

УДК 532.5.032

**Метод пассивного управления потоком
спутной струей, его гидродинамическая
и теплофизическая эффективность
при обтекании цилиндра,
размещенного в канале с волнистыми стенками**

Х.Ф. Ахмед, Ф.К. Малик, М.М. Хан

Столичный Университет науки и технологии, Исламабад, Пакистан

E-mail: mahabat83@yahoo.com

Работа теплообменников с поперечными потоками для охлаждения цилиндров требует стабильной спутной струи за цилиндром для минимизации гидродинамического сопротивления, что обычно уменьшает эффективность теплообмена. Данная задача решается с помощью пассивного управления спутной струей в ламинарном потоке вокруг цилиндра: это достигается с помощью волнистой геометрии стенок канала. Влияние такой геометрии на теплообмен и сопротивление потоку изучалось для широких интервалов чисел Рейнольдса ($Re = 20 - 200$), параметра загромождения потока ($\beta = 0,5 - 0,8$) и числа Прандтля ($Pr = 0,25 - 100$). Для указанных интервалов входных параметров было показано, что сопротивление потоку в случае канала с волнистыми стенками снижается минимум на $\sim 36\%$ и максимум на $\sim 95\%$ при соответствующей потере на $\sim 8\%$ и $\sim 40\%$ в эффективности теплообмена по сравнению с каналом с плоскими стенками. Гидродинамическая и теплофизическая эффективность потока в канале с волнистой геометрией по сравнению с плоской геометрией при параметре $Pr = 0,744$ усиливается на $\sim 14\%$ для канала с $\beta = 0,5$ и на $\sim 160\%$ для $\beta = 0,9$. Увеличение эффективности за счет волнистой геометрии обеспечивает правильный выбор между понижением гидродинамического сопротивления и снижением теплообмена.

Ключевые слова: снижение сопротивления, стабильность спутной струи, теплообмен, нейронные сети, коэффициент загромождения.

Введение

Последние десятилетия тенденция ограничения доступа к источникам энергии сместила парадигму исследований в сторону поиска более эффективных инженерных решений. В течение прошлого века активно изучались потоки, обтекающие цилиндр, что обуславливалось широким спектром приложений такой системы в области теплообмена. В качестве типичных примеров указанных приложений можно привести теплообменники, устройства для охлаждения электронных микросхем, измерительные датчики и устройства [1]. В промышленности особое внимание в последние годы уделяется компактным устройствам для снятия интенсивных тепловых потоков на основе микроканалов с потоками при низких числах Рейнольдса [2]. Такие отрасли, как нефтепереработка, нуждаются в эффективных процессах теплообмена, и здесь используется стратегия

усиления теплообмена [3]. Кроме того, в биомеханике течения часто возникают при низких числах Рейнольдса, когда суженные артерии создают волнообразное загромождение сечения, что способствует отрыву течения [4].

В современной литературе доступно много примеров по изучению повышения теплообмена посредством изменения геометрии канала, направленного на усиление смешения и турбулизации потока [5]. Вместе с тем вынужденный турбулентный переход не всегда возможен для ламинарных течений с доминированием сил вязкости, или для маломасштабных течений типа инъекция/экструзия полимера [6], или для течений в микроканалах [2]. Для таких сценариев влияние на режим течения путем изменения геометрии канала является доступной пассивной альтернативой методам турбулизации течения [7]. В этой связи в литературе представлены работы по характеристике потока внутри волнообразных/рифленых каналов [8]. Однако случай потока вокруг цилиндра, который помещен в канал с модифицированной геометрией, не получил должного освещения. Размещение цилиндра в канале с плоскими стенками оказывает существенное влияние на характеристики потока. В исследовании [9] было показано, что течение сильно зависит от близости цилиндра к стенкам канала. Присутствие цилиндра задерживает вихреобразование, особенно для высоких коэффициентов блокировки сечения канала, из-за влияния стенок канала [10]. Число Рейнольдса и коэффициент блокировки являются важными характеристиками течения в канале и влияют на многие процессы: на гидродинамическое сопротивление, теплоперенос, отрыв течения и динамику спутного потока [11]. Некоторые из параметров, описывающих данный процесс, а именно: коэффициент сопротивления, размер и сила спутного потока, среднее давление на поверхности, частота вихреобразования, рассматривались в работе [12] для различных режимов ламинарного потока. Было показано, что двумерное решение для потока вокруг цилиндра в канале остается применимым до чисел Рейнольдса $Re = 200$, также в работе обсуждались число Струхала и средний коэффициент сопротивления.

Параметры подъемной силы и силы сопротивления для течения вокруг цилиндров с волнистой поверхностью исследовались в работе [13]. Было продемонстрировано, что волнистая поверхность может быть использована для снижения сопротивления и управления началом вихреобразования. В работе [14] рассматривались канал с волновой геометрией и оптимизация положения цилиндра в канале относительно волны для минимизации сопротивления. Авторы показали, что максимальный выигрыш по сопротивлению имеет место при коэффициенте загромождения, равном 0,9, для всего изученного интервала чисел Рейнольдса. Вместе с тем пассивная модификация геометрии обычно сопровождается существенным приростом гидродинамического сопротивления при небольшом приросте теплопереноса [15], что понижает общую эффективность системы. В работе [16] исследовалось влияние близости цилиндра к стенкам канала на теплообмен и общий перепад давления по длине канала. Авторы оптимизировали положение цилиндра внутри канала с целью повышения теплообмена при умеренном перепаде давления. Авторы работы [17] изучали поток импульса и теплообмен для течения вокруг круглого цилиндра при его асимметричном размещении в канале. Для заданного коэффициента загромождения было показано, что приближение цилиндра к стенкам канала повышает критическое число Рейнольдса, отвечающее за переход к нестационарному режиму течения. Вместе с тем изменения в числе Нуссельта оказались незначительными для всех рассмотренных коэффициентов загромождения.

В настоящее время в качестве привлекательной альтернативы полному компьютерному моделированию потока рассматриваются методы машинного обучения, которые основаны на физических моделях. Опыт показывает, что машинное обучение

в рамках задач гидродинамики можно успешно применять для анализа конвективного теплопереноса [18] и турбулентных потоков [19]. Хотя на сегодняшний день существуют прогрессивные алгоритмы искусственных нейронных сетей для воспроизведения полной картины потока [20], однако в представленной работе применяются глубокие нейронные сети регрессивного типа для построения карт характеристик потока (таких как коэффициенты гидродинамического сопротивления и теплопереноса) как функций исходных параметров потока, например, числа Рейнольдса.

Насколько известно авторам, в современной литературе доступно небольшое количество работ по изучению обтекания нагреваемого цилиндра в канале, а вопросу соотношения коэффициента сопротивления и коэффициента теплопереноса уделено еще меньше внимания [10, 11]. Цель данного исследования заключается в исследовании эффектов уменьшения сопротивления и его связи с теплообменом для случая нагретого цилиндра, помещенного в канал при ламинарном режиме течения. Уменьшение сопротивления и соответствующее усиление теплообмена достигается благодаря волнистой геометрии стенок канала, в котором размещен цилиндр. Результаты расчетов сравниваются с аналогичным течением вокруг цилиндра в канале с плоскими стенками для широких интервалов числа Рейнольдса ($20 < Re < 200$), фактора загромождения ($0,5 < \beta < 0,9$) и числа Прандтля ($0,25 < Pr < 100$). Общее улучшение характеристик для случая канала с волнистой геометрией анализируется для различных параметров течения. Кроме того, разработана искусственная нейронная сеть с анализом регрессии, которая способна предсказать коэффициент сопротивления и число Нуссельта для каналов с волнистыми и плоскими стенками.

