

УДК 532.5

## ДИНАМИКА ТЯЖЕЛОГО ТЕЛА, НАХОДЯЩЕГОСЯ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ КЮВЕТЕ С ЖИДКОСТЬЮ, ПРИ МОДУЛЯЦИИ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ

О. А. Власова, В. Г. Козлов, Н. В. Козлов\*

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,  
614990 Пермь, Россия

\* Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013 Пермь, Россия

E-mails: vlasova\_oa@pspu.ru, kozlov@pspu.ru, kozlov.n@icmm.ru

Экспериментально исследовано поведение тяжелого цилиндрического тела во вращающейся вокруг горизонтальной оси цилиндрической кювете, заполненной вязкой жидкостью. Скорость вращения кюветы периодически изменяется (модулируется). При постоянной скорости вращения под действием центробежной силы тело находится вблизи стенки кюветы и совершает вращение вместе с кюветой и жидкостью как единое целое. Изучено поведение тела в зависимости от амплитуды и частоты модуляции скорости вращения. Установлено, что при достижении порогового значения амплитуды модуляции (при заданной частоте) тяжелое тело отрывается от границы кюветы и принимает равновесное положение на некотором расстоянии от границы. Показано, что действующая на тело осредненная сила отталкивания от границы кюветы связана с азимутальными колебаниями тела в равномерно вращающейся системе отсчета и проявляется на расстоянии, сравнимом с толщиной динамических пограничных слоев. Установлено, что в закритической области в результате нарушения симметрии азимутальных колебаний тело совершает азимутальный дрейф. В области высоких частот колебаний кюветы определена зависимость коэффициента подъемной силы от величины зазора между телом и стенкой.

Ключевые слова: вращение, модуляция скорости, тяжелое тело, вязкая жидкость, подъемная сила.

DOI: 10.15372/PMTF20180205

**Введение.** Исследование динамики твердых включений, совершающих колебания в жидкости, представляет интерес как для прикладной, так и для фундаментальной гидродинамики. Изучение таких задач стимулируется парадоксальным поведением тел при наличии вибрации, например, плаванием металлического шарика в сосуде с жидкостью [1]. Известно, что, в случае если тело совершает высокочастотные колебания в невязкой жидкости вблизи твердой границы, вследствие асимметричного распределения осредненного давления на поверхности тела возникает осредненная сила притяжения [2]. Теоретическое описание этой силы, действующей на цилиндрические и сферические включения, совершающие колебания с большой частотой и малой амплитудой, приведено в [3, 4]. Следует отметить, что сила притяжения проявляется только на расстоянии, сравнимом с характерным размером тела. В экспериментальных работах [5, 6] показано, что в непосредствен-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 14-11-00476).

© Власова О. А., Козлов В. Г., Козлов Н. В., 2018

ной близости от стенки сила притяжения, действующая на колеблющееся тело, заменяется силой отталкивания. Смена направления вибрационной силы происходит на расстоянии, сравнимом с толщиной пограничного слоя Стокса. В [7] приведено теоретическое описание механизма генерации вибрационной силы отталкивания, действующей на цилиндрическое тело в кювете с жидкостью, совершающей поступательные колебания. В работе [7] используется точное решение задачи об обтекании цилиндрического тела, касающегося границы, полученное в [8]. Экспериментальные и теоретические результаты удовлетворительно согласуются. Подробное экспериментальное и теоретическое исследование подъемной силы, действующей на колеблющееся в жидкости плоское тело, представлено в [9].

Важным направлением развития вибрационной гидромеханики является изучение сил, действующих на колеблющиеся в жидкости тела во вращающихся системах. В [10] исследовалась динамика тяжелого цилиндра в горизонтальной цилиндрической кювете с жидкостью при равномерном и модулированном вращении кюветы. В случае равномерного вращения до порога центрифугирования было обнаружено отталкивание тела от вращающейся стенки, аналогичное изученному в [11], а также автоколебания тела как в случае частичного, так и в случае полного отрыва тела от стенки. Помимо этого в [10] обнаружено, что модуляция скорости вращения кюветы приводит к отталкиванию центрифугированного цилиндрического тела от стенки вращающейся кюветы.

Заметим, что в экспериментах [10] поведение тела определялось не только колебаниями кюветы, но и в значительной степени наличием поля силы тяжести, которое, совершая вращение в системе отсчета полости, вызывало колебания тела в жидкости, сравнимые по амплитуде с колебаниями, возникающими в результате вязкого взаимодействия с осциллирующей стенкой кюветы.

Целью настоящей работы является исследование динамики тяжелого цилиндрического тела в заполненной жидкостью цилиндрической кювете, совершающей модулированное вращение. Условия эксперимента задавались таким образом, чтобы уменьшить амплитуду колебаний, возбуждаемых гравитационным полем, и свести осредненное действие силы тяжести на тело к пренебрежимо малой величине. Поэтому эксперименты выполнялись с телами, плотность которых близка к плотности жидкости.

**1. Экспериментальная установка и методика.** Цилиндрическая кювета радиусом  $R = 30,0$  мм, длиной  $L = 74,0$  мм изготовлена из трубы, выполненной из прозрачного органического стекла (рис. 1). Цилиндрическое тело диаметром  $d = 7,8$  мм, длиной  $l = 58,0$  мм также изготовлено из органического стекла, имеющего плотность  $\rho_S = 1,190$  г/см<sup>3</sup>.

