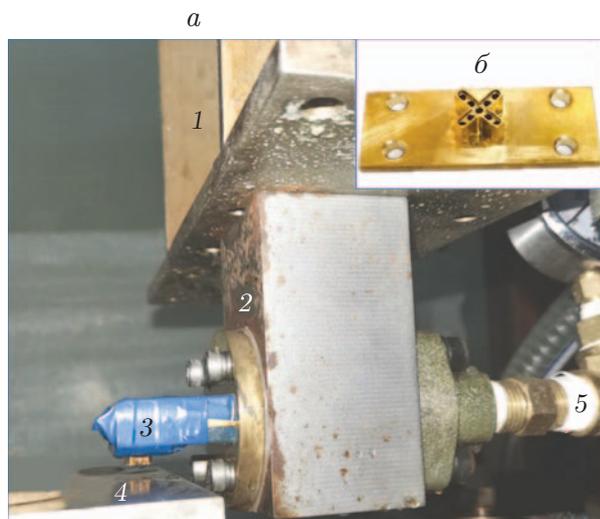


Рис. 6

Рис. 6. Экспериментальная установка (а) и катод (б):
 1 — ось Z, 2 — держатель катода, 3 — катод, 4 — анод, 5 — входное отверстие для электролита

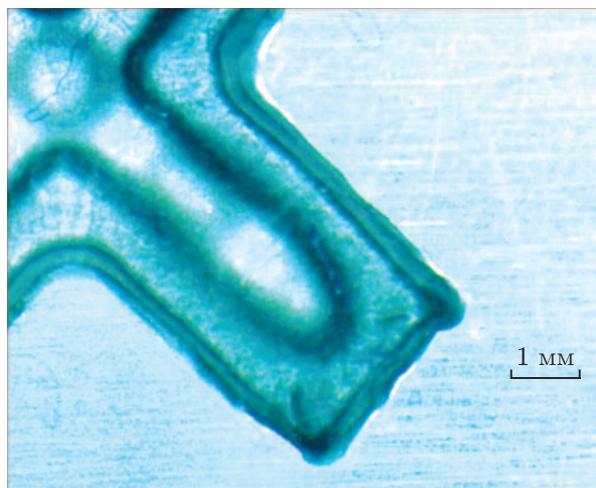


Рис. 7

Рис. 7. Поперечная канавка после обработки

момент времени $t = 0,1$ с для различных шагов по времени. Из приведенных результатов следует, что величина шага интегрирования по времени практически не влияет на результаты решения.

5. Результаты экспериментальных исследований. Проведено сравнение результатов математического моделирования и экспериментальных данных.

На рис. 6 показаны экспериментальная установка и катод с девятью отверстиями диаметром 1,4 мм. Стенки катода изолированы. С правой стороны устройства находится входное отверстие для электролита, держатель катода установлен на оси Z.

В эксперименте среднее напряжение составляло 12 В, максимальное напряжение и коэффициент заполнения при действии высокочастотного импульсного напряжения были равны $V_{\max} = 24$ В и $d = 0,5$, $V_{\max} = 20$ В и $d = 0,6$, $V_{\max} = 17$ В и $d = 0,7$, $V_{\max} = 15$ В и $d = 0,8$, $V_{\max} = 13,5$ В и $d = 0,9$. Скорость подачи катода равна 0,35 мм/мин, начальный размер зазора — 0,15 мм, глубина подачи — 1,5 мм. Остальные значения параметров приведены в п. 3. На рис. 7 показан один из углов поперечной канавки после ЭХО высокочастотным импульсом при напряжении $V = 17$ В и значении коэффициента заполнения $d = 0,7$ (фотография получена с использованием микроскопа MingMei M50). Видно, что профиль поперечной канавки является гладким, а в углах имеется небольшой перерез, обусловленный эффектом “шнурования” тока.