1. Математическая модель

Гидродинамика потока несжимаемой жидкости описывается уравнением неразрывности и уравнениями Навье–Стокса. С учетом изменения температуры добавлено также уравнение сохранения энергии. Эти уравнения можно записать в безразмерной форме:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p - Re^{-1} \nabla^2 \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

$$T_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T - Pr^{-1} Re^{-1} \nabla^2 T = 0, \quad (3)$$

где $\mathbf{u} = (u, v)$ — компоненты вектора скорости вдоль пространственных осей (x, y) , ∇p — градиент давления, T — поле температуры, безразмерные параметры Re и Pr — числа Рейнольдса и Прандтля соответственно. Для заданной жидкости имеем плотность ρ , диаметр цилиндра D и вязкость μ . Изменения числа Рейнольдса (параметр задается как $Re = \rho U_{\max} D / \mu$) соответствуют изменению осевой скорости на входе в канал U_{\max} . Аналогично изменения числа Прандтля $Pr = \mu / \rho \alpha$ соответствуют изменению коэффициента температуропроводности α . Заметим, что в уравнениях (1)–(3) переменные приведены к безразмерному виду с помощью величин U_{\max} , D , ρ , а также температуры набегающего потока T_{∞} . В настоящей работе теплообмен описывается с помощью безразмерного числа Нуссельта $\overline{Nu} = \overline{h}D / k$, где h — коэффициент конвективного теплообмена, k — теплопроводность жидкости, а также используются нормализованная величина тангенциального напряжения на стенках канала в виде $\tau_s^* = \frac{\overline{\tau}_s}{(1/2)\rho U_{\max}^2}$ и величина \overline{X} ,

означающая временное усреднение для величины X при статистически значимых стационарных условиях.

Описываемая область течения включает цилиндр диаметром D , размещенный в центре канала с волнообразными стенками, высота которого равна H , как показано на рис. 1а. Отношение этих двух размеров $\beta = D/H$ называется коэффициентом загромождения. Вход в канал находится на расстоянии $L_1 = 6D$, а выходное сечение канала расположено на расстоянии $L_2 = 24D$. Температура цилиндра является постоянной и равна T_w , причем температура набегающего потока равна T_∞ , где $T_w > T_\infty$. Стенки канала также имеют температуру набегающего потока T_∞ . Внутренняя геометрия канала описана синусоидой, как показано на рис. 1а. Волна синусоиды на нижней стороне перевернута по отношению к верхней так, чтобы обеспечивать симметричность геометрии канала относительно оси x . Амплитуда волны $A = 0,2D$ и длина волны $\lambda = 4D$. Для такой геометрии сопротивление потока вокруг цилиндра становится минимальным (см. рис. 1б), причем вихреобразование не происходит вплоть до $Re = 200$. Величина X_λ определяет положение цилиндра относительно волнообразной стенки. Цилиндр располагается в начале волны, поэтому $X_\lambda = 0,5D$ [14]. Скорость на входе в канал описывается с помощью граничного условия Дирихле, причем она имеет параболический профиль согласно уравнению

$$u = U_{\max} \left(1 - \left(\frac{y}{H/2} \right)^2 \right), \quad v = 0, \quad (4)$$

здесь y — расстояние от начала координат (центр цилиндра), и эта координата изменяется от $-H/2$ до $H/2$ на выходе из канала. На выходе из канала задается граничное условие Ньюмена, то есть $\partial_n \mathbf{u} = 0$. Это означает, что выходное течение не влияет на зону вверх по течению. Условие прилипания потока в виде $\mathbf{u} = 0$ задано на поверхности цилиндра и стенках.

Область численного моделирования задачи (см. рис. 1а) имеет дискретизацию в виде структурированной сетки. Это необходимо, чтобы избежать паразитных эффектов при моделировании на сетке. Независимость моделирования от размера ячеек

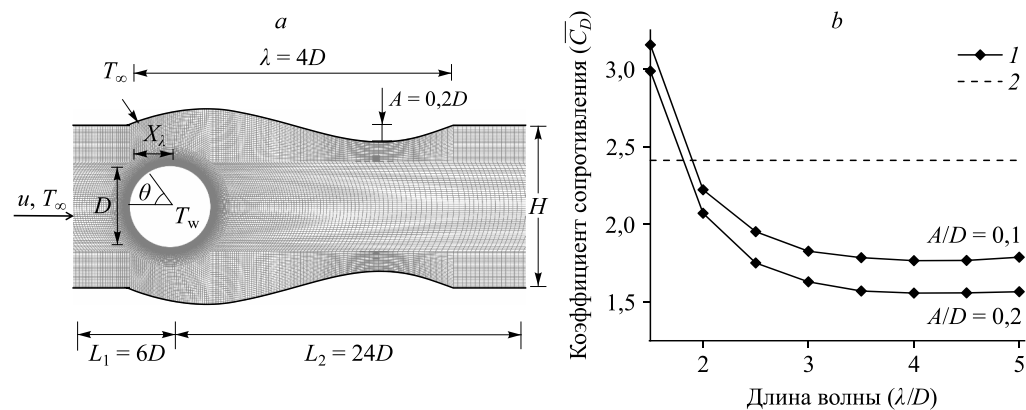


Рис. 1. Область моделирования течения для канала с волнистыми стенками (а) и усредненный по времени коэффициент сопротивления для каналов с волнистыми (1) и плоскими (2) стенками в зависимости от длин волн при $D/H = 0,5$ и $Re = 200$ (б).

проверялась на сетках с количеством ячеек, равным 26100, 67400 и 136800, при различных числах Рейнольдса Re и при $\beta = 0,5$. Независимость моделирования от плотности сетки означает, что отклонения для вычисленных величин скорости, давления и температуры на двух последовательных вариантах моделирующей сетки составляют менее 2 % для параметров на поверхности цилиндра для всех значений Re . Таким образом, подходящей сеткой для моделирования является сетка с количеством ячеек, равным 67400.

Основная система уравнений (1)–(3) решается с учетом упомянутых граничных условий для канала с плоскими и волнистыми стенками при различных величинах параметра β с помощью программы Fluent 2019 R2. Схема сопряжения используется для переменных давления и скорости. Для дискретизации конвективных членов уравнений использовалась противопоточная разностная схема второго порядка, а для описания диффузии в уравнении сохранения импульса применялась центральная разностная схема. Временные члены в уравнениях импульса находились по неявной схеме аппроксимации, при этом выбор шага по времени основывался на постоянной Куранта–Фридрихса–Леви, которая должна быть меньше, чем 0,3.

2. Обобщенно-регрессионная нейронная сеть

Теплофизические и гидродинамические характеристики обтекания цилиндра зависят от многих факторов, включая модификацию геометрии канала и внешних условий для потока. Поэтому простые корреляции для параметров $\overline{C_D}$ и \overline{Nu} здесь не работают. По этой причине в настоящем исследовании используется разработанная авторами нейронная сеть, основанная на регрессионной модели, которая способна моделировать сложные связи с хорошей точностью. Нейронные модели представляют собой некоторую аналогию работы мозга. Эти сети имеют набор нейронов, которые в результате имеющихся связей объединены в слои. Каждому нейрону соответствует связанная с ним величина a_i^j , где $i = 1, 2, \dots, n$ — номер нейрона, а $j = 1, 2, \dots, k$ — номер слоя. Связи между нейронами символизируют некую математическую операцию, имеющую вес $w_{m,i}^j$ и внешнее смещение $b_{m,i}^j$ (см. рис. 2):

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_m \end{bmatrix}_{j+1} = \sigma \left(\begin{bmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \dots & w_{1,n} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & \dots & w_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ w_{m,1} & w_{m,2} & \dots & w_{m,n} \end{bmatrix}_j \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} b_{1,i} \\ b_{2,i} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{m,i} \end{bmatrix}_j \right), \quad (5)$$

здесь n — число нейронов в слое j , m — число нейронов в слое $j + 1$, σ — функция активации, которая может описывать нелинейные эффекты (в отличие от простой линейной нейронной модели). В качестве нелинейных функций активации часто используются сигмовидная функция σ или функция гиперболического тангенса. Таким образом, из уравнения (5) видно, что значения нейронов в одном слое являются взвешенной суммой значений нейронов предыдущего слоя.