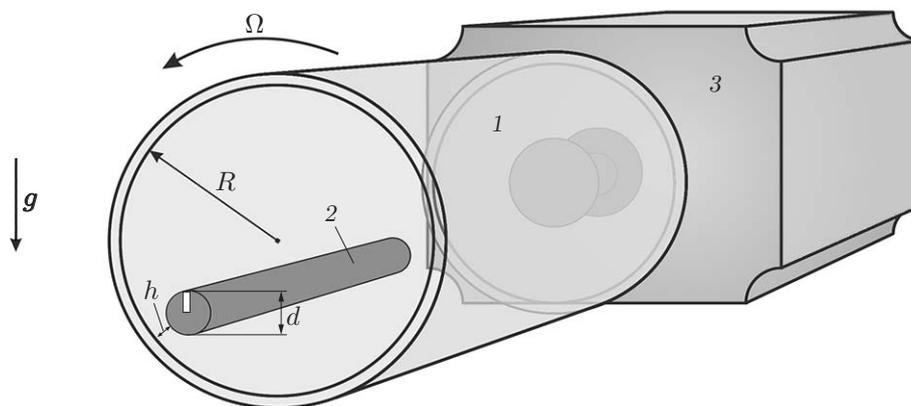


Рис. 1. Схема кюветы:

1 — кювета, 2 — цилиндрическое тело, 3 — шаговый двигатель

На торце тела нанесена метка, позволяющая контролировать его поворот относительно собственной оси. Кювета с расположенным в ней телом заполняется водным раствором глицерина вязкостью  $\nu = 9 \cdot 10^{-6} \div 12 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с и плотностью  $\rho_L = 1,168 \div 1,172$  г/см<sup>3</sup>. Используемое в экспериментах тело полагается тяжелым, поскольку его плотность больше плотности жидкости; относительная плотность тела равна  $\rho \equiv \rho_S/\rho_L = 1,015 \div 1,020$ .

Вращение кювете передается с помощью шагового двигателя типа Electroprivod FL86STH118-6004A, управляемого с помощью драйвера Electroprivod SMSD-822 и обеспечивающего вращение кюветы в диапазоне скоростей вращения  $1 \div 30$  рад/с с точностью более 0,01 рад/с. В начале эксперимента скорость вращения кюветы  $\Omega$  плавно увеличивается до некоторого значения  $\Omega_{rot}$ , при котором действие на тело силы тяжести мало по сравнению с действием центробежной силы, а тело, жидкость и кювета совершают вращение, как единое целое. После этого задается модуляция скорости вращения с определенной частотой  $\Omega_{lib}$  и амплитудой  $\varepsilon = \varphi_0 \Omega_{lib}/\Omega_{rot}$ . При этом кювета вращается по закону  $\Omega = \Omega_{rot}(1 + \varepsilon \cos \Omega_{lib}t)$  ( $\Omega_{rot}$  — средняя скорость вращения кюветы;  $\varphi_0$  — амплитуда вращательных колебаний кюветы). В ходе эксперимента амплитуда колебаний кюветы пошагово монотонно увеличивается (затем уменьшается). Видеосъемка вращающейся кюветы и тела проводится на каждом шаге по  $\varepsilon$  после выхода системы на установившийся режим. Наблюдение за поведением тела осуществляется через передний торец кюветы. Видеорегистрация выполняется с помощью скоростной камеры Optonics CamRecord CL600x2 с частотой съемки 500 кадр/с при разрешении  $1280 \times 1024$ . При достижении предельного значения  $\varepsilon$  амплитуда пошагово уменьшается. Эксперименты повторяются при различных отношениях частоты либраций и частоты вращения кюветы.

Полученные в эксперименте кадры видеосъемки обрабатываются на компьютере. Азимутальный угол  $\varphi_b$ , характеризующий смещение тела относительно столба жидкости, вращающейся со скоростью  $\Omega_{rot}$ , отсчитывается в направлении вращения кюветы. Величина зазора между цилиндром и стенкой кюветы отсчитывается вдоль радиуса кюветы от стенки к центру:  $h = R - (R_b + d/2)$  ( $R_b$  — расстояние от центра тела до оси кюветы). Погрешность измерений характеризуется разбросом экспериментальных точек на графиках.

**2. Результаты эксперимента.** При равномерном вращении кюветы тело совершает вращение вместе с кюветой и окружающей жидкостью как единое целое. При модуляции скорости вращения граница кюветы совершает азимутальные колебания с заданной амплитудой  $\varphi_0$  и частотой  $\Omega_{lib}$ , накладывающиеся на равномерное вращение. При этом за пределами вязкого динамического слоя вся жидкость в цилиндрической кювете совершает равномерное вращение со скоростью  $\Omega_{rot}$ . Вращающуюся как единое целое с постоянной угловой скоростью жидкость можно представить в виде цилиндрического столба, ось вращения которого совпадает с осью кюветы. Вращательные колебания кюветы вызывают азимутальные колебания тела вследствие вязкого взаимодействия тела со стенкой. В связанной со столбом жидкости равномерно вращающейся системе отсчета тело совершает азимутальные колебания по закону  $\varphi_b \sin \Omega_{lib}t$ , которые сопровождаются осредненным азимутальным дрейфом с угловой скоростью  $\Omega_b^{drift}$  ( $\varphi_b$  — амплитуда азимутальных колебаний тела). Положение тела определяется выражением  $\varphi_b = \varphi_b \sin \Omega_{lib}t + \Omega_b^{drift}t$ . При малых значениях амплитуды модуляции  $\varepsilon$  тело касается стенки кюветы и ориентировано вдоль оси кюветы (точка 1 на рис. 2,а). При достижении порогового значения  $\varepsilon$  цилиндр отрывается от стенки кюветы и перемещается на некоторое расстояние от нее. При дальнейшем увеличении  $\varepsilon$  зазор  $h$  между телом и стенкой кюветы увеличивается (точка 2 на рис. 2,а). При пошаговом уменьшении амплитуды модуляции зазор уменьшается и тело возвращается к стенке. На мгновенных фотографиях (рис. 3) показано характерное положение тела во вращающейся кювете при фиксированном значении  $\varepsilon$ . Заметим, что

