

110. Elbe G., White G. Branched-chain mechanisms of bis-difluoro-aminoalkane explosions // 13th Symp. (Int.) on Combust.— 1970.— P. 693—704.
111. Ferrer M., David R., Villermaux J. Homogeneous oxidation of *n*-butane in a self-stirred reactor // Oxid. Commun.— 1983.— 4, N 1—4.— P. 353—368.
112. Александров Ю. А., Барышников Ю. Ю., Захаров И. А. и др. Газофазное автоокисление тетраметилолова в стационарном режиме // Кинетика и катализ.— 1990.— 31, вып. 3.— С. 727.
113. Борисов А. А., Заманский В. М., Лисянский В. В. и др. Самовоспламенение фурана и сивльвана в смесях с кислородом // Проблемы горения и взрыва: Материалы 9 Всесоюз. симп. по горению и взрыву.— Черноголовка, 1988.— С. 82—84.
114. Szivoczka L., Woog J. Pyrolysis of pentanes in the absence and the presence of CCl₄. 1. Overall kinetics // Acta Chim. Hung.— 1987.— 124, N 4.— P. 637—647.
115. Левич С. С., Абаджев С. С., Шевчук В. В. // Кинетика и катализ.— 1973.— 13.— С. 431. Цит. по [114].
116. Singh H. J., Kern R. D. Pyrolysis of benzene behind reflected shock waves // Combust. Flame.— 1983.— 54.— P. 49—59.
117. Muller U. C., Peters N., Linan A. Global kinetics for *n*-heptane ignition at high pressures // Prepared for presentation at the 24th Symp. (Int.) on Combust, 1992.
118. Greenberg J. B., Tambour Y. Far-field coalescence effects in polydisperse spray jet diffusion flames // 21th Symp. (Int.) on Combust.— 1986.— P. 655—663.
119. Лисочкин Я. А., Позняк В. И., Рыкунов В. А. Ингибирование щелочными металлами газофазного окисления и горения углеводородов // Горение газов и натуральных топлив: Материалы 6 Всесоюз. симп. по горению и взрыву.— Черноголовка, 1980.— С. 79—82.
120. Arbib H. A., Goldman Y., Greenberg J. B. et al. A numerical model of high intensity confined hydrocarbon combustion // Combust. Flame.— 1980.— 38.— P. 259—270.
121. Schefer R. W., Sawyer R. F. Pollutant formation in fuel lean recirculating flows // NASA CR — 2785, Dec.— 1976.
122. Fenimore C. P., Jones G. W. Consumptions of oxygen molecules in hydrocarbon flames chiefly by reaction with hydrogen atoms // J. Phys. Chem.— 1959.— 63.— P. 1834—1838.
123. Presser C., Goldman Y., Greenberg J. B. et al. Control of flame configuration and combustion performance in industrial furnaces // 18th Symp. (Int.) on Combust.— 1981.— P. 1939—1948.
124. Wang T. S., Farmer R. C., Edelman R. B. Turbulent combustion kinetics for complex hydrocarbon fuels // AIAA-88-0733.— 1988.— P. 1—7.

г. Новосибирск

Поступила в редакцию 14/XII 1992

УДК 532.59

А. А. Борисов, О. В. Шарыпов

САМОПОДДЕРЖИВАЮЩИЕСЯ УЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ В НЕРАВНОВЕСНЫХ СРЕДАХ

Работа посвящена созданию оригинальной модели распространения волн слабой, но конечной амплитуды, инициирующих неравновесный экзотермический процесс, связанный с химической реакцией или релаксацией в среде. Среда может быть однофазной (газовой) или двухфазной (жидкость с пузырьками). Построена нелинейная дифференциальная модель, описывающая кинетико-волновое взаимодействие и эволюцию волн. Линейные дисперсионные и диссипативные свойства данных систем исследованы как аналитически, так и численно. Особое внимание уделено объяснению физического механизма режима формирования уединенной самоподдерживающейся волны, которую в терминологии синергетики можно было бы назвать диссипативной структурой.

Большое количество трудов, начиная с классических [1], посвящено проблеме описания кинетико-волнового взаимодействия в неравновесных системах с химической реакцией или релаксацией. Явление усиления акустических возмущений в средах с пространственно однородно распределенной реакцией или релаксацией впервые аналитически смоделировано в [2, 3]. В [4] получено точное эволюционное уравнение для слабонелинейных волн в неравновесных реагирующих средах, причем численно проинтегрирован высокочастотный предел полученного уравнения.