Расчет по (5) повторяется для каждого слоя j , начиная с входного слоя с использованием случайного набора весов. Далее сеть подстраивает веса и смещения таким образом,

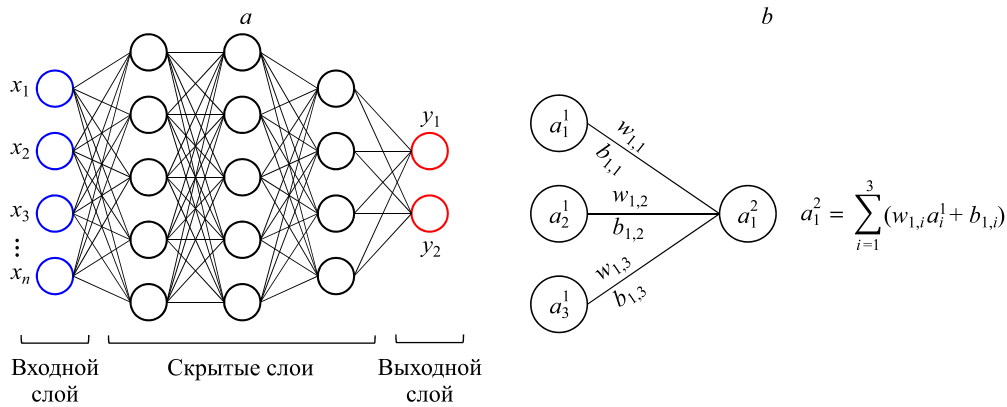


Рис. 2. Схема типичной глубокой нейросети (а) и операции, выполняемые каждым нейроном (б).

чтобы минимизировать различие между предсказанными и реальными величинами. Данный процесс называется «обучение», и для его реализации применяется довольно известный метод градиентного спуска. Для регрессии данных в настоящей работе использовались сети, программируемые на языке Python, а также программный комплекс TensorFlow [21], который относится к API (application programming interface) для машинного обучения высокого уровня.

3. Обсуждение результатов

Прежде чем решать физическую задачу, показанную на рис. 1, предложенный численный подход проверялся на доступных данных из литературы с целью оценки уровня точности метода. Для этого сравнивались данные работ [14] и [17].

На рис. 3а приведены результаты проверки метода моделирования течения в канале с плоскими стенками для \overline{Nu} при коэффициентах загромождения $\beta = 0,1$ и $0,2$. На рис. 3б представлены результаты расчетов $\overline{C_D}$ для случая канала с волнистыми стенками при

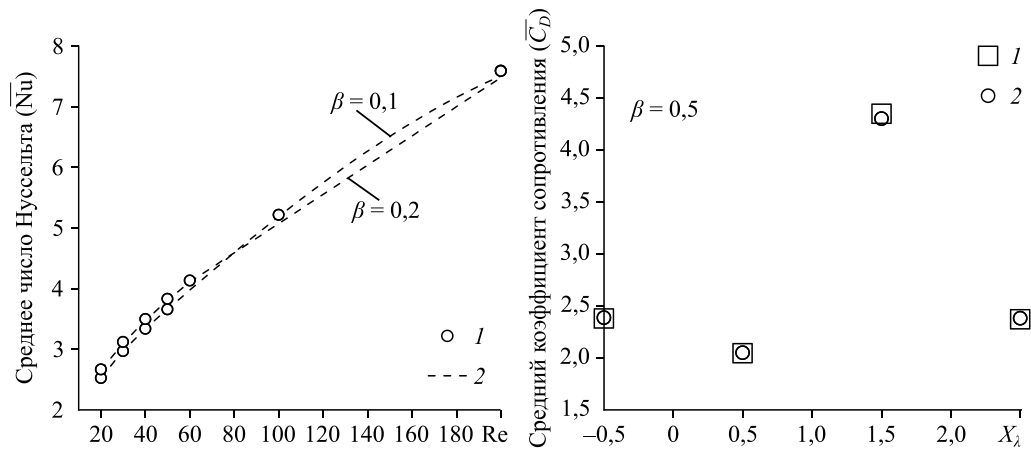


Рис. 3. Проверка критерия \overline{Nu} для потока в канале с плоскими стенками при $\beta = 0,1, 0,2$ для различных Re (а) и критерия $\overline{C_D}$ для потока в канале с волнистыми стенками при $Re = 200, \beta = 0,5$ и геометрическом параметре волны $A/\lambda = 0,075$ ($Pr = 0,744$) (б).

а: данные работ [17] (1) и результаты настоящего исследования (2),
 б: данные работы [14] (1) и результаты настоящего исследования (2).

различных положениях цилиндра X_λ . Все диаграммы показывают удовлетворительное согласование с данными отмеченных работ, что подтверждает надежность разработанного численного метода. Максимальное отличие полученных результатов от данных работы [17] составляет 2,1 %, а сравнение с данными исследования [14] показывает разницу менее 1,1 %.

3.1. Влияние геометрии канала на устойчивость спутного потока

В работе получены численные данные ряда параметров для оценки свойств течения при моделировании каналов с плоскими и волнистыми стенками. К этим параметрам относятся число Рейнольдса ($20 < Re < 200$), коэффициент загромождения ($0,5 < \beta < 0,9$) и число Прандтля ($0,25 < Pr < 100$).

На рис. 4а приведены линии тока для потока внутри каналов с плоскими и волнистыми стенками для параметров $\beta = 0,5$ и $Pr = 0,744$. При низком Re спутное течение за цилиндром является устойчивым для обоих вариантов геометрии, однако длина следа за цилиндром намного короче в канале с волнистой стенкой.

Рост сил инерции при увеличении числа Рейнольдса Re смещает точку нулевого градиента давления от задней точки торможения до позиции выше по течению на поверхности цилиндра. Это смещение запускает более ранний отрыв течения в указанной точке, и градиент давления становится отрицательным [11]. В результате критический угол отрыва течения уменьшается. Это задерживает присоединение течения в области следа за цилиндром и, следовательно, увеличивает длину следа. Длинный след за цилиндром для течения в канале с плоскими стенками становится неустойчивым, что сопровождается вихреобразованием при $Re_c = 115$ [22]. След за цилиндром для случая канала с волнистой геометрией остается безусловно устойчивым двумерным течением вплоть до $Re = 200$. Постепенное сужение канала за цилиндром вызывает ускорение течения и поддерживает устойчивость спутного потока.

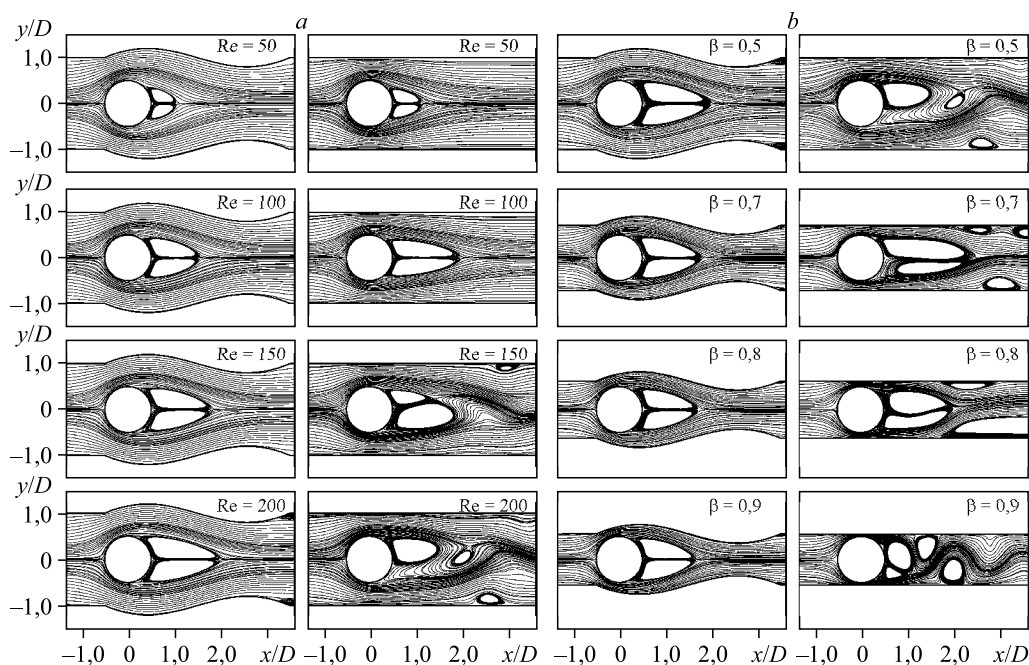


Рис. 4. Мгновенная картина линий тока для случая каналов с волнистыми (левые столбцы) и прямыми (правые столбцы) стенками для различных Re при $\beta = 0,5$ (а) и для различных β при $Re = 200$ ($Pr = 0,744$) (б).