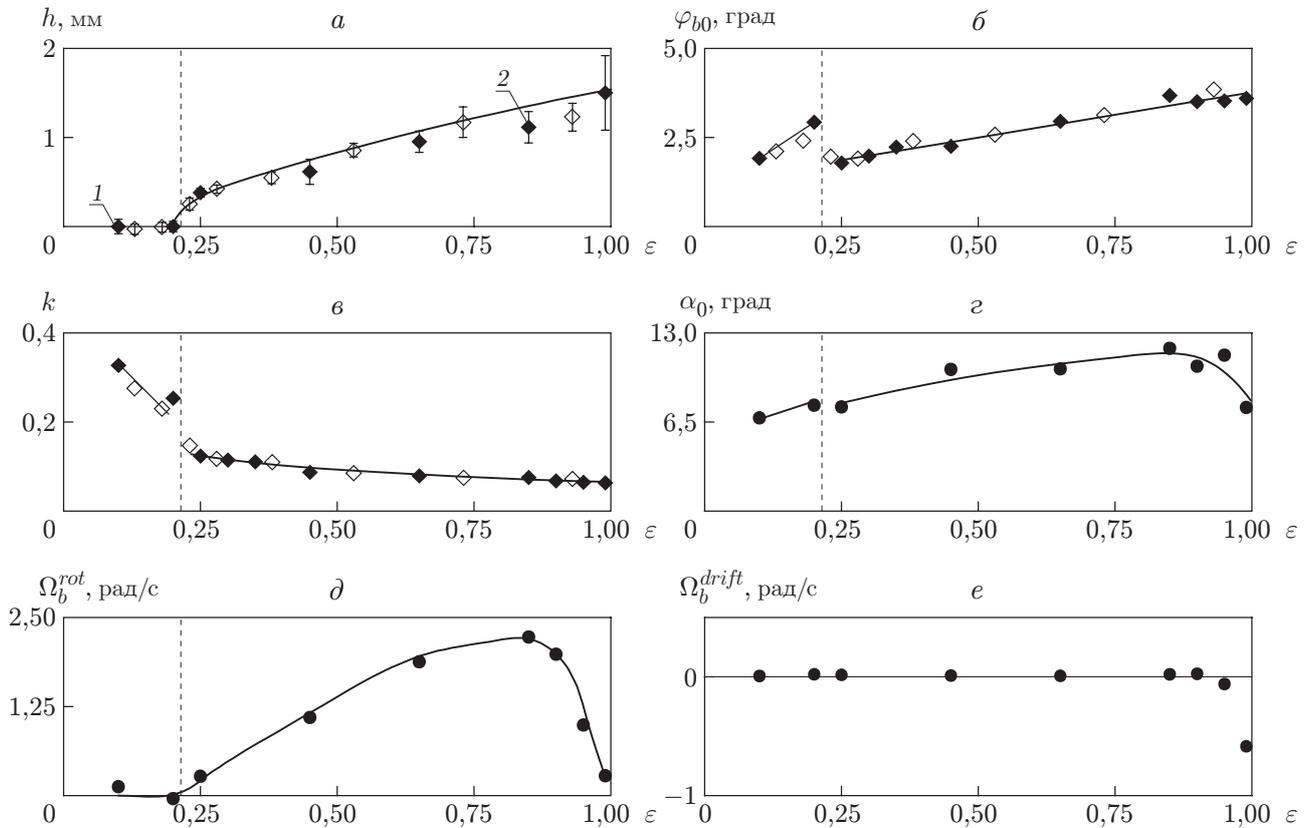


Рис. 2. Зависимости величины зазора (*a*), амплитуды азимутальных колебаний тела (*б*), относительной амплитуды колебаний тела (*в*), амплитуды вращательных колебаний тела (*г*), средней скорости вращения тела вокруг своей оси (*д*), угловой осредненной скорости азимутального дрейфа (*е*) от амплитуды  $\varepsilon$ : точки — эксперимент (темные — при пошаговом увеличении  $\varepsilon$ , светлые — при пошаговом уменьшении  $\varepsilon$ ), линии — аппроксимации; штриховые линии — пороговое значение  $\varepsilon$ ; вертикальные отрезки — доверительные интервалы

непосредственно перед отрывом тела его ориентация изменяется. Ось цилиндра поворачивается на некоторый угол относительно оси кюветы, такое положение тела устойчиво при фиксированном значении  $\varepsilon$ . В этом состоянии цилиндр опирается торцами на стенку кюветы, а между центральной частью тела и стенкой возникает зазор. После отрыва тело ориентируется вдоль оси вращения и сохраняет такую ориентацию при увеличении  $\varepsilon$ .

Переход тела в “подвешенное” состояние сопровождается изменением характера зависимости от  $\varepsilon$  основных кинематических характеристик осциллирующего движения цилиндра. На рис. 2, *б* представлена зависимость амплитуды азимутальных колебаний тела  $\varphi_{b0}$  от  $\varepsilon$ . Видно, что до момента отрыва амплитуда колебаний цилиндра монотонно увеличивается с увеличением амплитуды колебаний кюветы, в момент отрыва тела от границы амплитуда  $\varphi_{b0}$  скачкообразно уменьшается. Уменьшение амплитуды азимутальных колебаний тела обусловлено тем, что при появлении зазора  $h$  вязкое взаимодействие тела и границы кюветы ослабевает. В тот момент, когда тело возвращается к стенке (при уменьшении амплитуды колебаний кюветы), амплитуда колебаний тела  $\varphi_{b0}$  скачкообразно увеличивается. Зависимость относительной амплитуды колебаний тела  $k = \varphi_{b0}/\varphi_0$  от  $\varepsilon$  представлена на рис. 2, *в*. Видно, что при отрыве тела от стенок кюветы зависимость  $k(\varepsilon)$  скачкообразно изменяется.