© А. А. Борисов, О. В. Шарыпов, 1993.

В настоящей работе в развитии оригинального подхода [2] рассматривается эволюция слабонелинейных одномерных волн в неравновесной одно- или двухфазной среде и обосновываются критерии формирования самоподдерживающейся уединенной волны.

Рассмотрим процессы, происходящие в системе типа химически инертная жидкость + пузырьки, заполненные химически активной смесью газов. (Эта проблема включает и случай однофазной газовой среды.) Волна сжимает и адиабатически нагревает газ в пузырьках, инициируя экзотермическую реакцию в газовой фазе. Можно считать волну плоской, если размеры пузырьков гораздо меньше расстояний между ними, а те, в свою очередь, намного меньше характерной длины волны. В данном случае процесс в газовой фазе описывается уравнением состояния (в общем виде): $\rho = \rho(p_g, S_g, Y)$ или

$$\frac{d\rho_g}{dt} = \left[\left(\frac{\partial \rho_g}{\partial p_g} \right)_{S_g, Y} \right]_f \frac{dp_g}{dt} + \left[\left(\frac{\partial \rho_g}{\partial S_g} \right)_{p_g, Y} \right]_f \frac{dS_g}{dt} + \frac{dY}{dt} \left(\frac{\partial \rho_g}{\partial Y} \right)_{S_g, p_g}, \quad (1)$$

уравнением кинетики одноступенчатого химического превращения реагенты \rightarrow продукты реакции (в общем виде):

$$\omega(p_g, S_g, Y) = \rho_g(p_g, S_g, Y) \frac{dY}{dt}, \quad (2)$$

уравнением производства энтропии (учитывающее только вклад за счет изменения химического потенциала):

$$\frac{dS_g}{dt} = \frac{q}{T_g} \frac{dY}{dt}, \quad (3)$$

где ρ — плотность; p — давление; T — температура; S — энтропия; Y — массовая доля продуктов реакции; ω — скорость реакции; q — удельное тепловыделение реакции; относительно медленными процессами переноса в газовой фазе пренебрегаем; индекс g обозначает газовую фазу, f соответствует условию $Y = \text{const}$ (реакция «заморожена»). Производством энтропии за счет изменения химического потенциала здесь принципиально невозможно пренебречь в отличие от описания процессов в равновесных системах.

Учитывая выражения (2) и (3), уравнение (1) может быть представлено в форме

$$\ddot{F} = C_f^{-2} \frac{dp_g}{dt} - \frac{d\rho_g}{dt}, \quad (4)$$

где $F = \omega Q$; $Q = \frac{q\rho_g\sigma_f}{c_{pf}} + \frac{\Delta v_g}{v_g}$; $v_g = \rho_g^{-1}$;

$$C_f^2 = \left[\left(\frac{\partial p_g}{\partial \rho_g} \right)_{S_g, Y} \right]_f; \quad c_{pf} = \left[\left(T_g \frac{\partial S_g}{\partial T_g} \right)_{p_g, Y} \right]_f; \quad \sigma_f = \left(\frac{\partial v_g}{\partial T_g} \right)_f$$

C_f — скорость распространения высокочастотных (относительно времени реакции) возмущений в газе; c_p — удельная теплоемкость газовой смеси при постоянном давлении; σ — коэффициент температурного расширения газа; v — удельный объем; Δv_g — изменение удельного объема газа в результате реакции.

Используя уравнения (2) и (3), тождество

$$\frac{dF}{dt} = F_p \frac{dp_g}{dt} + F_S \frac{dS_g}{dt} + F_Y \frac{dY}{dt}$$

может быть переписано:

$$\frac{dF}{dt} = F_p \frac{dp_g}{dt} + \left(\frac{qF_S}{Q\rho_g T_g} + \frac{F_Y}{Q\rho_g} \right) F,$$

$$F_p = \left[\left(\frac{\partial F}{\partial p_g} \right)_{S_g, Y} \right]_f; \quad F_S = \left[\left(\frac{\partial F}{\partial S_g} \right)_{p_g, Y} \right]_f; \quad F_Y = \left(\frac{\partial F}{\partial Y} \right)_{p_g, S_g}.$$