Поля течения внутри канала существенно отличаются для различных величин коэффициента загромождения β . На рис. 4b видно отличие картин течений для двух вариантов геометрии канала при $Re = 200$ и $Pr = 0,744$. Можно заметить, что картина течения для канала с волнистыми стенками остается нестационарным для всех величин β , в то время как в канале с плоскими стенками течение становится неустойчивым для всех величин β (при $Re = 200$). Кроме того, для случая канала с волнистыми стенками длина следа за цилиндром при высоких β уменьшается. Это происходит из-за влияния выпуклости на стенке и близости стенки к цилиндру при высоких величинах β . Для случая канала с плоскими стенками длина и размер следа возрастают при повышении β вплоть до 0,7. При $\beta = 0,8$ из-за резкого расширения потока на стенках канала появляются большие вихри, что приводит к искусственному ограничению для потока и понижает размер следа. Данный эффект более заметен при $\beta = 0,9$, когда пристенные вихри формируются ближе к цилиндру, сокращая длину следа. Это подчеркивает важность волнистой геометрии канала при высоких величинах параметра загромождения: такая геометрия канала помогает поддерживать устойчивость течения и подавляет вихреобразование.

Для дальнейшего анализа проблемы неустойчивости потока на рис. 5 отложены графики длины следа (L_w) и угла отрыва потока (θ) как функции параметров Re и β (при $Pr = 0,744$). Длина следа определялась как расстояние вниз по течению от крайней точки цилиндра до точки торможения спутного потока. Длина L_w нормализована на диаметр цилиндра D , а угол θ — на максимальный угол $\theta_{max} = 180^\circ$ (без отрыва), который отсчитывался от передней точки торможения (как показано на рис. 1a). Как и ожидалось, длина следа за цилиндром для вариантов канала с плоскими и волнистыми стенками возрастает почти линейно с ростом числа Рейнольдса (вплоть до $Re < 100$), что можно видеть на рис. 5a. Однако при $Re = 115$ и $\beta = 0,5$ течение в канале с плоскими стенками демонстрирует явление сверхкритической бифуркации Хопфа [22] (первичная неустойчивость следа), проявляющейся в виде периодического вихреобразования и резкого сокращения длины следа, что подробно исследовалось в работе [9]. Такая неустойчивость

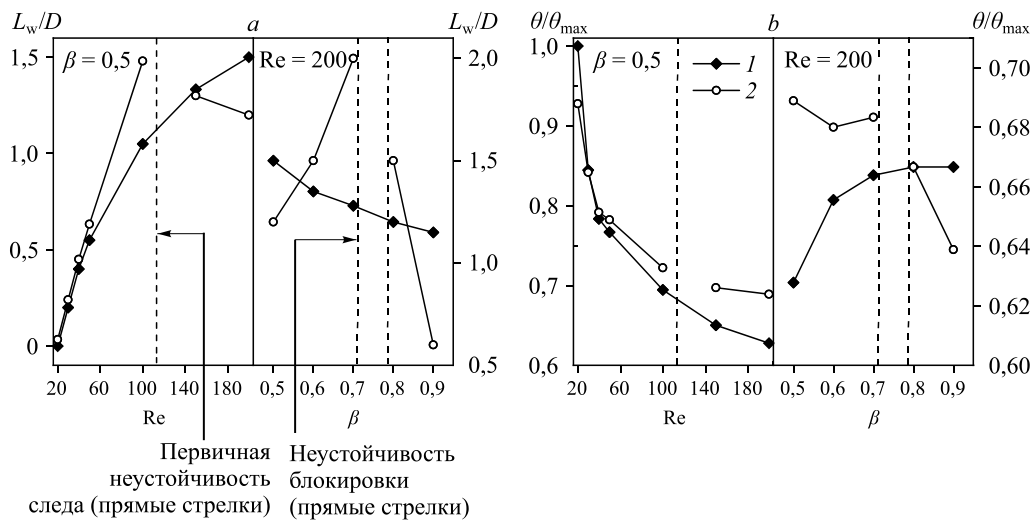


Рис. 5. Влияние параметров Re и β на длину следа (a) и угол отрыва (b) для двух вариантов геометрии канала при $Pr = 0,744$. Каналы с волнистыми (1) и прямыми (2) стенками.

отсутствует для течения в канале с волнистыми стенками, при этом повышение скорости течения увеличивает длину следа даже при $Re = 200$, хотя небольшое сужение потока имеет место. Спутный поток при такой геометрии канала остается неустойчивым при различных степенях загромождения β (см. картины течения при $Re = 200$ на рис. 5a). Расширение канала вокруг цилиндра и постепенное сужение после него создают естественную картину течения даже при высоком коэффициенте загромождения β при сокращении длины L_w . Напротив, в случае канала с плоскими стенками длина следа увеличивается с ростом β вплоть до $\beta = 0,7$. При этом неустойчивость в блокировке течения вызывает бифуркацию типа вилки [9], что вызывает резкое сокращение длины L_w . Сгенерированные вихри присоединяются к стенкам и движутся вдоль них (видно из картины потока на рис. 4b). Графики угла отрыва, как функции от Re и β , демонстрируют соответственно плавное уменьшение и плавное увеличение угла θ для случая канала с волнистой геометрией. Для случая канала с плоскими стенками неустойчивость по Re вызывает дальнейшее снижение угла θ . Однако уменьшение θ из-за неустойчивости по загромождению выражается более явно. Такое резкое изменение в характеристиках течения в рамках двух неустойчивостей должно вызывать прирост гидродинамического сопротивления для случая потока в канале с плоскими стенками, что существенно влияет на рабочие характеристики такой конструкции (это обсуждается далее).

На рис. 6 показаны кривые изменения параметров C_D , C_L и безразмерного сдвига τ_s^* в переходном режиме для различных геометрий канала с плоскими стенками. Для случая первичной неустойчивости спутного потока и для коэффициента загромождения $\beta = 0,5$ отклик системы является периодическим, что соответствует небольшому увеличению гидравлических потерь. Но если неустойчивость вызвана увеличением коэффициента загромождения, то рабочие параметры течения будут меняться существенно, поскольку решение больше не является периодическим и в графике для C_D проявляются различные частоты.

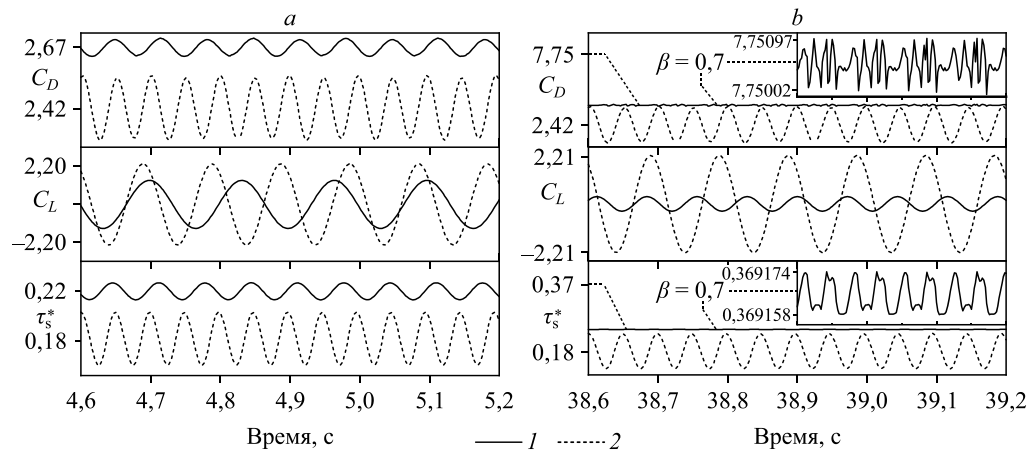


Рис. 6. Изменения параметров течения в переходном режиме для C_D , C_L и τ_s^* для случаев течения в канале с плоскими стенками при различных Re для $\beta = 0,5$ (a) и при различных β для $Re = 200$ (b). $Pr = 0,744$; $Re = 150$ (1), 200 (2); все графики отложены не в полном масштабе и приведены только средние величины и относительные амплитуды (кроме C_L).