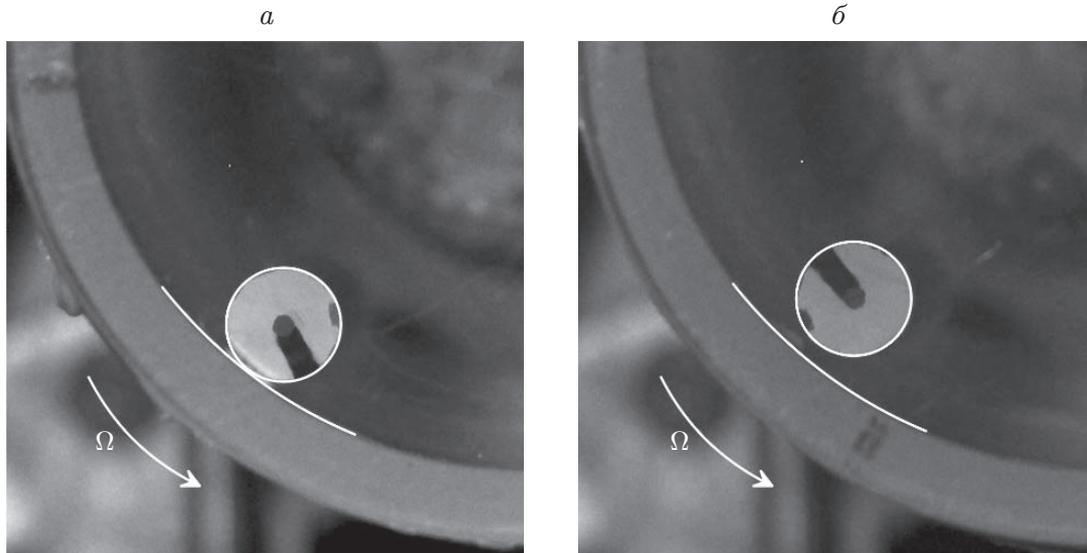


Рис. 3. Фотографии тела во вращающейся кювете в точках 1 (а) и 2 (б) на рис. 2,а при  $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\Omega_{rot} = \Omega_{lib} = 25,1 \text{ рад/с}$ :  
линии — граница цилиндра и стенка кюветы

Помимо азимутальных колебаний вдоль стенки кюветы цилиндр совершает вращательное движение относительно своей оси по закону  $\alpha = \alpha_0 \sin \Omega_{lib} t + \Omega_b^{rot} t$  ( $\alpha_0$  — амплитуда вращательных колебаний;  $\Omega_b^{rot}$  — угловая скорость среднего вращения тела вокруг своей оси). Заметим, что амплитуда вращательных колебаний увеличивается с увеличением  $\varepsilon$  (рис. 2,з). Наряду с вращательными колебаниями возникает осредненное вращение тела вокруг своей оси в направлении, совпадающем с направлением вращения кюветы (рис. 2,д). Скорость вращения также растет с увеличением  $\varepsilon$ . В момент, когда зазор между телом и стенкой становится значительным, цилиндр начинает дрейфовать в направлении, противоположном направлению вращения кюветы (рис. 2,е). При этом уменьшаются амплитуда вращательных колебаний  $\alpha_0$  (см. рис. 2,з) и средняя скорость вращения тела вокруг своей оси  $\Omega_b^{rot}$  (см. рис. 2,д).

На рис. 4 показано изменение угла поворота тела  $\alpha$  в процессе азимутальных колебаний для случаев  $h = 0$  и  $h \neq 0$ . Видно, что вращательные и азимутальные колебания происходят в одной фазе, некоторый разброс экспериментальных точек объясняется погрешностью измерений. При взаимодействии тела со стенкой кюветы и обтекающей жидкостью в процессе колебаний кюветы тело увлекается стенкой вследствие вязкого взаимодействия. Заметим, что область взаимодействия тела со стенкой ограничивается толщиной слоя Стокса, который значительно меньше поперечного размера тела. Таким образом, поворот тела относительно своей оси можно объяснить тем, что тангенциальная сила, обусловленная вязким взаимодействием тела и колеблющейся стенки, прикладывается к телу с одной, ближней к стенке кюветы, стороны. Направление угла поворота цилиндра совпадает с направлением угла азимутального смещения тела  $\varphi_b$  и значительно превышает амплитуду азимутального смещения (см. рис. 4).

С увеличением амплитуды колебаний кюветы изменяется траектория движения цилиндра относительно ее стенки (рис. 5,а) ( $\varphi_c = \varphi_0 \sin \Omega_{lib} t$  — осциллирующая компонента движения кюветы). При малых значениях  $\varepsilon$ ,  $h \neq 0$  тело, находящееся в “подвешенном” состоянии, колеблется вблизи стенки кюветы вдоль одной линии ( $h \approx \text{const}$ ). Увеличение амплитуды модуляции сопровождается наклоном траектории движения тела. При больших значениях  $\varepsilon$  траектория принимает форму петли. При смещении кюветы в направле-