Исключая F из последнего соотношения с помощью (4), можно записать уравнение состояния реагирующей газовой смеси в следующей форме:

$$\frac{\tau}{N} C_f^2 \frac{d}{dt} \left[C_f^{-2} \frac{dp_g}{dt} - \frac{d\rho_g}{dt} \right] + \frac{dp_g}{dt} - C^2 \frac{d\rho_g}{dt} = 0, \quad (5)$$

где $N = (1+L)(1-\delta)$; $L = 1 + qF_s/T_g F_Y$; $\delta = \tau F_p C_f^2 / (1+L)$; $\tau = -Q\rho_g/F_Y$; $C^2 = C_f^2 / (1-\delta)$; $|\tau|$ и C играют роль характерного времени реакции и скорости низкочастотных возмущений в газе; L — безразмерный параметр, связанный с неравновесностью процесса; δ — безразмерный параметр химической дисперсии. В общем случае τ , C , L , N , δ являются переменными, определяемыми уравнением кинетики (2). Впервые уравнение (5) получено в [2]. Ниже предполагается малость параметров химической дисперсии и неравновесности ($|\delta| \ll 1$, $|L| \ll 1$ и соответственно $N \sim 1$).

Обычно частные производные от F знакоопределенные: $F_s > 0$, $F_p > 0$, $F_Y < 0$, поэтому для данного широко распространенного типа кинетической зависимости имеют место следующие неравенства: $C^2 > C_f^2$ при $q > 0$ (экзотермическая реакция) и $C^2 < C_f^2$ при $q < 0$.

В предположении, что слабое сжатие газа волной происходит адиабатически, то скорость распространения волны без учета реакции может быть приближенно представлена в виде первых членов ряда:

$$C_f^2 = \left(1 + \frac{(\gamma+1)(\rho_g - \rho_{g0})}{2\rho_{g0}} \right) C_{f0}^2 + o(\varepsilon), \quad (6)$$

$$C_{f0}^2 = \left(\gamma \frac{p_g}{\rho_g} \right)_0, \quad \frac{\rho_g - \rho_{g0}}{\rho_{g0}} \sim O(\varepsilon),$$

индекс 0 означает невозмущенное состояние среды; γ — показатель адиабаты ($\gamma = \text{const}$); ε — малый параметр ($0 < \varepsilon \ll 1$).

В предположении слабых пульсаций пузырьков в волне можно использовать линейризованное уравнение динамики газовой полости, описывающее эффект присоединенной массы жидкости:

$$\frac{p_g - p}{\rho_l} = r_0 \frac{d^2 r}{dt^2},$$

где r — радиус пузыря; индекс l обозначает жидкую фазу; переменные без индексов соответствуют двухфазной среде.

Плотность двухфазной среды ρ определяется объемным φ или массовым χ газосодержанием среды ($\chi = \text{const}$)

$$\rho = \rho_l(1 - \varphi) + \rho_g \varphi = \left(\frac{1 - \chi}{\rho_l} + \frac{\chi}{\rho_g} \right)^{-1}, \quad \rho_l = \text{const}.$$

Легко найти выражение для слабых пульсаций ρ_g

$$\frac{\partial \rho}{\partial \rho_g} = \frac{\partial}{\partial \rho_g} \left(\frac{\rho_l}{1 - \chi + \chi \rho_l / \rho_g} \right) - \chi \frac{\rho_l^2}{\rho_g^2} = \eta \frac{\rho}{\rho_g},$$

т. е.

$$(\rho_g - \rho_{g0}) / \rho_{g0} = (\rho - \rho_0) / (\varphi_0 \rho_0) + o(\varepsilon). \quad (7)$$

Пренебрегая пульсациями φ ($1 > \varphi_0 \gg \varepsilon$), можно записать связь между давлением в пузыре и в среде вдали от пузыря

$$\frac{dp_g}{dt} - \frac{dp}{dt} - \beta \frac{d^3 \rho}{dt^3}. \quad (8)$$

Здесь $\beta = \frac{r_0}{3\varphi_0(1 - \varphi_0)}$ — параметр пузырьковой дисперсии.