Неустойчивость потока хорошо видна на фазовых диаграммах, приведенных на рис. 7 для трех циклов вихреобразования. Для геометрии с коэффициентом $\beta = 0,5$ фазовая диаграмма представляет периодическое решение (для потоков с $Re = 150$ и $Re = 200$). Но уже для $\beta = 0,7$ и Re , превышающего первое критическое Re , течение в канале демонстрирует вилкообразную бифуркацию для одного из двух стационарных асимметричных решений, что было подробно изложено в работе [9]. Кроме того, вихреобразование при этой величине β практически подавляется из-за близости цилиндра к стенкам канала. При $\beta = 0,9$ фазовая диаграмма начинает превращаться в типичную «цифру восемь», что отражает стабильное вихреобразование с интенсивными вихрями, сгенерированными на цилиндре. Это наблюдение определяет геометрию канала с $\beta = 0,7$ как наиболее критичную между двумя неустойчивостями и демонстрирует преимущество канала с волнистыми стенками для случая высокого коэффициента загромождения. Такое течение остается устойчивым при всех β и Re , протестированных в данной работе. Важно отметить, что переходные решения при критических параметрах сильно зависят от плотности расчетной сетки, выбора шага по времени и схемы дискретизации, поскольку при некоторых параметрах могут существовать неоднозначные решения (устойчивое и неустойчивое).

Указанные неустойчивости для случая канала с плоскими стенками были проанализированы в работе [9]. Подавление этих неустойчивостей в спутном потоке посредством волнообразного сужения канала (даже при высоких β) показывает важность такой геометрии для подобных течений.

3.2. Зависимость характеристик потока от числа Рейнольдса

Коэффициент сопротивления и число Нуссельта как функции числа Рейнольдса исследуются в настоящей работе при параметрах $\beta = 0,5$ и $Pr = 0,744$. На рис. 8 графики этих параметров построены как функции числа Рейнольдса при $\beta = 0,5$ и $0,9$.

Наблюдаемые здесь тенденции для критериев \overline{Nu} и $\overline{C_D}$ аналогичны для обоих типов каналов, хотя есть и существенное количественное различие. Для случая канала

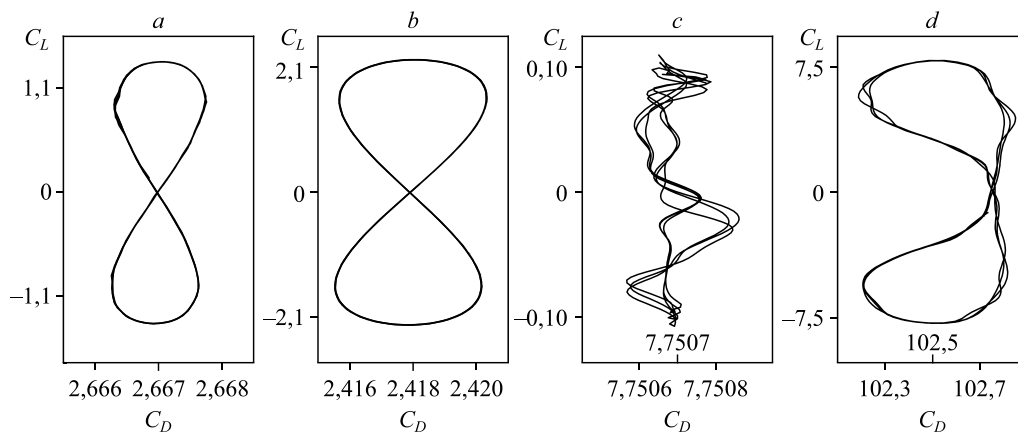


Рис. 7. Фазовая диаграмма для параметров C_D и C_L для потока в канале с плоскими стенками при параметрах $Re = 150$, $\beta = 0,5$ (a), $Re = 200$, $\beta = 0,5$ (b), $Re = 200$, $\beta = 0,7$ (c) и $Re = 200$, $\beta = 0,9$ (d) при числе Прандтля $Pr = 0,744$.

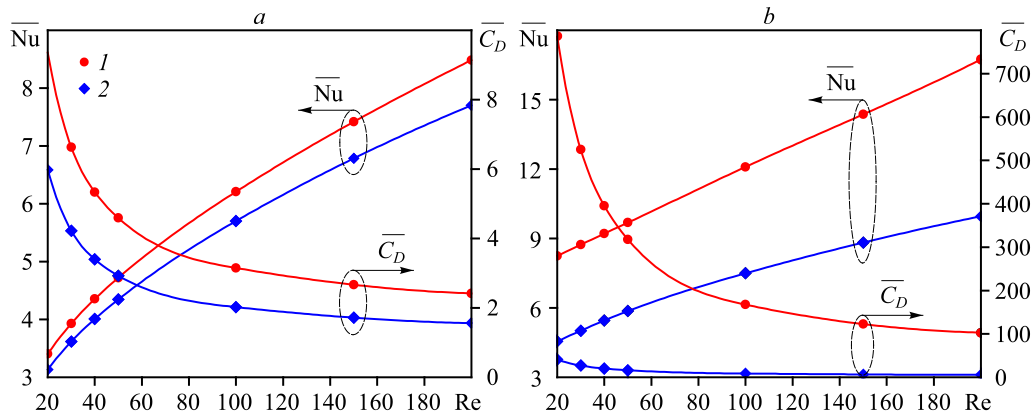
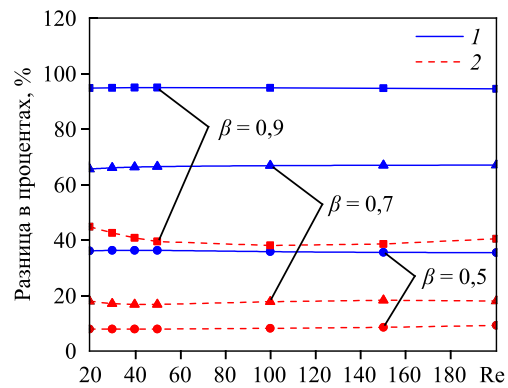


Рис. 8. Критерии \overline{Nu} и \overline{C}_D как функции Re при $\beta = 0,5$ (а), $0,9$ (б) и $Pr = 0,744$.

Каналы с прямыми (1) и волнистыми (2) стенками.

с плоскими стенками средний коэффициент сопротивления в целом выше, а разница по числу Нуссельта по сравнению с волнистой геометрией невысока. Это различие становится заметным при высоких величинах β , когда течение в канале с плоскими стенками становится неустойчивым. Так, например, при $\beta = 0,9$ и $Re = 20$ коэффициент сопротивления уменьшается с $\overline{C}_D = 785$ для прямого канала до $\overline{C}_D = 41$ для волнообразного канала, при этом теплообмен уменьшается от $\overline{Nu} = 8,25$ для плоского канала до $\overline{Nu} = 4,55$ для волнообразного канала. Причина состоит в более плавном и стабильном спутном потоке в канале с волнистыми стенками, что улучшает конвективный теплообмен от цилиндра. Следует отметить, что процентное изменение для параметров \overline{C}_D и \overline{Nu} остается почти постоянным для всех Re для заданного коэффициента загромождения (см. рис. 9). Среднее понижение коэффициента сопротивления для потока вокруг цилиндра, размещенного в канале с волнистыми стенками, составило $\sim 36\%$ при одновременном снижении числа Нуссельта \overline{Nu} на $\sim 8\%$ для коэффициента $\beta = 0,5$. Сравнение каналов с волнистой и плоской геометриями при $\beta = 0,7$ демонстрирует снижение параметра \overline{C}_D на $\sim 66\%$ при уменьшении числа \overline{Nu} на $\sim 18\%$. При $\beta = 0,9$ средняя процентная разница между значениями \overline{C}_D для двух вариантов каналов огромна и составляет $\sim 95\%$, в то время как для числа Нуссельта \overline{Nu} эта разница составляет $\sim 40\%$. Полученные результаты подчеркивают успешность применения канала с волнистыми стенками, что позволяет существенно уменьшить гидравлические потери для течений в узких каналах с нагретыми трубами и при этом поддерживать теплообмен на удовлетворительном уровне.

Рис. 9. Процентная разница для параметров \overline{C}_D и \overline{Nu} в каналах с разной геометрией при различных Re и β .
1 — \overline{C}_D , 2 — \overline{Nu} .