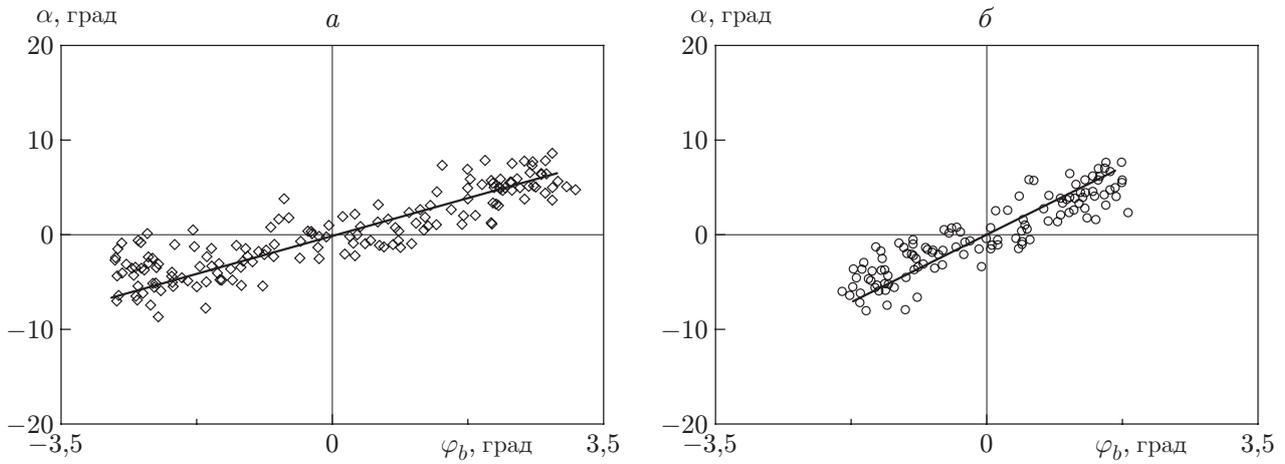


Рис. 4. Зависимость угла поворота тела  $\alpha$  вокруг своей оси от азимутальной координаты цилиндра  $\varphi_b$  в системе отсчета, связанной с жидкостью, вращающейся с постоянной скоростью  $\Omega_{rot}$ :

$a$  — до момента отрыва от стенок кюветы ( $h = 0, \varepsilon = 0,20$ ),  $b$  — после момента отрыва ( $h \neq 0, \varepsilon = 0,25$ )

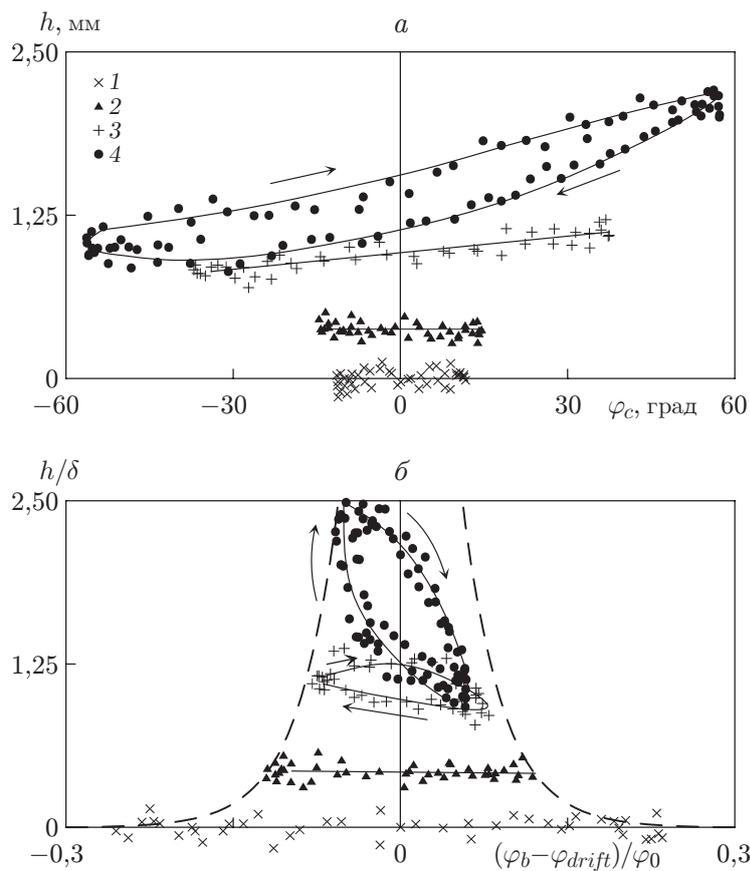


Рис. 5. Зависимости величины зазора от угла поворота кюветы в процессе колебаний ( $a$ ) и относительной амплитуды колебаний цилиндра в системе равномерно вращающейся жидкости от азимутального смещения тела ( $b$ ) при  $n_L = 1$  и различных значениях  $\varepsilon$ :

1 —  $\varepsilon = 0,20$ , 2 —  $\varepsilon = 0,25$ , 3 —  $\varepsilon = 0,65$ , 4 —  $\varepsilon = 0,99$ ; сплошные линии — траектории движения тела, штриховые — граница области изменения амплитуды колебаний цилиндра; стрелки — направление движения тела по траектории

нии вращения (ускорение вращения кюветы) величина зазора  $h$  увеличивается, движение кюветы в противоположном направлении (замедление вращения) сопровождается уменьшением зазора  $h$ .

Траектории колебательного движения тела (после исключения осредненного дрейфа) при различных  $\varepsilon$  представлены на рис. 5, б. Эти траектории построены в системе отсчета, связанной со средним положением тела за период колебаний. Единицей измерения ширины зазора  $h$  служит толщина пограничного слоя Стокса  $\delta = \sqrt{2\nu/\Omega_{lib}}$ , единицей измерения азимутального смещения тела  $\varphi_b - \varphi_{drift} = \varphi_{b0} \sin \Omega_{lib} t$  — амплитуда колебаний кюветы  $\varphi_0$ . Заметим, что тело совершает азимутальные колебания с амплитудой, которая в несколько раз меньше  $\varphi_0$ . На рис. 5, б видно, что с увеличением  $\varepsilon$  относительная амплитуда колебаний тела уменьшается.

Движение тела в равномерно вращающейся системе отсчета описывается выражением  $\varphi_b = \varphi_{b0} \sin \Omega_{lib} t + \Omega_b^{drift} t$ . Наличие осциллирующей компоненты скорости приводит к гармоническому изменению силы Кориолиса, действующей на тело в радиальном направлении. При уменьшении азимутальной скорости цилиндра (смещении тела влево на рис. 5, б) сила Кориолиса отталкивает тело от стенки, при увеличении скорости вращения тела — смещает к стенке. Следует отметить, что сила Кориолиса действует наряду с осредненной подъемной силой, направленной от стенки. На рис. 5, б видно, что при малых значениях  $\varepsilon$  азимутальная скорость цилиндра изменяется незначительно и он движется вдоль стенки кюветы на одном и том же расстоянии ( $h \approx \text{const}$ ). Амплитуда азимутальных колебаний тела и величина зазора между телом и стенкой увеличиваются при увеличении  $\varepsilon$ , что приводит к наклону траектории движения цилиндра. Эллиптическая форма траектории свидетельствует о сдвиге фаз колебаний тела и стенки. Потеря симметрии колебаний тела приводит к изменению характера взаимодействия со стенкой в различные полупериоды. Как следствие, появляются осредненная тангенциальная сила и осредненный момент силы: тело начинает дрейфовать в направлении, противоположном направлению вращения кюветы (см. рис. 2).