Комбинируя уравнения (5)–(8), получим выражение, описывающее эволюцию слабой волны в двухфазной реагирующей среде:

$$\frac{\tau}{N} a_{j_0}^2 \left(1 + \frac{\gamma+1}{2\varphi_0} \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) \frac{d}{dt} \left[a_{j_0}^{-2} \left(1 + \frac{\gamma+1}{2\varphi_0} \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^{-1} \left(\frac{dp}{dt} - \beta \frac{d^2 \rho}{dt^2} \right) - \frac{d\rho}{dt} \right] + \frac{dp}{dt} - \beta \frac{d^2 \rho}{dt^2} - a^2 \left[1 + \frac{\gamma+1}{2\varphi_0} \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right] \frac{d\rho}{dt} + o(\varepsilon^2) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{a_{j_0}^2}{C_{j_0}^2} = \frac{a^2 C_f^2}{C^2 C_{j_0}^2} = \frac{\rho_{g0}}{\varphi_0 \rho_0},$$

a_j и a соответствуют скоростям распространения низко- и высокочастотных (относительно времени реакции) возмущений в пузырьковой среде. (Все возмущения предполагаются низкочастотными относительно периода свободных пульсаций пузырей. Чтобы свести уравнение (9) к случаю однофазной среды, следует формально положить: $\beta = 0$, $\varphi_0 = 1$.)

Для замыкания системы уравнений необходимо записать законы сохранения массы и импульса двухфазной среды:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (10)$$

$$\rho \frac{du}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (11)$$

где η , u — вязкость и массовая скорость среды. Вязкость среды важна, являясь одним из главных диссипативных механизмов.

Для преобразования уравнений (9)–(11) к безразмерной форме удобно использовать следующие параметры:

$$\rho^* = \rho_0, \quad u^* = a_{j_0}, \quad t^* = \tau.$$

Заметим, что даже в случае волн большой амплитуды плотность двухфазной среды с низким газосодержанием изменяется незначительно, перепады массовой скорости также соответственно малы. Поэтому естественны следующие предположения:

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho^*} = \widehat{\rho} \sim O(\varepsilon), \quad \frac{u}{u^*} = \widehat{u} \sim O(\varepsilon), \quad \frac{p}{\rho^* u^{*2}} = \widehat{p} \sim O(\varepsilon)$$

($\rho^* u^{*2} \gg p_0$). Дополнительно предполагается слабость дисперсии среды

$$\frac{\eta}{\rho^* u^{*2} t^*} = \widehat{\eta} \sim O(\varepsilon), \quad \frac{\beta}{(u^* t^*)^2} = \widehat{\beta} \sim O(\varepsilon).$$

Для случая однофазной газовой среды вариации параметров должны быть много меньше их значений, соответствующих невозмущенному состоянию. Ниже используются только безразмерные переменные.

Система безразмерных уравнений (9)–(11) является исходной для вывода одного эволюционного уравнения, описывающего структуру и динамику волн, распространяющихся в одном направлении. При выводе этого уравнения пренебрегаем слагаемыми выше второго порядка малости. Слабая дисперсия среды позволяет использовать метод медленно изменяющегося в сопровождающей системе координат профиля волны:

$$y = \widehat{x} - \widehat{t}, \quad \xi = \varepsilon \widehat{t} \quad (\xi \text{ — «медленное время»),$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial z} \sim O(\varepsilon),$$

$$\frac{1}{N} \left[\widehat{p}_{yy} - 2\widehat{p}_{zy} - 2\widehat{u}\widehat{p}_{yy} - \widehat{\beta}\widehat{p}_{yyy} + 2\widehat{\rho}_{zy} - \widehat{\rho}_{yy} + 2\widehat{u}\widehat{\rho}_{yy} - \right.$$

$$\left. - \frac{\gamma+1}{2\varphi_0} (\widehat{p}_y \widehat{\rho}_y + \widehat{\rho} \widehat{p}_{yy}) \right] + \widehat{p}_z - \widehat{p}_y + \widehat{u}\widehat{p}_y +$$

$$+ \widehat{\beta}\widehat{\rho}_{yyy} + \alpha \left[\widehat{\rho}_y - \widehat{\rho}_z - \widehat{u}\widehat{\rho}_y + \frac{\gamma+1}{2\varphi_0} \widehat{\rho}\widehat{\rho}_y \right] + o(\varepsilon^2) = 0, \quad (12)$$