3.3. Зависимость характеристик потока от коэффициента загромождения

В данном разделе анализируется влияние коэффициента загромождения β на характеристики потока при $Re = 200$ и $Pr = 0,744$. Рассматриваются пять значений фактора загромождения в интервале $0,5 \leq \beta \leq 0,9$. На рис. 10 приведены кривые зависимости ключевых параметров \overline{Nu} и \overline{C}_D от коэффициента β . Рост степени загромождения при постоянном числе Рейнольдса Re увеличивает коэффициент \overline{C}_D на цилиндре в канале из-за ограничения потока и, следовательно, возросшего перепада давления. Причем сравнение каналов с плоскими и волнистыми стенками показало бóльшую величину \overline{C}_D для первого варианта (см. рис. 10). Очевидно, что выигрыш обусловлен плавностью течения, имеющей место вследствие волнообразной геометрии канала даже при высоких величинах фактора β (это видно из картины течения на рис. 4b). Прирост параметра β при неизменном Re сопровождается увеличением числа \overline{Nu} . Однако соответствующий прирост параметра \overline{C}_D более заметен. Особенно отчетливо это проявляется при $\beta \geq 0,7$ для случая канала с плоскими стенками, где картина течения становится неустойчивой из-за высокого фактора загромождения канала, что вызывает резкий рост \overline{C}_D . Из вышеприведенного анализа видно, что гидродинамическое сопротивление и теплообмен в канале сильно взаимосвязаны. При этом для волнистой геометрии канала возможно обеспечить высокие характеристики конвективного теплообмена и при этом существенно понизить гидродинамическое сопротивление.

Локальное моделирование параметров \overline{C}_D и \overline{Nu} как функций фактора β показывает, что формы этих профилей схожи для обоих вариантов геометрии при $\beta = 0,5$ (см. рис. 11). Однако картина течения резко меняется для потока после потери устойчивости (при $\beta \geq 0,7$): на графиках профили \overline{C}_D и \overline{Nu} для случая канала с прямыми стенками становятся уплощенными в поперечном направлении. Параметр \overline{Nu} принимает максимальное значение в поперечном направлении, где скорость потока максимальна, а \overline{C}_D становится максимальным вблизи передней точки торможения. Отметим, что изолинии

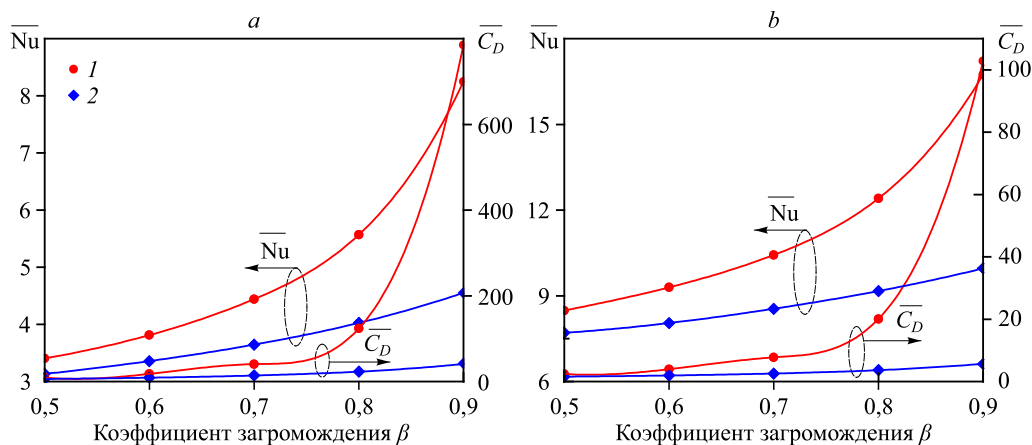


Рис. 10. Характеристики \overline{Nu} и \overline{C}_D как функции β при $Re = 20$ (a) и 200 (b) для $Pr = 0,744$.

Обозначение см. на рис. 8.

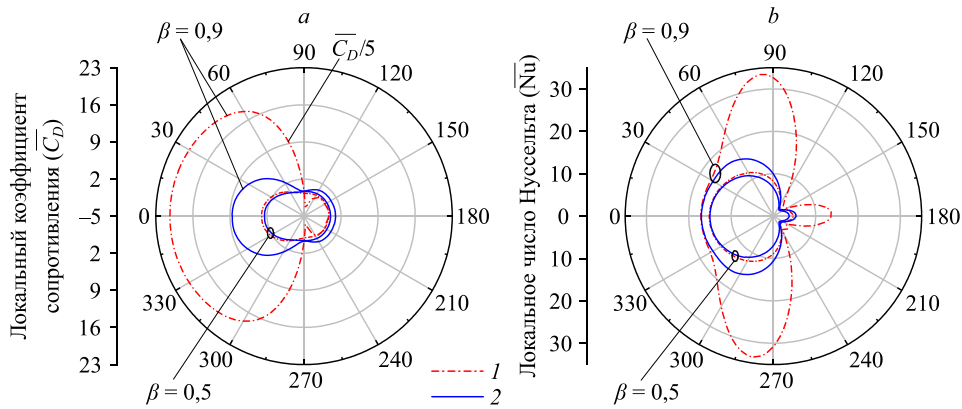


Рис. 11. Влияние параметра β на распределения $\overline{C_D}$ (a) и \overline{Nu} (b) для двух геометрий канала при $Pr = 0,744$ и $Re = 200$.

Обозначение см. на рис. 8.

для $\overline{C_D}$ в случае канала с плоскими стенками изображаются в 1/5 исходного масштаба, а величина \overline{Nu} , характеризующая теплообмен, отложена в полном масштабе. Эти диаграммы показывают, что хотя поток в канале с плоскими стенками имеет более высокие значения \overline{Nu} , но соответствующее гидродинамическое сопротивление возрастает многократно, что делает такую систему неэффективной.

3.4. Зависимость характеристик потока от числа Прандтля

Влияние числа Прандтля (Pr) проанализировано для потоков с $Re = 20, 200$ и параметров загромождения $\beta = 0,5, 0,9$. В представленной работе рассматривалось изменение числа Прандтля в широком диапазоне ($Pr = 0,25, 0,744, 1,0, 5,856, 10, 50$ и 100). Зависимость числа Нуссельта от параметра Pr отображена на рис. 12 для случаев каналов с плоскими и волнистыми стенками.

Как и следовало ожидать, с ростом параметра Pr возрастает и число Нуссельта \overline{Nu} . Это не влияет на характеристику $\overline{C_D}$, которая является функцией параметров Re и β .

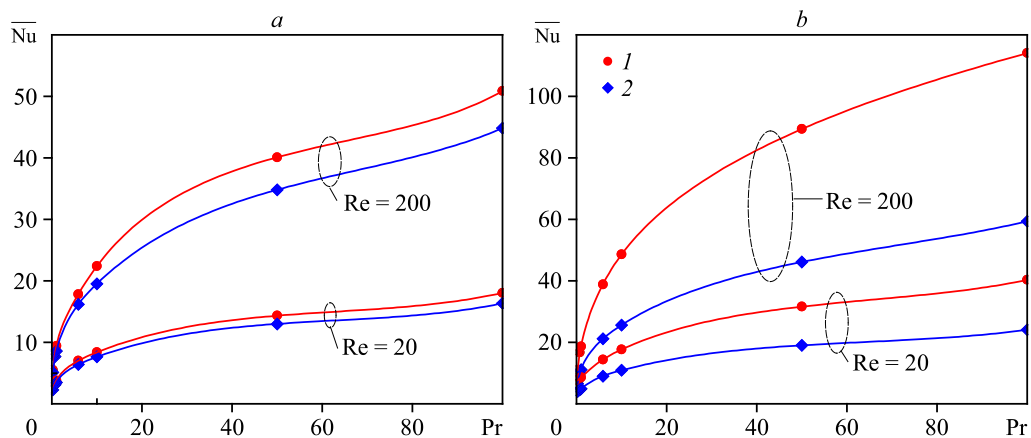


Рис. 12. Изменение \overline{Nu} в зависимости от Pr при $\beta = 0,5$ (a) и $0,9$ (b).

Обозначение см. на рис. 8.

Число \overline{Nu} возрастает с ростом числа Прандтля Pr для двух вариантов степени загромождения: $\beta = 0,5$ и $0,9$. Однако при $\beta = 0,9$ разница в критерии Нуссельта \overline{Nu} для двух вариантов геометрии канала значительно больше вследствие большей скорости потока вокруг цилиндра при высоких числах Прандтля. Кроме того, при высоких величинах критерия Прандтля изменяется профиль для числа \overline{Nu}_5 : наклон кривой уменьшается. Это объясняется тем, что при высоких величинах Pr поток имеет лучшие теплофизические характеристики и жидкость забирает больше тепла от нагретого цилиндра.