**3. Анализ результатов.** В рассмотренной задаче безразмерным параметром, определяющим амплитуду колебаний кюветы, а значит, и амплитуду колебаний тела, является амплитуда  $\varepsilon = \varphi_0 \Omega_{lib} / \Omega_{rot}$ . На рис. 6, а приведена зависимость безразмерного зазора  $h/\delta$  от амплитуды  $\varepsilon$  при трех значениях отношения частоты модуляции к частоте вращения кюветы  $n_L = \Omega_{lib} / \Omega_{rot}$ . Видно, что при всех значениях  $n_L$  зависимости  $h/\delta(\varepsilon)$  подобны: после отрыва тела от стенки величина зазора монотонно увеличивается с увеличением  $\varepsilon$ . При увеличении частоты модуляции (увеличении  $n_L$ ) пороговое значение  $\varepsilon$  смещается по оси вправо. Точки на рис. 6 показывают среднее за один оборот значение зазора  $h/\delta$ . Следует отметить, что с увеличением  $\varepsilon$  тело удаляется от стенки на расстояние порядка 1–2 толщин пограничного слоя, что согласуется с результатами теоретических и экспериментальных исследований колеблющегося тела в отсутствие вращения кюветы [5, 6].

Как следует из работы [7], подъемная сила определяется амплитудой колебаний тела относительно жидкости, поэтому в качестве управляющего параметра используется безразмерный комплекс

$$k\varepsilon = \frac{\varphi_{b0}}{\varphi_0} \frac{\varphi_0 \Omega_{lib}}{\Omega_{rot}} = \varphi_{b0} n_L.$$

На рис. 6, б представлена зависимость безразмерного зазора от параметра  $k\varepsilon$  при различных значениях  $n_L, \omega$ . До момента отрыва экспериментальные точки с увеличением  $k\varepsilon$  смещаются вдоль горизонтальной оси вправо: амплитуда колебаний тела растет с увеличением амплитуды колебаний кюветы. В момент отрыва цилиндра от стенки кюветы (см. рис. 2, б) амплитуда колебаний тела уменьшается скачкообразно, что проявляется в виде смещения экспериментальных точек на плоскости ( $k\varepsilon, h/\delta$ ) влево и вверх. Дальнейшее

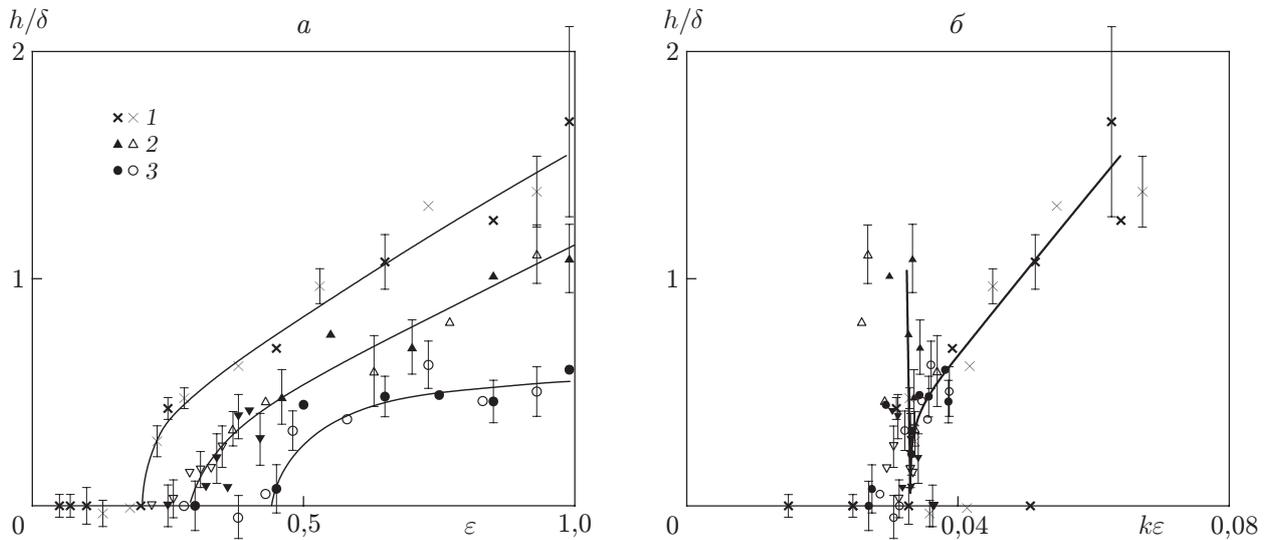


Рис. 6. Зависимости безразмерного зазора от  $\varepsilon$  (а) и  $k\varepsilon$  (б) при различных значениях  $n_L$  и  $\omega$ :

1 —  $n_L = 1$ ,  $\omega = 149$ , 2 —  $n_L = 2$ ,  $\omega = 289$ , 3 —  $n_L = 3$ ,  $\omega = 447$ ; темные точки — пошаговое увеличение  $\varepsilon$ , светлые — пошаговое уменьшение  $\varepsilon$ ; вертикальные отрезки — отклонения от среднего значения

увеличение интенсивности вибраций сопровождается увеличением зазора между телом и стенкой кюветы, при этом амплитуда колебаний тела  $k\varepsilon$  практически не меняется. Заметим, что при всех  $n_L$  пороговые значения  $k\varepsilon$ , при которых тело занимает устойчивое положение на расстоянии от стенки, совпадают. При  $h/\delta \approx 0,5$  в положении экспериментальных точек появляется разброс. Предположительно, это обусловлено существенным различием значений безразмерной частоты  $\omega = \Omega_{lib} d^2 / \nu$ , которая характеризует отношение диаметра тела к толщине пограничного слоя  $\delta$ .