$$\widehat{\rho}_z - \widehat{\rho}_y + \widehat{u} \widehat{\rho}_y + \widehat{u}_y + \widehat{\rho} \widehat{u}_y + o(\varepsilon^2) = 0, \quad (13)$$

$$\widehat{u}_y - \widehat{p}_y - \widehat{u}_z + \widehat{\eta} \widehat{u}_{yy} + \widehat{\rho} \widehat{u}_y - \widehat{u} \widehat{u}_y + o(\varepsilon^2) = 0. \quad (14)$$

Выражая $\widehat{\rho}$ и \widehat{u} через \widehat{p} с помощью (13), (14), можем свести уравнение (12) к следующей форме:

$$\left(1 - \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial y}\right) [2\widehat{p}_z - \widehat{\eta} \widehat{p}_{yy} + \widehat{\beta} \widehat{p}_{yyy} + \Psi(\widehat{p}^2)_y] + (\alpha - 1) \widehat{p}_y + o(\varepsilon^2) = 0, \quad (15)$$

где $\alpha = \frac{a^2}{a_f^2}$; $\Psi = 1 + \frac{\gamma + 1}{2\varphi_0}$ — коэффициент нелинейности; первое слагаемое в Ψ соответствует обычной гидродинамической укручающей нелинейности, второе — «пузырьковой» нелинейности. При выводе (15) использованы условия слабой химической дисперсии и неравновесности

$$|\alpha - 1| = \left| \frac{1 + L}{N} - 1 \right| \approx |\delta| \sim O(\varepsilon).$$

Следует подчеркнуть, что (15) получено в предположении малой амплитуды возмущений p, u, ρ, φ , оно не содержит каких-либо предположений относительно нелинейности закона кинетики. Таким образом, уравнение (15), дополненное выражением (2), должно точно описывать эволюцию волн малой (но конечной) амплитуды, инициирующих в среде неравновесную реакцию с произвольным нелинейным законом кинетики. Среда при этом — газожидкостная (пузырьковая) или однофазная газовая.

Рассмотрим решение линеаризованного уравнения (15). Исключая газодинамическую, пузырьковую и химическую нелинейности ($\Psi = 0$, $\tau = \text{const}$, $\alpha = \text{const}$, $N = \text{const}$), ищем решение в форме суперпозиции не взаимодействующих гармоник

$$\widehat{p}_j = \sum_{j=0}^{\infty} P_j \exp(\Omega_j z + ik_j y).$$

Для отдельной гармоники имеет место дисперсионное соотношение

$$\Omega = \frac{\left(\frac{\alpha - 1}{N} - \widehat{\eta}\right) k^2 - \frac{\widehat{\eta}}{N^2} k^4}{2 \left(1 + \frac{k^2}{N^2}\right)} + i \frac{\widehat{\beta} k^3 \left(1 + \frac{k^2}{N^2}\right) - (\alpha - 1) k}{2 \left(1 + \frac{k^2}{N^2}\right)}. \quad (16)$$

Высокочастотный предел соотношения (16) ($k^2 \sim O(\varepsilon^{-1})$, реакция «заморожена»):

$$\Omega \rightarrow i \frac{\widehat{\beta}}{2} k^3 - \frac{\widehat{\eta}}{2} k^2. \quad (17)$$

Дисперсионное соотношение (17) соответствует известному линеаризованному уравнению Кортевега — де Вриза — Бюргера, которое описывает распространение волн в химически инертной диссипативной пузырьковой среде. Согласно (17), линейные возмущения распространяются в среде с «замороженной» скоростью звука a_f . Профиль решения может быть монотонным или осциллирующим в зависимости от параметров [5].