Из рис. 8 следует, что при постоянном среднем напряжении и при высокочастотном импульсном напряжении результаты ЭХО канавки практически одинаковы. Средняя ширина канавки составляет приблизительно 2,68 мм, стандартное отклонение приближенно равно 0,09 мм. Эти результаты согласуются с результатами математического моделирования.

Таким образом, при ЭХО постоянным током, напряжение которого равно среднему напряжению высокочастотного импульса, скорость образования пузырьков и среднее увеличение температуры в зазоре практически такие же, как при обработке высокочастотным импульсом. Изменение электропроводности электролита и плотности анодного тока невелико, степень растворения анода практически одинакова.

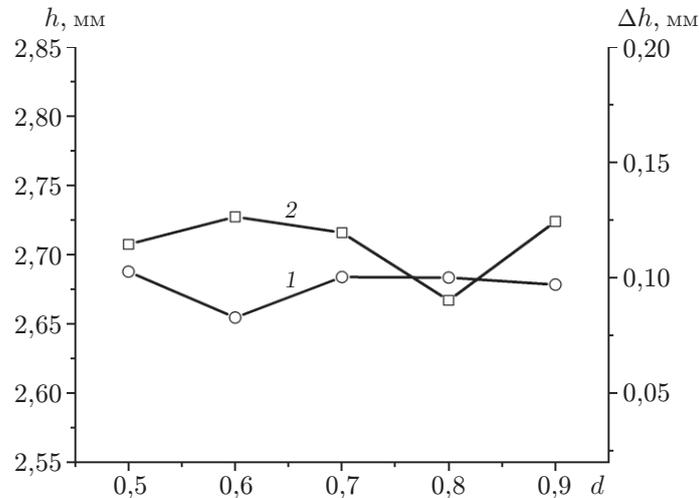


Рис. 8. Зависимости средней ширины поперечной канавки h (1) и стандартного отклонения ширины поперечной канавки Δh (2) от коэффициента заполнения

Заключение. С использованием модели турбулентного потока при наличии пузырьков построена связанная модель физических полей, возникающих при ЭХО поперечной канавки. Предложено заменять высокочастотное импульсное напряжение на постоянное среднее напряжение.

Разработана связанная модель возникающих при высокочастотной ЭХО мультифизических полей, учитывающая наличие двухфазного потока газ — жидкость, температурное и электрическое поля.

Из результатов численного моделирования следует, что использование при обработке постоянного тока с напряжением, равным среднему напряжению высокочастотного импульса, практически не влияет на результаты вычислений. От величины шага интегрирования по времени результаты решения также практически не зависят.

Из результатов проведенных теоретических и экспериментальных исследований следует, что при ЭХО возможна замена высокочастотного импульса напряжения на постоянное напряжение.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Rajurkar K. P., Sundaram M. M., Malshe A. P.** Review of electrochemical and electrodischarge machining // *Procedia CIRP*. 2013. V. 6. P. 13–26.
2. **Rathod V., Doloj B., Bhattacharyya B.** Influence of electrochemical micromachining parameters during generation of microgrooves // *Intern. J. Adv. Manufactur. Technol.* 2015. V. 76, N 1–4. P. 51–60.
3. **Feng W., Jianshe Z., Yanming L., et al.** Experimental research on improving accuracy of ECM of deep narrow grooves // *Intern. J. Adv. Manufactur. Technol.* 2018. V. 96. P. 3217–3225.
4. **Pan Y., Xu L.** Vibration analysis and experiments on electrochemical micro-machining using cathode vibration feed system // *Intern. J. Precision Engng Manufactur.* 2015. V. 16, N 1. P. 143–149.
5. **Zhang C., Ai H., Yan Z., et al.** Cathode optimization and multi-physics simulation of pulse electrochemical machining for small inner-walled ring grooves // *Intern. J. Adv. Manufactur. Technol.* 2020. V. 106, N 1. P. 401–416.