При описании вибрационной подъемной силы, действующей на твердые включения в жидкости, вводится коэффициент подъемной силы, который определяется следующим образом:

$$C_L = F_L / (\rho_L v^2 r).$$

Здесь  $F_L$  — подъемная сила, действующая на единицу длины тела и измеряемая экспериментально;  $v$  — амплитудное значение осциллирующей скорости жидкости либо скорости колеблющегося в неподвижной жидкости тела;  $r$  — радиус цилиндра. В рассматриваемой задаче подъемная сила измеряется методом “подвеса” тела в центробежном поле. Вес тела (в расчете на единицу длины) в центробежном поле в приближении малого по сравнению с радиусом кюветы диаметра тела определяется по формуле

$$F_C = (\rho_S - \rho_L) \pi r^2 \Omega_{rot}^2 (R - r).$$

При условии стационарного “подвеса” вес тела уравновешивается вибрационной силой отталкивания:  $F_L = F_C$ . Для коэффициента подъемной силы получаем

$$C_L = \frac{\pi r (\rho - 1)}{k^2 \varepsilon^2 (R - r)}.$$

Зависимость коэффициента подъемной силы  $C_L$  от расстояния  $h/\delta$  приведена на рис. 7. По мере удаления тела от стенки подъемная сила практически не меняется, до тех пор пока зазор между телом и стенкой остается малым по сравнению с толщиной пограничного

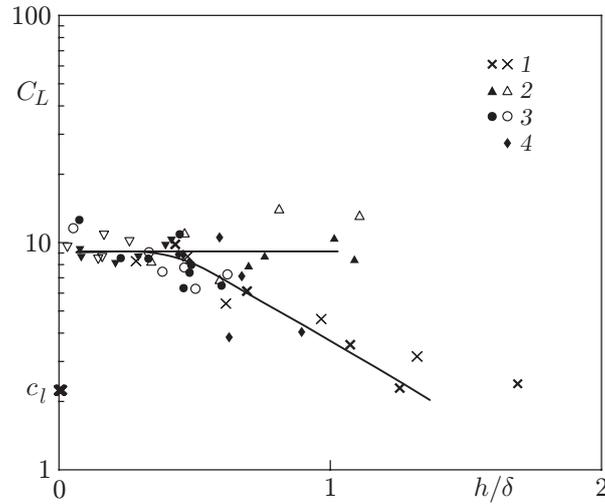


Рис. 7. Зависимость коэффициента подъемной силы  $C_L$  от расстояния  $h/\delta$  при различных значениях параметров:

1 —  $n_L = 1$ ,  $r/R = 0,13$ ,  $\omega = 149$ ,  $\rho = 1,020$ , 2 —  $n_L = 2$ ,  $r/R = 0,13$ ,  $\omega = 298$ ,  $\rho = 1,020$ ,  
 3 —  $n_L = 3$ ,  $r/R = 0,13$ ,  $\omega = 447$ ,  $\rho = 1,020$ , 4 —  $n_L = 1$ ,  $r/R = 0,06$ ,  $\omega = 127$ ,  $\rho = 1,015$ ; точки — эксперимент (темные — пошаговое увеличение  $\varepsilon$ , светлые — пошаговое уменьшение  $\varepsilon$ ), линии — аппроксимация

слоя. На рис. 7 также приведены точки, полученные в экспериментах с кюветой большего радиуса при близком значении безразмерной частоты (точки 4). Как следует из рис. 7, результаты, полученные для разных кювет при различных значениях  $n_L$ , удовлетворительно согласуются. Исключение составляют лишь точки, полученные при малых частотах ( $\omega < 150$ ) и при размерах зазора  $h/\delta > 0,5$ , при которых значение коэффициента подъемной силы уменьшается с увеличением  $h/\delta$ . Как указывалось выше, это может быть обусловлено изменением характера колебаний тела в области малых безразмерных частот.

В работе [7] с помощью метода “подвеса” в поле силы тяжести проводилось измерение подъемной силы, действующей на тело, совершающее поступательные высокочастотные тангенциальные колебания в жидкости вблизи границы. Тело совершало колебания под действием осциллирующей силы инерции. В приближении больших частот ( $\omega \gg 1$ ) и малых амплитуд колебаний для цилиндрического тела, совершающего поступательные колебания на расстоянии от плоской границы, равном толщине пограничного слоя, получено теоретическое значение коэффициента подъемной силы  $c_l = 2,24$ . Результаты экспериментов [7] при поступательных колебаниях тела вблизи плоской границы хорошо согласуются с результатами расчета.

Следует отметить, что полученное в [7] значение  $c_l = 2,24$  справедливо для тел малого размера ( $d \ll R$ ) во вращающейся системе в предельном случае больших частот колебаний тела  $n_L \gg 1$  при условии поступательных колебаний тела вблизи границы. При этом отталкивание колеблющегося тела от границы вращающейся кюветы должно происходить так же, как в случае колебаний тела вблизи дна кюветы в отсутствие вращения; роль поля силы тяжести выполняет центробежное поле. На рис. 7 видно, что в рассматриваемом случае экспериментальные точки расположены значительно выше точки, соответствующей теоретическому значению [7]. Это свидетельствует о качественном отличии действия подъемной силы на тело, тангенциальные колебания которого возбуждаются колеблющейся границей, от действия подъемной силы, рассмотренной в [7] для задачи об инерционных поступательных колебаниях тела вблизи неподвижной границы.