В низкочастотном пределе соотношения (16) ($k^2 \sim O(\varepsilon)$) существенно кинетико-волновое взаимодействие (химико-дисперсионные слагаемые входят в зависимость $\Omega(k)$),

$$\Omega = \left(\frac{\alpha - 1}{2N} - \frac{\widehat{\eta}}{2}\right) k^2 + i \left(\frac{\widehat{\beta}}{2} k^3 - \frac{\alpha - 1}{2} k\right). \quad (18)$$

Соотношение (18) также соответствует линеаризованному уравнению Кортевега — де Вриза — Бюргера, но коэффициент перед второй производной $\left(\frac{\alpha - 1}{2N} - \frac{\widehat{\eta}}{2}\right)$ может быть как положительным, так и отрица-

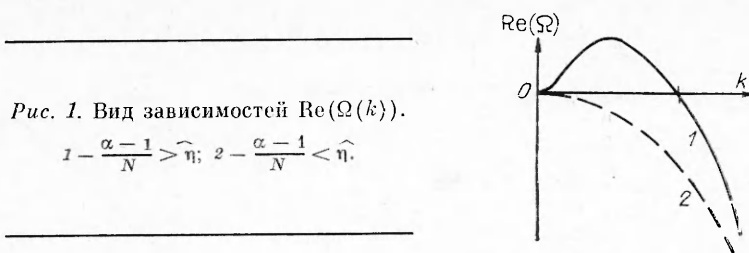


Рис. 1. Вид зависимостей $\text{Re}(\Omega(k))$.

$$1 - \frac{\alpha - 1}{N} > \hat{\eta}; \quad 2 - \frac{\alpha - 1}{N} < \hat{\eta}.$$

тельным. Последнее означает возможность усиления низкочастотных гармоник в зоне химического превращения. Усиление имеет место в случае преобладания эффекта тепловыделения реакции над диссипацией энергии в среде (рис. 1)

$$\frac{\alpha - 1}{N} > \hat{\eta}. \quad (19)$$

Заметим, что выражение (18) описывает распространение линейных возмущений со скоростью a . Позади и перед зоной химического превращения $a = a_f$, и (18) сводится тождественно к (17). Однако внутри зоны реакции благодаря неравновесности системы a может превосходить «замороженную» скорость звука (как показано выше)

$$\alpha > 1. \quad (20)$$

В этом случае скорость низкочастотных гармоник в пределах зоны реакции оказывается выше скоростей любых гармоник позади зоны реакции. В результате возможно отделение зоны химического превращения от исходной волны и формирование уединенной автоволны. Условие отделения (20) более сильное нежели критерий усиления (19), поскольку для экзотермических реакций ($q > 0$) параметр $\frac{\alpha - 1}{N}$ всегда положителен, его знак постоянен при изменении знака $(\alpha - 1)$, по крайней мере при $\left[\left(\frac{\partial F}{\partial p_g} \right) s_g \right] > 0$.

Режим с усилением передней части волны, но без отделения исследован ранее теоретически и экспериментально. Критерии (19) и (20) совместно определяют возможность формирования самоподдерживающейся уединенной волны; они отражают связь физического механизма возникновения автоволны с химической дисперсией системы.

Нелинейность, входящая в уравнение (15), обуславливает взаимодействие гармоник и приводит к передаче энергии от неустойчивых низкочастотных к затухающим высокочастотным гармоникам. В результате становится возможным существование стационарного спектра решения. Подобный механизм стабилизации решения известен для большого числа проблем, относящихся к теории самоорганизации (структура фронта ламинарного пламени, поверхность пленки жидкости, стекающей по наклонной плоскости, поверхности твердого тела при лазерном сублимировании, структура фронта кристаллизации слабого раствора, многофронтная газовая детонация и пр.). Так называемые диссипативные структуры, спонтанно возникающие в этих системах, существуют в стационарном режиме за счет обмена энергией со средой, причем затухание высокочастотных гармоник обеспечивается разнообразными физическими механизмами: теплопроводностью, поверхностным натяжением, вязкостью, газодинамическими факторами и т. д.

Несмотря на относительную простоту полученного нелинейного уравнения (15), не удастся найти его точные аналитические решения (даже для случая $N = \text{const}$, $\alpha = \text{const}$). Известны частные решения лишь для существенно более простых уравнений с подобной нелинейностью: Бюргера, Кортевега — де Вриза, Кортевега — де Вриза — Бюргера, Курамото — Сивашинского [6, 7]. Таким образом, дальнейшее исследование решений уравнения (15) требует применения численных методов.