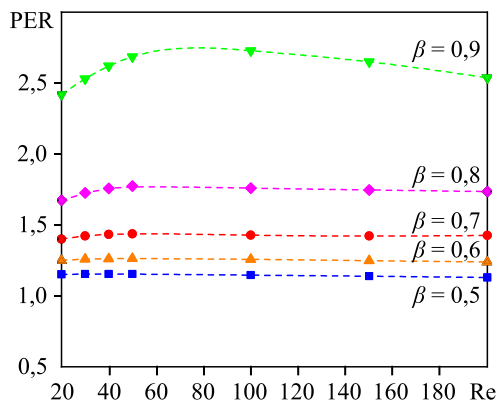
3.5. Оценка степени повышения эффективности

В целом авторами исследовалось 245 вариантов моделирования потока, которые включали 7 выборок по числу Прандтля ($Pr = 0,25, 0,744, 1,0, 5,856, 10, 50, 100$), 5 вариантов коэффициента загромождения канала ($\beta = 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9$) и 7 вариантов по числу Рейнольдса ($Re = 20, 30, 40, 50, 100, 150, 200$). Влияние этих параметров течения рассматривалось выше. Было проведено сравнение течения в каналах с плоскими и волнистыми стенками при заданных параметрах Re и β и выявлено, что канал с волнистыми стенками обеспечивает существенное снижение критерия $\overline{C_D}$ при небольшом снижении числа Нуссельта \overline{Nu} . Таким образом, эффективность рассматриваемой системы невозможно понять только из оценок для характеристик $\overline{C_D}$ и \overline{Nu} .

Для анализа эффективности введем понятие «степень повышения эффективности» (PER), которая записывается в виде

$$PER = \frac{(\overline{Nu}_{wc}/\overline{Nu}_{pc})}{(\overline{C_{D_{wc}}}/\overline{C_{D_{pc}}})^{0,5}}. \quad (6)$$

Параметр PER определяется отношением усредненного числа Нуссельта для волновой геометрии (\overline{Nu}_{wc}) и канала с плоскими стенками (\overline{Nu}_{pc}), которое отнесено к квадратному корню из отношения среднего коэффициента сопротивления для двух геометрий: канала с волнистыми стенками ($\overline{C_{D_{wc}}}$) и с плоскими стенками ($\overline{C_{D_{pc}}}$). Уравнение (6) количественно описывает общее усиление теплообмена и динамики течения вокруг нагреваемого цилиндра, размещенного в канале с волнистыми или плоскими стенками. На рис. 13 представлено сравнение эффективности для этих двух вариантов канала при $\beta = 0,5-0,9$,



числах Рейнольдса $Re = 20-200$ и числе Прандтля $Pr = 0,774$. Можно видеть, что поток в канале с волнистыми стенками всегда имеет более высокую эффективность по сравнению со случаем плоских стенок, характеризующуюся как $PER > 1$. Это объясняется тем, что понижение значений \overline{Nu} для канала с волнистыми стенками

Рис. 13. Степень повышения эффективности (PER) для различных геометрий канала при $Pr = 0,744$.

меньше, чем соответствующее снижение значений $\overline{C_D}$, что обеспечивает более высокую эффективность канала с волнистой геометрией.

Средняя величина параметра PER для канала с фактором загромождения $\beta = 0,5$ равна 1,14, что означает прирост на $\sim 14\%$ для общей эффективности системы. Такая закономерность сохраняется при $\beta = 0,7$, когда волнистая геометрия обеспечивает $\sim 42\%$ прироста общей эффективности. Канал с $\beta = 0,9$ демонстрирует самый высокий прирост эффективности — на уровне $\sim 160\%$. Рост числа Прандтля Pr вызывает увеличение эффективности при любой конфигурации канала пропорционально увеличению числа \overline{Nu} , и наоборот. Это происходит в силу того, что изменение величины Pr влияет только на \overline{Nu} , но критерий $\overline{C_D}$ при этом не меняется. Вместе с тем прирост эффективности при возрастании числа Pr не гарантирует увеличения эффективности канала, поскольку жидкости с высоким Pr обычно имеют высокую вязкость.

3.6. Модель нейронной сети с регрессией

Представленный в статье анализ позволяет разработать регрессионную модель на основе глубокой нейронной сети (DNN, Deep Neural Network) для оценки $\overline{C_D}$ и \overline{Nu} в зависимости от параметров Re , Pr и β . Для этого используется метод обучения нейронной сети с функцией обучения f_{NN} , которая задает нелинейную связь между входными и выходными параметрами. Хорошо известно, что критерий $\overline{C_D}$ является функцией Re , но не функцией Pr , в то время как \overline{Nu} является функцией параметров Re и Pr . Кроме того, оба критерия — $\overline{C_D}$ и \overline{Nu} — зависят от фактора загромождения β , что позволяет выполнить моделирование влияния геометрии канала. Определим нелинейный аппроксиматор DNN как

$$\begin{aligned}\overline{Nu} &= f_{NN}(Re, Pr, \beta), \\ \overline{C_D} &= f_{NN}(Re, \beta).\end{aligned}\tag{7}$$

Нейронная сеть имеет 3 входных нейрона, 2 выходных нейрона и по 16 скрытых нейронов из каждого уровня на один входной параметр (всего 5 скрытых слоев). Функция активации внутри каждого слоя представляет собой блок линейной ректификации (ReLU), причем модель подвергалась обучению на 100000 интервалах (каждый из которых соответствует полному прогону по набору данных). Поскольку совокупность данных мала по сравнению с типичным подходом к машинному обучению (порядка 10^5), то требуется большое количество периодов. Сеть обучается на 90 % данных, и остальные данные нужны для валидации результатов. Функция потерь — это среднеквадратичная погрешность при скорости обучения сети 0,001.

Результаты предсказаний, полученных с помощью искусственной нейронной сети, показаны как функции Re (рис. 14а) и β (рис. 14б). Они демонстрируют отличное согласование с результатами численного моделирования, что подтверждает надежность модели. Сравнение данных регрессионной модели как функции числа Pr и результатов численного моделирования приведено на рис. 15 для различных значений β и Re . Здесь также видно хорошее соответствие между двумя наборами данных, несмотря на то, что

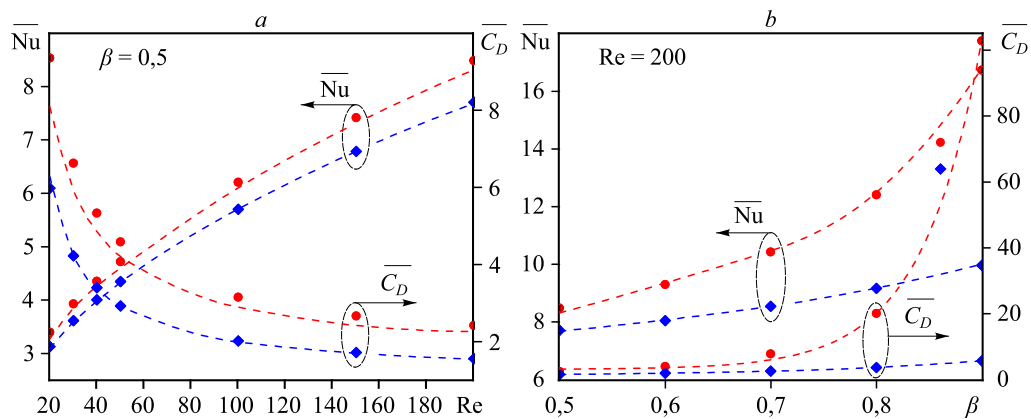


Рис. 14. Сравнение результатов численного моделирования (символы) и глубокой нейронной сети (кривые) для двух вариантов канала при $Pr = 0,744$ и различных Re (a) и β (b).
Обозначения см. на рис. 8.