Результаты эксперимента показывают, что различие заключается в характере колебаний тела. В отличие от экспериментов [7], в которых тело совершает поступательные колебания, в рассматриваемом случае цилиндрическое тело, помимо азимутальных (тангенциальных границе) колебаний в системе отсчета, связанной с жидкостью, вращающейся как единое целое, совершает вращательные колебания вокруг своей оси (см. рис. 2,2). При этом вращательные колебания тела происходят в одной фазе с азимутальными колебаниями (см. рис. 4). Можно предположить, что результатом такого комбинированного поступательно-вращательного осциллирующего движения тела является осредненная подъемная сила, связанная с эффектом Магнуса. Известно, что в стационарном потоке жидкости на вращающийся цилиндр действует подъемная сила, которая согласно теореме Жуковского определяется циркуляцией скорости жидкости вокруг цилиндра и скоростью набегающего потока жидкости [12]. Нетрудно показать, что на тело, увлекаемое движущейся границей в азимутальном направлении (в равномерно вращающейся системе отсчета) и совершающее при этом вращение в том же направлении, действует сила, направленная к оси вращения кюветы. Следует отметить, что при изменении направления движения тела (в следующей половине периода) направление подъемной силы не меняется, поскольку синфазно с направлением движения тела изменяется направление его вращения. Связанный с силой Магнуса дополнительный коэффициент подъемной силы можно рассчитать в случае цилиндрического тела, совершающего такие комбинированные колебания вдали от границы: он определяется выражением  $C_M = \pi\alpha_0 r / (\varphi_{b0}(R-r))$  и при  $\alpha_0/\varphi_{b0} \approx 3,5$  (что соответствует условиям настоящего эксперимента) имеет значение  $C_M \approx 1,64$ . Таким образом, осредненная сила, связанная с эффектом Магнуса, направлена к оси вращения и вносит значительный вклад в подъемную силу, действующую на тело.

Проведенное исследование лишь качественно характеризует вклад силы Магнуса в подъемную силу в условиях проведенного эксперимента, поскольку тело совершает комбинированные колебания в непосредственной близости от границы. Однако оно позволяет сделать вывод, что большое значение коэффициента подъемной силы, действующей на тело вблизи совершающей тангенциальные колебания границы, определяется комбинированными высокочастотными поступательно-вращательными колебаниями тела в окружающей его жидкости. Данная подъемная сила значительно больше обнаруженной в [5] и описанной в [7] силы отталкивания, действующей на тело, совершающее поступательные тангенциальные колебания вблизи твердой границы, и ее действие качественно отличается от действия силы отталкивания [5]. Заметим, что обнаруженное явление — отталкивание твердого включения от границы, совершающей тангенциальные колебания, — может быть использовано для управления включениями, расположенными вблизи границы кюветы.

**Заключение.** Экспериментально исследована динамика цилиндрического тела во вращающейся цилиндрической кювете с жидкостью, совершающей модулированное вращение. Установлено, что при достижении порогового значения амплитуды модуляции скорости вращения кюветы тяжелое тело отрывается от границы кюветы и занимает устойчивое положение на некотором расстоянии от последней. Изучены зависимости траектории движения тела от амплитуды модуляции. Показано, что помимо азимутальных колебаний (вследствие вязкого взаимодействия с колеблющейся стенкой кюветы) цилиндр совершает вращательные колебания вокруг своей оси, причем фазы колебаний совпадают. Установлено, что коэффициент подъемной силы значительно больше, чем в случае поступательных колебаний тела вблизи границы [7]. Сделано предположение, что генерация дополнительной подъемной силы обусловлена наличием осредненной силы, связанной с эффектом Магнуса и действующей на цилиндр при комбинированных поступательно-вращательных колебаниях в жидкости вблизи границы кюветы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Челомей В. Н.** Парадоксы в механике, вызываемые вибрациями // Докл. АН СССР. 1983. Т. 270, № 1. С. 62–67.
2. **Ламб Г.** Гидродинамика. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1947.
3. **Луговцов Б. А., Сенницкий В. Л.** О движении тела в вибрирующей жидкости // Докл. АН СССР. 1986. Т. 289, № 2. С. 314–317.
4. **Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А.** О движении твердого тела в вибрирующей жидкости // Конвективные течения. Пермь: Перм. пед. ин-т, 1987. С. 61–70.
5. **Иванова А. А., Козлов В. Г., Кузаев А. Ф.** Вибрационная подъемная сила, действующая на тело в жидкости вблизи твердой поверхности // Докл. АН. 2005. Т. 402, № 4. С. 488–491.
6. **Kozlov V. G., Ivanova A. A., Schipitsyn V. D., Stambouli M.** Lift force acting on the cylinder in viscous liquid under vibration // Acta Astronaut. 2012. V. 79. P. 44–51.
7. **Иванова А. А., Козлов В. Г., Шипицын В. Д.** Подъемная сила, действующая на цилиндрическое тело в жидкости вблизи границы полости, совершающей поступательные колебания // ПМТФ. 2014. Т. 55, № 5. С. 55–63.
8. **Сенницкий В. Л.** О силовом взаимодействии жидкости и тела, касающегося стенки // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31, № 20. С. 1–5.
9. **Vlasova O. A., Kozlov V. G.** The repulsion of flat body from the wall of vibrating container filled with liquid // Microgravity Sci. Technol. 2015. V. 27, N 4. P. 297–303.
10. **Kozlov N. V., Vlasova O. A.** Behaviour of a heavy cylinder in a horizontal cylindrical liquid-filled cavity at modulated rotation // Fluid Dynamics Res. 2016. V. 48, N 5. 055503.
11. **Sun C., Mullin T., van Wijngaarden L., Lohse D.** Drag and lift forces on a counter-rotating cylinder in rotating flow // J. Fluid Mech. 2010. V. 664. P. 150–173.
12. **Ландау Л. Д.** Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1986.

*Поступила в редакцию 24/X 2016 г.,  
в окончательном варианте — 28/XI 2016 г.*

---