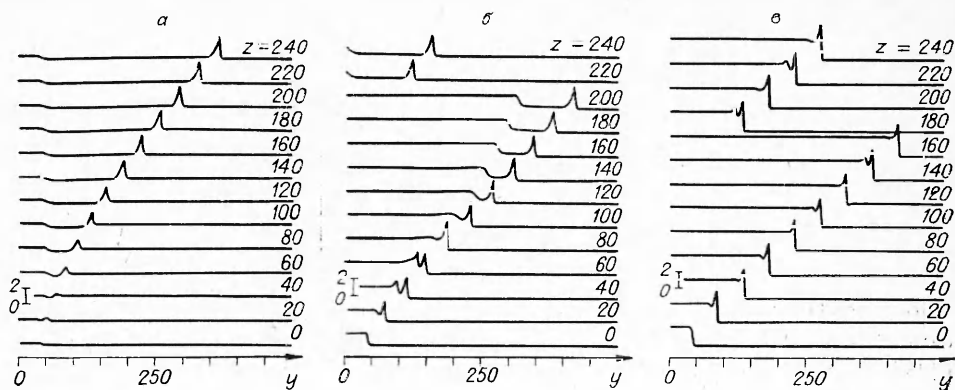


Рис. 2. Эволюция волны при $W_i = 0,2$ (а), $1,5$ (б), $2,5$ (в).

Для подтверждения вывода о возможности формирования уединенной волны, сделанного на базе линейного анализа, приведем результаты иллюстративного численного моделирования. Система уравнений (2), (15) была упрощена путем линеаризации химической дисперсии: переменные τ , N и α полагались константами. Пузырьковые дисперсия и нелинейность не учитывались, т. е. среда считалась однофазной. Таким образом, модель (2), (15) учитывала только механизмы линейной химической дисперсии, вязкой диссипации и обычной газодинамической укрупняющей нелинейности (последний необходим для обеспечения существования стационарного решения): $\tau = \text{const}$, $N = \text{const}$, $\alpha = 3^{1/2}$, $\beta = 0$, $\eta = 2,6$, $\Psi = 1$. Данные значения коэффициентов выбраны удовлетворяющими критериям (19) и (20) для иллюстрации механизма формирования автоволны. (В практических расчетах химические и пузырьковые нелинейные свойства, безусловно, могут быть существенны и должны учитываться в отличие от данного иллюстративного численного решения.)

Уравнение (15) аппроксимировалось конечными разностями, ошибка аппроксимации составляла $O(\tau + \tilde{h})$ ($\tau = 1/30$ — временной шаг, $\tilde{h} = 1/3$ — расстояние между узлами). Устойчивость расчетного алгоритма анализировалась специально. Точность расчетов контролировалась путем сравнения с аналитическим решением уравнения Бюргера (при $\alpha = 1$). В предположении $\tau = \text{const}$ размер зоны реакции определялся как произведение τ на рассчитываемую скорость фронта волны. Таким образом, если определить в качестве момента «включения» реакции точку, где локальная амплитуда лидирующей волны равна амплитуде исходной волны W_i , то можно рассчитать и положение точки «выключения» реакции. Вне зоны реакции (где $\alpha = 1$) численно решалось уравнение Бюргера, а полное уравнение — только внутри зоны реакции.

В качестве начального условия использовалась слабая ударная волна типа ступеньки с амплитудой $W_i = 0,2 \div 2,5$. Эволюция волн с $W_i \leq 2$ различалась, но приводила к образованию уединенной волны, параметры которой не зависели от начальных условий: ее амплитуда $\approx 2,5$, а скорость (в сопровождающей системе координат) $1,8$ (рис. 2, 3). При увеличении W_i уединенная волна формировалась быстрее. При $W_i \geq 2,5$, т. е. при достижении или превышении начальной амплитуды значения амплитуды стационарной автоволны, уединенная волна не формировалась (см. рис. 2, 3).