6. **Chen X. Z., Xu Z. Y., Zhu D., et al.** Experimental research on ECM of titanium alloy Ti60 for a blisk // Chinese J. Aeronaut. 2016. N 1. P. 274–282.
7. **Wang M. H., Liu W. S., Peng W.** Research on flow-field characteristics of gap multiphase flow and experiment of ECM of spiral deep small hole // Binggong Xuebao/Acta Armamentarii. 2013. V. 34, N 6. P. 748–753.
8. **Fang X. L., Qu N. S., Li H. S., et al.** Effects of hollow hole structure of electrode on ECM of square holes in titanium alloys // J. South China Univ. Technol. 2013. V. 41, N 9. P. 137–142.
9. **He Y. F., Lu W. Z., Gan W. M.** Research on titanium alloy circular hole ECM based on electric field analysis // China Mech. Engng. 2016. Iss. 11. P. 1461–1466.
10. **Thorpe J. F., Zerkle R. D.** Analytic determination of the equilibrium electrode gap in ECM // Intern. J. Machine Tool Design Res. 1969. V. 9, N 2. P. 131–144.
11. **Riggs J. B., Muller R. H., Tobias C. W.** Prediction of work piece geometry in electrochemical cavity sinking // Electrochim. Acta. 1980. V. 26, N 8. P. 961–969.
12. **Deconinck D., Hoogsteen W., Deconinck J.** A temperature dependent multi-ion model for time accurate numerical simulation of the ECM process. Pt 3. Experimental validation // Electrochim. Acta. 2013. V. 103. P. 161–173.
13. **Deconinck J.** Calculation of current distribution and electrode shape change by the boundary element method // J. Electrochem. Soc. 1985. V. 132, N 12. P. 2960–2965.
14. **Klocke F., Zeis M., Klink A.** Interdisciplinary modelling of the ECM process for engine blades // CIRP Annals. 2015. V. 64. P. 217–220.
15. **Fujisawa T., Inaba K., Yamamoto M., et al.** Multiphysics simulation of ECM process for three-dimensional compressor blade // J. Fluids Engng. 2008. V. 130, N 8. P. 080201.1–081703.9.
16. **Liu G. Q., Liu L., Cheng-Kui H. E., et al.** Multi-physics field coupling simulation and experimental study of ECM process // J. Machine Design. 2018. Iss. 12. P. 29–35.
17. **Chen Y. L., Zhou X. C., Chen P. X., et al.** Electrochemical machining gap prediction with multi-physics coupling model based on two-phase turbulence flow // Chinese J. Aeronaut. 2020. V. 33, N 3. P. 313–319.
18. **Smets N., Damme S. V., Wilde D. D., et al.** Calculation of temperature transients in pulse ECM (PECM) // J. Appl. Electrochem. 2007. V. 37, N 3. P. 315–324.
19. **Chen Y., Fang M., Jiang L.** Multiphysics simulation of the material removal process in pulse electrochemical machining (PECM) // Intern. J. Adv. Manufactur. Technol. 2017. V. 91. P. 2455–2464.
20. **Fang M., Chen Y. L., Jiang L. J., et al.** Optimal design of cathode based on iterative solution of multi-physical model in pulse ECM (PECM) // Intern. J. Adv. Manufactur. Technol. 2019. V. 105, iss. 7/8. P. 3261–3270.
21. **Klocke F., Zeis M., Harst S., et al.** Modeling and simulation of the electrochemical machining (ECM) material removal process for the manufacture of aero engine components // Procedia Cirp. 2013. V. 8. P. 265–270.
22. **Sokolichin A., Eigenberger G., Lapin A.** Simulation of buoyancy driven bubbly flow: Established simplifications and open questions // AIChE J. 2010. V. 50, iss. 1. P. 24–45.

*Поступила в редакцию 25/V 2021 г.,
после доработки — 25/V 2021 г.
Принята к публикации 27/IX 2021 г.*