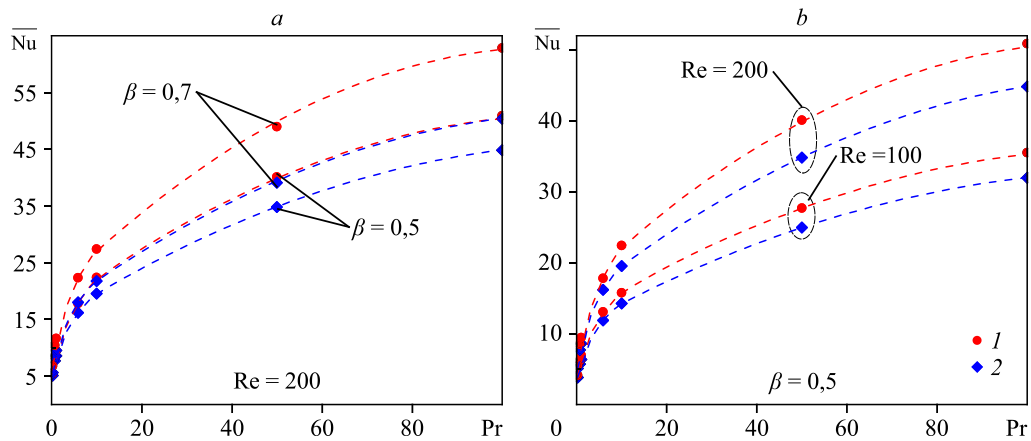


Рис. 15. Сравнение результатов численного моделирования (символы) и нейронной сети (кривые) для двух вариантов канала в зависимости от Pr при различных β (a) и Re (b).
Обозначения см. на рис. 8.

число Нуссельта \overline{Nu} имеет нелинейную зависимость от параметров Re , Pr и β , а также несмотря на существование двух видов неустойчивости потока (спутного потока и загромождения канала), что подтверждает надежность регрессионной модели. Для предсказанных величин порядок среднеквадратичного отклонения составляет 10^{-4} .

Выводы

Проведено исследование ламинарного течения вокруг изотермического цилиндра, размещаемого в каналах с прямой и волнистой геометриями, которое осуществлялось с помощью численного гидродинамического моделирования при различных параметрах Re , β и Pr . Отмечено существование двух видов неустойчивости течения в канале с плоскими стенками, которые развиваются при критических значениях $Re_c \approx 115$ и $\beta_c = 0,7$. Показано, что неустойчивость вследствие загромождения потока в плоском канале создает большую часть гидравлического сопротивления. Оба типа неустойчивости не проявляются для случая канала с волнистыми стенками: спутный поток остается устойчивым для всех

интервалов протестированных параметров β и Re . Кроме того, установлено, что усредненный коэффициент сопротивления для канала с волнистыми стенками ниже, чем для канала с прямыми стенками для всего спектра параметров потока (при небольшом падении теплообмена). Фактор эффективности системы, основанный на характеристиках сопротивления и теплообмена, показывает преимущество использования канала с волнистыми стенками. Повышение комбинированной эффективности в этом случае для фактора загромождения $\beta = 0,5$ составило $\sim 14\%$, для $\beta = 0,7$ — $\sim 42\%$, а для величины $\beta = 0,9$ увеличение эффективности составило $\sim 160\%$. При этом выявлено, что повышение эффективности не зависит от числа Рейнольдса Re , а зависит только от геометрии канала. Следует отметить, что полученные результаты применимы только для потока с $Re < 200$, так как при $Re > 200$ картина течения становится трехмерной. Кроме того, при высоких числах Рейнольдса ($Re > 200$) в канале с волнистыми стенками проявляется неустойчивость первого типа. И наконец разработана нейронная сеть на основе регрессионной модели, которая позволяет получить быструю и качественную оценку критериев $\overline{C_D}$ и \overline{Nu} в широком интервале входных параметров.

Доступность результатов

Данные, подтверждающие выводы, а также компьютерная программа для нейронной сети и обучающая модель доступны при обоснованном запросе в адрес авторов статьи.

Список литературы

1. Steinberg D.S. Cooling techniques for electronic equipment. 2nd ed. New York: Wiley, 1991. 483 p.
2. Yener Y., Kakac S., Avelino M., Okutucu T. Single-phase forced convection in microchannels // *Microscale Heat Transfer Fundamentals and Applications*. 2005. P. 1–24.
3. Castellões F.V., Quaresma J.N., Cotta R.M. Convective heat transfer enhancement in low Reynolds number flows with wavy walls // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 2010. Vol. 53, No. 9–10. P. 2022–2034.
4. Kaazempur-Mofrad M., Wada S., Myers J., Ethier C. Mass transport and fluid flow in stenotic arteries: axisymmetric and asymmetric models // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 2005. Vol. 48, No. 21–22. P. 4510–4517.
5. Dimotakis P.E. Turbulent mixing // *Annual Review Fluid Mechanics*. 2005. Vol. 37. P. 329–356.
6. Jegatheeswaran S., Ein-Mozaffari F., Wu J. Efficient mixing of yield-pseudoplastic fluids at low Reynolds numbers in the chaotic SMX static mixer // *Chemical Engng J*. 2017. Vol. 317. P. 215–231.
7. Meng H., Jiang X., Yu Y., Wang Z., Wu J. Laminar flow and chaotic advection mixing performance in a static mixer with perforated helical segments // *Korean J. Chemical Engng*. 2017. Vol. 34, No. 5. P. 1328–1336.
8. Lin L., Zhao J., Lu G., Wang X.-D., Yan W.-M. Heat transfer enhancement in microchannel heat sink by wavy channel with changing wavelength/amplitude // *Intern. J. Thermal Sci*. 2017. Vol. 118. P. 423–434.
9. Sahin M., Owens R.G. A numerical investigation of wall effects up to high blockage ratios on two-dimensional flow past a confined circular cylinder // *Physics of Fluids*. 2004. Vol. 16, No. 5. P. 1305–1320.
10. Singha S., Sinhamahapatra K. Flow past a circular cylinder between parallel walls at low Reynolds numbers // *Ocean Engng*. 2010. Vol. 37, No. 8–9. P. 757–769.
11. Chakraborty J., Verma N., Chhabra R. Wall effects in flow past a circular cylinder in a plane channel: a numerical study // *Chemical Engng and Processing: Process Intensification*. 2004. Vol. 43, No. 12. P. 1529–1537.
12. Rajani B., Kandasamy A., Majumdar S. Numerical simulation of laminar flow past a circular cylinder // *Applied Mathematical Modeling*. 2009. Vol. 33, No. 3. P. 1228–1247.
13. Lam K., Lin Y. Drag force control of flow over wavy cylinders at low Reynolds number // *J. Mechanical Sci. and Technology*. 2007. Vol. 21, No. 9. P. 1331–1337.
14. Deepakkumar R., Jayavel S., Tiwari S. Cross flow past circular cylinder with waviness in confining walls near the cylinder // *J. Applied Fluid Mechanics*. 2017. Vol. 10, No. 1. P. 183–197.
15. Fiebig M., Chen Y. Heat transfer enhancement by wing-type longitudinal vortex generators and their application to finned oval tube heat exchanger elements // *Heat Transfer Enhancement of Heat Exchangers*. 1999. P. 79–105.
16. Cheraghi M., Raisee M., Moghaddami M. Effect of cylinder proximity to the wall on channel flow heat transfer enhancement // *Comptes Rendus Mécanique*. 2014. Vol. 342, No. 2. P. 63–72.

17. **Mettu S., Verma N., Chhabra R.** Momentum and heat transfer from an asymmetrically confined circular cylinder in a plane channel // *Heat and Mass Transfer*. 2006. Vol. 42, No. 11. P. 1037–1048.
18. **Jambunathan K., Hartle S., Ashforth-Frost S., Fontana V.** Evaluating convective heat transfer coefficients using neural networks // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 1996. Vol. 39, No. 11. P. 2329–2332.
19. **Milano M., Koumoutsakos P.** Neural network modeling for near wall turbulent flow // *J. Comput. Physics*. 2002. Vol. 182, No. 1. P. 1–26.
20. **Raissi M., Yazdani A., Karniadakis G.E.** Hidden fluid mechanics: Learning velocity and pressure fields from flow visualizations // *Sci*. 2020. Vol. 367, No. 6481. P. 1026–1030.
21. **Abadi M., Agarwal A., Barham P., Brevdo E., Chen Z., Citro C., Corrado G.S., Davis A., Dean J., Devin M. et al.** Tensorflow: large-scale machine learning on heterogeneous distributed systems. 2016. P. 265–283.
22. **Chen J.-H., Pritchard W., Tavener S.** Bifurcation for flow past a cylinder between parallel planes // *J. Fluid Mechanics*. 1995. Vol. 284. P. 23–41.

*Статья поступила в редакцию 7 июня 2020 г.,
после доработки — 21 января 2021 г.,
принята к публикации 23 марта 2021 г.*