Построенная в работе модель (2), (15) описывает влияние как линейной дисперсии, так и химической, пузырьковой и газодинамической нелинейности системы на распространение волн малой, но конечной амплитуды. Линейные аналитические и численные результаты объясняют физический механизм формирования уединенной автоволны в системе, где волна инициирует неравновесный процесс. Эта структура появляется при определенных условиях, описываемых критериями (19) и (20); для ее

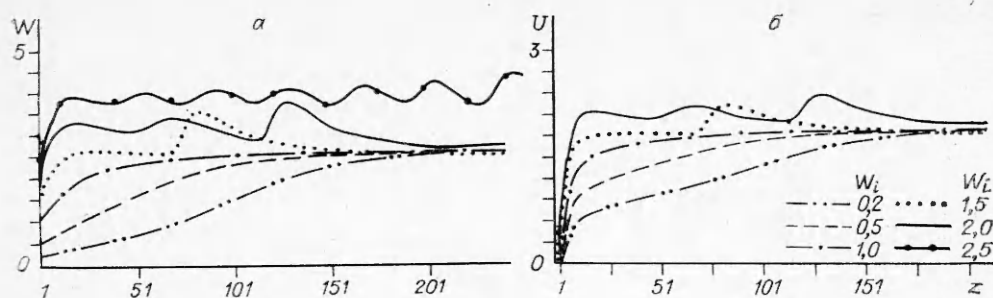


Рис. 3. Эволюция амплитуды W (а) и скорости U (б) лидирующей ударной волны.

формирования необходимо, чтобы в зоне реакции имело место усиление низкочастотных возмущений, скорость распространения низкочастотных линейных возмущений в зоне реакции превосходила «замороженную» скорость звука в среде, а амплитуда исходной волны была меньше амплитуды стационарной автоволны.

По механизму распространения данная автоволна относится к детонационным волнам. На практике слабая ударная волна могла бы эффективно инициировать реакцию в среде в случае, если бы среда была предварительно нагрета и сжата сильной ударной волной. К сожалению, информация о подобных экспериментах отсутствует, поэтому невозможно провести непосредственное количественное сопоставление полученных авторами результатов с экспериментами. Можно произвести сравнение на качественном уровне с наблюдениями газожидкостной детонации [8, 9].

Однако в отличие от представленной здесь модели в экспериментах [8, 9] не выполнялось условие малости изменения радиуса пузырьков; благодаря их нелинейным пульсациям достигались большие пиковые значения температуры и давления в газовой фазе, которые оказывали существенное влияние на характерное время реакции (так что инициирование реакции определялось не только ударной волной, но и инерцией присоединенной массы жидкости). Несмотря на это построенная модель на качественном уровне в деталях описывает формирование самоподдерживающейся уединенной волны газожидкостной детонации.

Этот факт позволяет сделать вывод, что физический механизм возникновения уединенной автоволны определяется не пузырьковой дисперсией (в отличие от классических солитонов), но связан в основном с химической дисперсией, диссипативными и нелинейными свойствами среды. Этот механизм универсален как для пузырьковой, так и для однофазной среды. Но экспериментально наблюдать формирование стационарной уединенной автоволны гораздо легче в газожидкостной среде благодаря низкому значению скорости звука в гетерофазных системах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wood W. W., Kirkwood J. S. Hydrodynamics of a reacting and relaxing fluid // J. Appl. Phys.— 1957.— 28, № 4.— P. 395—398.
2. Накоряков В. Е., Борисов А. А. Распространение возмущений в среде с релаксацией или химической реакцией // ФГВ.— 1976.— 12, № 3.— С. 414—422.
3. Clarke J. F. Chemical amplification at the wave head of a finite amplitude gas-dynamic disturbance // J. Fluid Mech.— 1977.— 81, pt 2.— P. 257—264.
4. Abouseif G. E., Toong T. Y. Nonlinear wave-kinetic interactions in irreversibly reacting media // Ibid.— 1981.— 103.— P. 1—22.
5. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер Р. И. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах.— Новосибирск: ИТФ, 1983.
6. Кудряшов Н. А. Точные решения нелинейных волновых уравнений в механике // Журн. Прикл. Матем. и Механики.— 1990.— 54, № 3.— С. 450—453.
7. Минаев С. С. Набор стационарных решений, описывающих ячеечное пламя в случае гидродинамической неустойчивости // ФГВ.— 1992.— 28, № 1.— С. 35—39.
8. Сычев А. И. Волна детонации в системе «жидкость — пузырьки газа» // Там же.— 1985.— 21, № 3.— С. 103—110.
9. Gülhan A. Stosswellen in Flüssigkeiten mit inert und reaktiven Blasen.— Dissertation, Technische Hochschule, Aachen, 1989.

г. Новосибирск

Поступила в редакцию 6/VII 1992